УДК 531.43;621.891

П.М. Огар*, В.А. Тарасов, А.А. Дайнеко

К ВОПРОСУ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВНЕДРЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИНДЕНТОРА

На основе подобия деформационных характеристик рассмотрено упругопластическое внедрение сферического индентора. Получены выражения для глубины внедрения, площади контакта и средних напряжений в контакте в зависимости от степени нагруженности. Применяемый подход позволяет учесть упрочнение материала и описать процесс упругого восстановления отпечатка.

Ключевые слова: упругопластический контакт, внедрение сферы, площадь контакта, восстановление отпечатка.

Вопросы упругопластического внедрения сферического индентора постоянно находятся в центре внимания исследователей, в частности, в областях трибомеханики и поверхностного пластического деформирования, так как они недостаточно изучены, и некоторые предлагаемые решения требуют уточнений и усовершенствований. Особое внимание привлекают подходы, в которых применяется подобие деформационных характеристик [1, 2, 3], а области ограниченной и развитой упругопластичности описываются одним выражением [2, 3, 4].

Эксперименты показывают, что кривые разгрузки индентора хорошо аппроксимируются степенной функцией [4, 5]

$$P=\alpha\left(h-h_f\right)^m, \qquad (1)$$

где α и m – константы, $1{,}2 \le m \le 1{,}6$; h_f – остаточная глубина отпечатка.

Важным практическим свойством кривой упругого восстановления отпечатка при разгружении является независимость от характера распределения давления под индентором [4, 5]

$$S=\frac{dP}{dh}=\frac{2\beta\sqrt{A}}{\theta\sqrt{\pi}}, \qquad (2)$$

где S – упругая (контактная) жесткость; $A=2\pi Rh_c$ – площадь проекции отпечатка, h_c – глубина, вдоль которой имеется контакт, между образцом и индентором; $\theta=\left(1-\nu^2\right)/E+\left(1-\nu_i^2\right)E_i$ – упругая характеристика, определяется коэффициентами Пуассона и моделями упругости образца и индентора; β – безразмерный параметр, близкий к единице, в дальнейшем принимаем β=1.

Продифференцировав выражение (1) и с учетом того, что $\alpha=P\,max/\left(h\,max-h_f\right)^m$, из выражения (2) получим уравнение, описывающее процесс упругопластического взаимодействия

$$\sqrt{h_c}\left(h-h_f\right)=\frac{m\theta P}{2\sqrt{2R}}. \qquad (3)$$

В работе [4] в аналогичном выражении первый сомножитель слева равняется $\sqrt{h}$, что привело к тому, что в приведенном примере [2], где использовались результаты [4], значение m = 2,1, что несвойственно для упругого восстановления (диапазон значений m приведен выше).

По данным [5]

$$h_c=h-\frac{\varepsilon P}{S}=h-\frac{\varepsilon}{m}\left(h-h_f\right), \qquad (4)$$

где ε – константа, которая зависит от геометрии индентора. Для сферического индентора ε = 0,75, для плоского ε = 1.

Представим выражение (4) в виде

$$h_c=h_f\left(\left(1-\frac{\varepsilon}{m}\right)\frac{h}{h_f}+\frac{\varepsilon}{m}\right), \qquad (5)$$

тогда из (3) получим

$$\left(\left(1-\frac{\varepsilon}{m}\right)\frac{h}{h_f}+\frac{\varepsilon}{m}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{h}{h_f}-1\right)=\frac{m\theta P}{2\sqrt{2R}\,h_f^{1,5}}. \qquad (6)$$

Обозначим

$$\left(1-\frac{\varepsilon}{m}\right)\frac{h}{h_f}+\frac{\varepsilon}{m}=y^2, \qquad (7)$$

откуда

$$\frac{h}{h_f}=\frac{y^2-\varepsilon/m}{1-\varepsilon/m}, \qquad (8)$$

$$\frac{h}{h_f}-1=\frac{y^2-1}{1-\varepsilon/m}. \qquad (9)$$

Подставляя выражения (7) и (9) в (6), имеем

$$y^3-y-\frac{\theta P(m-\varepsilon)}{2\sqrt{2r\,h_f^{1,5}}}=0. \qquad (10)$$

Для анализа выражения (10) используем подобие деформационных характеристик [3]

$$P=k\,P_y,\ h_f=h_0=\frac{P_y(k-1)}{2\pi R\,K_h\,\sigma_y}, \qquad (11)$$

где P_y – критическая нагрузка, при которой начинается пластическая деформация; $k=P/P_y$ – относительная нагрузка; σ_y – предел текучести; $K_h=HD/\sigma_y$, HD – пластическая твердость [2, 3]. Согласно [3] критическая нагрузка

* - автор, с которым следует вести переписку.

$$P_y = \frac{K_y^3 \pi^3 R^2 \theta^2 \sigma_y^3}{6}, \tag{12}$$

где $K_y = p_0/\delta_y$ – константа; p_0 – максимальное контактное давление при нагрузке P_y.

