УДК 531.43;621.891

П.М. Огар, В.А.Тарасов, А.В. Турченко*

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРОЧНЯЕМОГО МАТЕРИАЛА НА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ВНЕДРЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ НЕРОВНОСТИ

Используя результаты конечно-элементного анализа при внедрении сферического индентора в упругопластическое полупространство при небольших относительных глубинах и описывая истинные напряжения при растяжении (сжатии) степенной функцией, авторами определен параметр, учитывающий упрочнение материала в процессе его деформации при контактном нагружении. При известном модуле упругости полученный параметр определяется пределом текучести σ_y и показателем экспоненты n и может быть использован для инженерных расчетов упругопластической деформации.

Ключевые слова: упругопластическая деформация, сферический индентор, упрочнение материала, пластическая твердость.

При определении контактных характеристик трибосопряжений широко используется дискретная модель шероховатости. Микронеровности (неровности) представляются в виде простых геометрических тел, обычно сфер или эллипсоидов, для которых имеются решения контактных задач. В зависимости от условий контактирования возможен различный характер деформирования неровностей: упругий, упругопластический, жесткопластический.

При рассмотрении упругопластического контакта возникают определения сложности, связанные с учетом упрочняемости материала в процессе нагружения, и определения границ существования упругой области и областей ограниченной и развитой упругопластичности.

Для определения характера деформирования необходимо обладать достоверным критерием пластичности. Подробно этот вопрос рассмотрен в работе [1], в которой начало упругопластической деформации сферической неровности определено с учетом взаимного влияния неровностей, существенно изменяющего общее напряженно-деформированное состояние.

Часто упругопластические задачи пытаются решать в упругой постановке, рассматривая повторный контакт, как упругий, например [2, 3]. При этом используется радиус кривизны лунки, определенный исходя из глубины и диаметра отпечатка после снятия нагрузки. При таком подходе распределение контактного давления будет «герцевским», но как показано в работе [4], при упругопластическом деформировании распределение давления на площадке контакта выравнивается, т.е. не является таковым.

В работах [5, 6] задача о внедрении шара в полупространство решалась с использованием переменных параметров упругости, однако, как указано автором [7], это возможно только при простом нагружении, т. е. когда форма тензора напряжений и его главные направления все время сохраняются, что для многих методов поверхностного пластического деформирования не выполняется.

В работе [2] характеристики упругопластического контакта определялись с использованием понятия твердости *HD*, которая представляет собой модуль упрочнения материала и является обобщенной характеристикой, определяющей сопротивление материала упругопластической деформации [8]. Особенностью работы [2] является то, что контакт отдельной неровности рассмотрен с учетом влияния остальных контактирующих неровностей.

В ряде недавних работ [4, 9, 10], посвященных внедрению сферического индентора (неровности) на основе подобия деформационных характеристик, авторами также использовалось понятие пластической твердости, которая представлялась в виде

$$HD = K_h \sigma_y , \qquad (1)$$

где σ_y – предел текучести, K_h – коэффициент.

Поэтому представляет значительный практический интерес определение параметра K_h для различных материалов. В настоящее вре-

* - автор, с которым следует вести переписку.

мя для описания истинных напряжений при растяжении (сжатии) используется степенная функция

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \le \varepsilon_y, \quad \sigma \le \sigma_y; \\ K\varepsilon^n, & \varepsilon \ge \varepsilon_y, \quad \sigma \ge \sigma_y, \end{cases} \qquad (2)$$

где E – модуль упругости; σ_y – предел текучести; R и n – постоянные для данного материала коэффициенты диаграммы деформирования.

Из условия равенства

$\sigma = E\varepsilon_y = K\varepsilon_y^{\ n}$

следует

$$K = E\varepsilon_y^{\ 1-n}. \qquad (3)$$

Учитывая, что общая деформация состоит из двух частей

$\varepsilon = \varepsilon_y + \varepsilon_p$,

для $\sigma > \sigma_y$, с учетом выражений (2) и (3) и полагая $\varepsilon_p = \varepsilon_r$, имеем:

$$\sigma_r = \sigma_y\left(1 + E\varepsilon_r/\sigma_y\right)^n$$

или

$$\sigma_r = \sigma_y\left(1 + \varepsilon_r/\varepsilon_y\right)^n, \qquad (4)$$

где $\varepsilon_y = \sigma_y/E$.