Подставляя выражения (11) и (12) в (10), получим

$$y^3 - y - \frac{6^{0,5} k(m-\varepsilon)}{(k-1)^{1,5}} \left(\frac{K_h}{K_y}\right)^{1,5} = 0. \tag{13}$$

Полученное выражение характеризуется степенью нагружения k и величинами m, ε, K_y и K_h. Решение данного уравнения:

$$y_k = \sqrt[3]{-\frac{p}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{p}{2} - \sqrt{D}};$$

$$D = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3;$$

$$p = -1, \; q = -\frac{6^{0,5} k(m-\varepsilon)}{(k-1)^{1,5}} \left(\frac{K_h}{K_y}\right)^{1,5}.$$

Имея решение y_k уравнения (13), находим:

глубину внедрения индентора

$$h = h_0 \frac{y_k^2 - \varepsilon/m}{1 - \varepsilon/m}; \tag{14}$$

глубину контактирующей части

$$h_c = h_0 \; y_k^2; \tag{15}$$

относительное контактное давление

$$\frac{p_m}{H} = \frac{k}{(k-1) \cdot y_k^2}; \tag{16}$$

параметр α [2]

$$\alpha = \frac{h_0 + 0,5(h - h_0)}{h} = \frac{0,5(h_0 + h)}{h} = \frac{0,5(y_k^2 - 2\varepsilon/m + 1)}{y_k^2 - \varepsilon/m}. \tag{17}$$

Анализ результатов расчета по выражениям (16) и (17) показал, что они абсолютно совпадают с аналогичными выражениями работы [3] при m = 1,5, хотя в первом случае при решении кубического уравнения (13) определялись корни, связанные с величиной h/h_0, во втором [2] – с величиной h_e/h_y.

Преимущество подхода, использованного в настоящей работе, заключается также в том, что возможно описание процесса разгрузки при известном значении параметра m, которое может быть определено либо экспериментально, либо с применением метода конечных элементов.

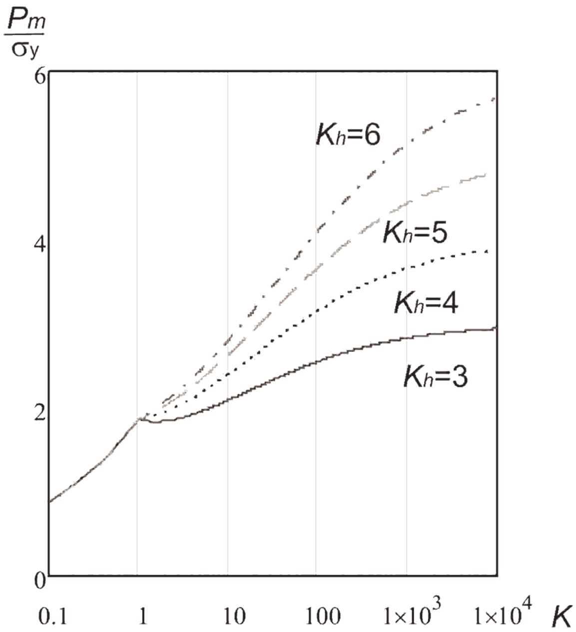

Рис. 1. Зависимость относительного среднего давления от относительной нагрузки при разных значениях K_h.

Как следует из рис. 1, параметр K_h может характеризовать степень упрочнения материала. Определение взаимосвязи K_h с показателем экспоненты упрочнения требует дополнительных исследований.

Литература

1. Ланков А.А. Вероятность упругих и пластических деформаций при сжатии металлических шероховатых поверхностей // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2009. № 3. С. 3-5.

2. Огар П.М., Дайнеко А.А., Щур Д.Д. Контакт сферической неровности с упругопластическим полупространством // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 4. С. 17-19.

3. Огар П.М., Тарасов В.А., Дайнеко А.А. О некоторых закономерностях внедрения сферического индектора // Там же. 2010. № 4 (8). С. 38-43.

4. Ковалев А.П. Основные закономерности вдавливания сферического индектора и оценка физико механических свойств поверхностного слоя деталей // Упрочняющие технологии и покрытия. 2007. № 1. С. 36-41.

5. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // Journal of Materials Reserved. 2004. Vol. 19, № 1. P. 3-20.