Для оценки характеристик упрочняемого материала методом сферического идентирования в последние годы широко используется конечно-элементный анализ (FEA – finite element analysis) [11 – 15 и др.]. В указанных работах деформация ε_r является функцией отношения h/R, где h – величина внедрения от исходной поверхности, R – радиус сферы.

Исходя из вышеуказанного, коэффициент K_h из выражения (1) ищем в виде функции

$$K_h = K_h(\varepsilon_y, n, \bar{h}_r), \qquad (5)$$

где $\bar{h}_r = h/R$.

В работе [12] характеристики упругопластического контакта при внедрении сферического индентора описываются полиноминальными функциями, полученными в результате конечно-элементного анализа:

$$c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_r) = \frac{h_c}{h} = \sum_{i=0}^{1} f_{ci}(\varepsilon_y, n)\cdot \ln(0{,}5\bar{h}_r)^i, \qquad (6)$$

$$f_{ci}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^{4}\left[\sum_{k=0}^{3}(a_{ijk}\cdot \varepsilon_y^{\ k})\cdot n^j\right];$$

$$\varepsilon_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}_r) = \sum_{i=0}^{3} f_{\varepsilon i}(\varepsilon_y, n)\cdot(0{,}5\bar{h}_r)^i, \qquad (7)$$

$$f_{\varepsilon i}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^{4}\left[\sum_{k=0}^{3}(b_{ijk}\cdot \varepsilon_y^{\ k})\cdot n^j\right];$$

$$\psi_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}_r) = \frac{P}{4R^2\sigma_r} = \sum_{i=0}^{3} f_{\psi i}(\varepsilon_y, n)\cdot(0{,}5\bar{h}_r)^i, \qquad (8)$$

$$f_{\psi i}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^{4}\left[\sum_{k=0}^{3}(c_{ijk}\cdot \varepsilon_y^{\ k})\cdot n^j\right],$$

где h – глубина внедрения сферы от исходной поверхности; h_c – глубина, вдоль которой имеется контакт между сферой и полупространством; P – сила, приложенная к индентору; R – радиус сферы; σ_r – определяется выражением (4). Значения 200 коэффициентов a_{ijk}, b_{ijk} получены для $\varepsilon_y = 0{,}001\ldots0{,}004$, $n = 0\ldots0{,}2$ и $\bar{h}_r = 0\ldots0{,}12$.

Схема контакта сферической неровности представлена на правой (от оси ординат h) части рис. 1, а диаграмма P-h нагружения – на левой части.

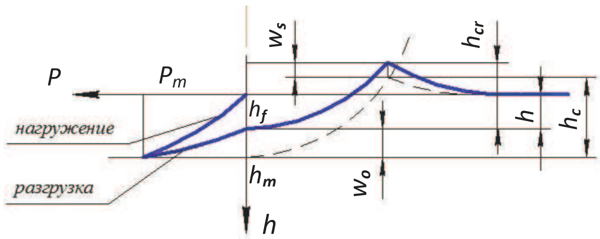


Рис. 1. Схема контакта и диаграмма «нагружение-разгрузка» сферической неровности.

Согласно принятым на рис. 1 обозначениям, глубина остаточной лунки от исходной поверхности

$$h_o = h_f = h - w_0, \qquad (9)$$

а глубина лунки (кратера)

$$h_{cr} = h_c - \left(w_0 - w_c\right), \qquad (10)$$

где, w_0 и w_s – упругое восстановление центра и контура лунки.

Для определения величины $(w - w_c)$ воспользуемся данными работы [16], из которых следует, что если на площадке радиусом a действует нагрузка

$$p(r) = p_o\left(1 - r^2/a^2\right)^{\beta}, \text{ то}$$

$$w_0 - w_c = \frac{p_m a K_{\beta}}{E_c}, \qquad (11)$$

где

$$K_{\beta} = \frac{(1+\beta)2^{2(\beta+1)}\mathrm{B}(1+\beta, 1+\beta)}{2\pi}\left(\pi - \mathrm{B}(0.5, 1+\beta)\right),$$

$$p_m = \frac{p(0)}{1+\beta},$$

$$E_c = E \cdot K_E, \quad K_E = \frac{E_i}{E_i\left(1-\nu^2\right) + E\left(1-\nu_i^2\right)}, \qquad (12)$$

$\mathrm{B}(a,b)$ – бета-функция, E, E_i и ν, ν_i – соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона для материала и индентора.

Если процесс нагружения сферического индентора можно аппроксимировать выражением

$$\frac{P}{ER^2} = A\bar{h}_r^{\,\alpha},$$

то параметр β равен [4]

$$\beta = 0{,}5(\alpha - 1).$$

При переходе от упругой области к области упругопластичности

$$1{,}5 \ge \alpha \ge 1,$$

следовательно, параметр β находится в пределах $\beta = 0\ldots0.25$, причем нижняя граница соответствует идеальной пластичности.

Аналогично, для упругого восстановления в центре лунки

$$w_c = \frac{p_m a K_{\beta 0}}{E_c}, \qquad (13)$$

где

$$K_{\beta 0} = (1+\beta)2^{2\beta+1}B(1+\beta, 1+\beta).$$

В соответствии с ГОСТ 18835-73, пластическая твердость определяется методом двукратного вдавливания индентора усилиями P_1 и P_2 с фиксированием глубин остаточных отпечатков h_{01} и h_{02}

$$HD = K_h \cdot \sigma_y = \frac{P_2 - P_1}{2\pi R\left(h_{02} - h_{01}\right)}. \qquad (14)$$

Из выражения (8)

$$P_i(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri}) =$$
$$= 4\psi(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})R^2\sigma_y\left(1 + \frac{\varepsilon_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})}{\varepsilon_y}\right)^n. \qquad (15)$$

С учетом того, что

$$p_{mi} = \frac{P_i}{\pi a_i^2},$$

$$a_i = c(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})\sqrt{2Rh_i - c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_i)h_i^2},$$

из выражения (9), (12) и (13) имеем

$$h_{0i}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri}) = h_i -$$
$$- \frac{4\psi(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})R\varepsilon_y K_{\beta 0}}{\pi K_E c(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})\sqrt{2\bar{h}_{ri} - c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})\bar{h}_{ri}^{\,2}}} \times \qquad (16)$$
$$\times\left(1 + \frac{\varepsilon_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})}{\varepsilon_y}\right)^n.$$

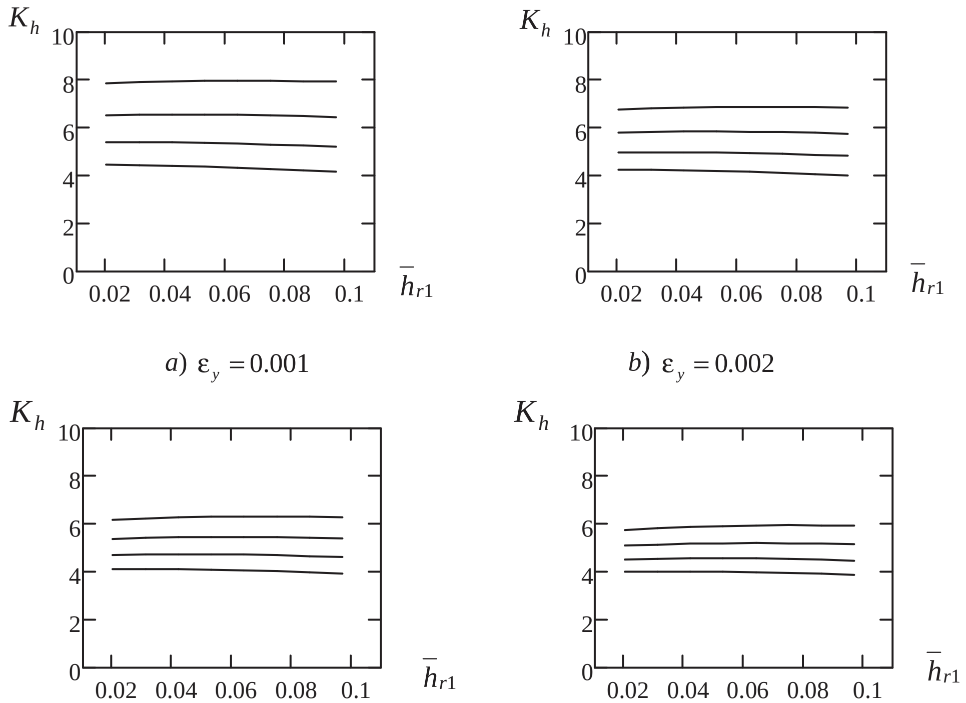
Подставляя P_i и h_i в (14), для K_h получим

$$K_h(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1}, \bar{h}_{r2}) =$$
$$= \frac{P_2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r2}) - P_1(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1})}{2\pi R\sigma_y\left(h_{02}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r2}) - h_{01}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1})\right)}. \qquad (17)$$

Примем величину $\bar{h}_{r2} = 0.12$, т. е. предельному значению $\bar{h}_r$ при определении коэффициентов в выражениях (11) – (13). На рис. 2 представлены значения K_h для разных значений $\varepsilon_y, \bar{h}_{r1} = 0{,}02\ldots0{,}1$. Как следует из представленных зависимостей, значения K_h для указанного диапазона $\bar{h}_{r1}$ практически не меняются. Поэтому достаточно принять $\bar{h}_{r1} = 0.06$ и для инженерных расчетов значения K_h распространить для $\bar{h}_r > 0{,}12$, т. е. $K_h(\varepsilon_y, n, 0.06, 0.12) = K_h(\varepsilon_y, n,)$.

Значения $K_h(\varepsilon_y, n,)$ для практического использования можно усреднить, если принять

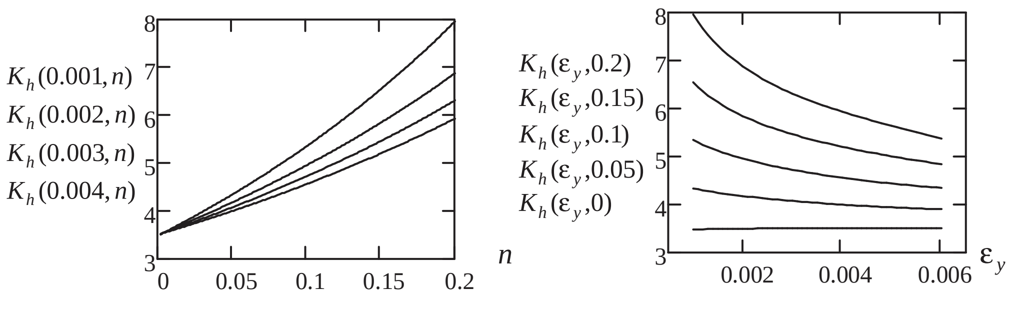
$$K_h(\varepsilon_y, n,) = \frac{1}{0.08}\int_{0.02}^{0.1} K_h(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1}, 0.12)\,d\bar{h}_{r1}. \qquad (18)$$



a) $\varepsilon_y = 0.001$ *b*) $\varepsilon_y = 0.002$

c) $\varepsilon_y = 0.003$ *d*) $\varepsilon_y = 0.004$

Рис. 2. Зависимость $K_h(\bar{h}_{r1})$ для разных значений ε_y и *n*, линии соответствуют (сверху вниз) значениям *n*: 0.2, 0.15, 0.1, 0.05.



a) *b*)

Рис. 3. Зависимость $K_h(\varepsilon_y, n)$ при разных значениях ε_y (*a*) и разных значениях *n* (*b*).

Отклонения значений $K_h(\varepsilon_y, n,)$, рассчитанных по формуле (18), от значений $K_h(\varepsilon_y, n,) = K_h(\varepsilon_y, n, 0.06, 0.12)$ составляют менее 1 %.

При известном значении параметра $K_h(\varepsilon_y, n)$ глубина остаточной лунки h_0 определяется выражением

$$h_0 = \frac{P - P_0}{2\pi R \sigma_y K_h(\varepsilon_y, n)}, \qquad (19)$$

где P_0 – отрезок, который отсекает зависимость $P_0(h_0)$ на оси ординат P;

$$P_0 = P_1 - 2\pi R h_{01} \sigma_y K_h(\varepsilon_y, n). \qquad (20)$$

В качестве примера использования параметра $K_h(\varepsilon_y, n)$, определенного выражением (17), или (18), приведены результаты расчета параметра *a/R* по методике, приведенной в [10] для материалов, используемых в экспериментальных исследованиях работы [6]. Механические свойства материалов, используемых в расчетах, приведены ниже в таблице.

Там же приведены значения показателя экспоненты, рассчитанного по формуле

$$n = \frac{\ln(\sigma_u / \sigma_y)}{\ln(\varepsilon_p / \varepsilon_y)},$$

где σ_u - предел прочности, ε_p - соответствующая σ_u деформация, а также значения $K_h(\varepsilon_y, n)$, рассчитанные по выражению (17). Результаты расчетов, приведенные на рис. 4, указывают на хорошее совпадение их с экспериментальными данными [6], обозначенными точками.

Следует подчеркнуть, что в приведенном выше примере не учтен эффект, именуемый в зарубежной периодике «pile up» - образование вокруг сферического индентора (неровности) навала, что вносит определенную погрешность при определении площади контакта.

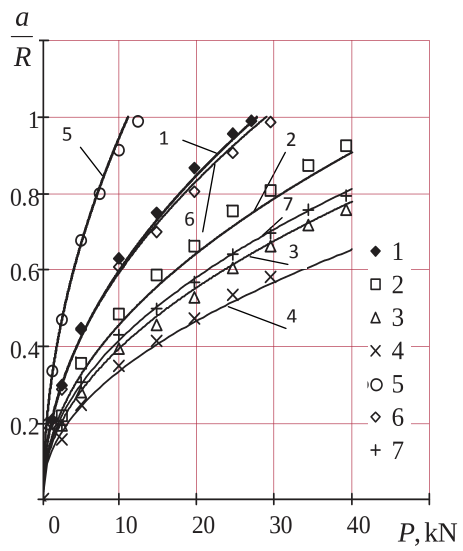


Рис. 4. Зависимость относительного радиуса лунки *a/R* от величины усилия *P*.
Линии соответствуют материалам табл.1, точки – экспериментальным данным [6].

Таблица

Механические свойства материалов

№	Материал	σ_y, MPa	E, GPa	ε_y	σ_u, MPa	ε_p	n	K_h
1	Армко-железо	256	210	0.00122	410	0.191	0.093	5.091
2	Сталь 45	480	204	0.00235	725	0.102	0.109	4.961
3	Сталь 30ХГСА	677	215	0.00315	942	0.073	0.105	4.722
4	Сталь 30ХГСА	1207	215	0.00561	1344	0.045	0.052	3.9
5	Медь М2	69	132	0.000523	196	0.581	0.149	7.174
6	Дюралюминий Д21	265	72	0.00368	392	0.06	0.104	5.132
7	Титан ВТ6	687	117	0.00582	883	0.071	0.100	4.335

В инженерных расчетах эффект «pile up» можно учесть, если по аналогии с выражением (14) внести новый параметр K_{hc} определяемый из результатов конечно-элементного анализа

$$K_{hc}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{cr1}, \bar{h}_{cr2}) = \frac{P_2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r2}) - P_1(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1})}{2\pi R \sigma_y \left(h_{cr2}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r2}) - h_{cr1}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1})\right)},$$

где

$$h_{cri}(\varepsilon_y, n, h_{ri}) = h_i c^2(\varepsilon_y, n, h_{ri}) - \frac{4\psi(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri}) R \cdot \varepsilon_y K_\beta}{\pi K_E c(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri}) \sqrt{2\bar{h}_{ri} - c^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri}) \bar{h}_{ri}^2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{ri})}{\varepsilon_y}\right)^n$$

В результате проведенного анализа установлено, что характер зависимостей $K_{hc}(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1}, 0.12)$ аналогичен зависимостям $K_h(\varepsilon_y, n, \bar{h}_{r1}, 0.12)$, поэтому аналогично значение $K_{hc}(\varepsilon_y, n,)$ для инженерных расчетов распространим для $h_r \geq 0.12$. Тогда из выражения (9) и (10) получим

$$c^2 = \frac{h_c}{h} = \frac{h_{cr} + (w_0 - w_c)}{h_0 + w_0},$$

что позволяет учесть образование навала.

В заключение отметим, что введенный параметр $K_h(\varepsilon_y, n)$ обладает хорошей информативностью, так как, описывает упрочнение материалов в широком диапазоне значений механических свойств и поэтому может быть использован для инженерных расчетов упругопластической деформации упрочняющихся материалов.

Литература

1. Огар П.М., Дайнеко А.А., Клюс С.С. Критерий пластичности при моделировании контакта шероховатых поверхностей // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 4. С.14-18.

2. Огар П.М. Контактные характеристики и герметичность неподвижных стыков пневмогидротопливных систем двигателей летательных аппаратов: дис. … д-ра. техн. наук. Братск, 1997. 345 с.

3.Воронин Н.А. Теоретическая модель упруго-пластического внедрения жесткой сферы (методологические основы оценки механических характеристик компактных однородных материалов методом кинетического инвентирования сферического индентора) // Трение и износ. 2003. № 1. С. 16-26.

4. . Огар П.М., Тарасов В.А., Дайнеко А.А. О некоторых общих закономерностях упругопластического внедрения сферического индентора // Системы. Методы. Технологии. 2010. № 4(8). С. 38-43.

5. Жасимов М.М. Управление качеством деталей при поверхностном пластическом деформировании. Алма-Ата:Наука, 1986. 208 с.

6.Matlin M., Kazankina E., Kazankin V. Mechanics of initial dot contact // Mechanika.- Kaunas: Technologija. 2009. №. 2(76). P. 20-23.

7.Смелянский В.М. Механика упрочнения деталей поверхностным пластическим деформированием. М.: Машиностроение, 2002. 300 с.

8. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные методы расчета упругопластической контактной деформации. М.: Машиностроение, 1986. – 224 с.

9. Огар П.М., Дайнеко А.А., Щур Д.Д. Контакт жесткой сферической неровности с упругопластическим полупространством // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 4. С.17-19.

10. Огар П.М., Тарасов В.А., Дайнеко А.А. К вопросу упругопластического внедрения сферического индентора // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 2(10). С. 14-16.

11. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // Acta Materialia. 2004. Vol. 52. P. 4023-4032.

12. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for materical property evaluation // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2005. Vol. 53. P. 2037-2069

13. FEA of evaluating material yield strength, and strain hardening exponent using a spherical indentation /H. Cui, H. Chen, J. Chen, C. Huand, C. Wu // Acta metallurgica sinica. 2009. Vol. 45. P. 189-194.

14. Behavior of pile-up and sinking-in around spherical indentation and its effect on hardness determination / H. Cui, H. Chen, J. Chen, C. Huand, C. Wu // Chinese journal of materials research. 2009. Vol. 23, № 1. P. 54-58.

15. Collin JM, Mauvoisin G, Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches// Materials and Design. 2010. Vol. 32. P. 636–640.

16. Огар П.М., Тарасов В.А. Влияние формы осесимметричной нагрузки на напряженно-деформированное состояние упругопластического полупространства // Системы. Методы. Технологии. 2010. № 1(5). С. 14-20.