вероятности, что указывает на то, что она входит в класс катастрофных (негативных) для нее событий, поэтому необходимо тестировать технику на предмет ее работоспособности.

Представленный подход для отдельно взятой машины с позиции марковских цепей следует распространить на всю систему механизмов и машин, связанных при работе внешним непрерывным временем и внутренним дискретным.

Диапазон времени тестирования комплексов механизмов и машин, у которых начало эксплуатации по времени совпадает для всех (условие начальной достоверности), определяем на основании (5)

$$t_{0k} = ln2 /\lambda_\tau\ ,\ \ t_{0k} < t_{ck} = \lambda^{-1}_{\ \tau}\ ,$$

из условия $\sum\lambda_i = \lambda_\tau > \lambda_i$ следуют неравенства $t_{0k} < t_0$ и $t_{ck} < t_c$. Также для периодов времени в целом $(t_{0k} < t \le t_{ck}) < (t_0 < t \le t_c)$ следует, что время тестирования работы машин в системе должно наступать раньше, чем определяется производителем для отдельно взятой машины.

Диапазон времени тестирования комплексов механизмов и машин, у которых начало эксплуатации по времени может не совпадать, находим на основании (9)

$$t_{0k\tau}= ln\ 2 /(\sum\lambda_i - \sum\lambda_i\ \theta_{i1*}),\ t_{ck\tau} =1/\sum\lambda_i - \sum\lambda_i\ \theta_{i1*})\ . \quad (11)$$

Ввиду того, что

$$(\sum\lambda_i - \sum\lambda_i\ \theta_{i1*})\ < \sum\lambda_i\ ,$$

имеет место условие $(t_{0k\tau} < t \le t_{ck\tau}\ ) > (t_{0k} < t \le t_{ck})$, поэтому здесь диапазон времени тестирования наступает позже по сравнению с системой, сформированной из новых машин, работавших ранее.

При переходе к дискретному времени начальному значению критического числа операций цикла соответствует формула

$$N_0 = \ln 2 / \lambda_\tau\ T\ ) \quad (12)$$

и конечному

$$N_c = (1 / \lambda_\tau\ T\ ),\ N_0 < N_c\ ,$$

числу циклов эксплуатации системы машин N € ($N_0 < N \le N_c$) соответствует критическое значение, обусловленное отрицательным значением относительной вероятности.

Далее соответственно получаем

$$N_{0t} = \ln 2 /(\ \lambda_\tau\ T - \sum\lambda_i\ N_{i1*}\ T) \quad (13)$$

и

$$N_{0к\ t} = 1/[\ \lambda_\tau\ T -\sum\lambda_i\ N_{i1*}\ T)\ \ , \quad (14)$$

а также условие

$$(N_{0t} < N \le N_{0kt}\ ) > (\ N_0 < N \le N_c\ ).$$

Ввиду статистического характера внутреннего времени цикла производства единицы лесопродукции диапазон времени тестирования системы механизмов и машин, работающих в стохастическом режиме, следует оценивать выражением

$$ln\ 2 / [\lambda_\tau (\ T_c+T_{c*}) - \sum\lambda_i\ N_{i1*}\ (T_c\ +\ T_{c*})]\ \ < N<$$
$$< 1 / [\ \lambda_\tau (\ T_c+T_{c*}) - \sum\lambda_i\ N_{i1}\ (T_c\ +\ T_{c*})].$$

На основе представления относительной вероятности как разности вероятностей безотказной работы техники и ее отказа предлагается методика расчета эффективной стратегии эксплуатации как отдельных машин, так и их систем.

Литература

1. Шиловский В.Н. Обоснование и разработка комплексной системы организации технического сервиса территориально распределенных лесозаготовительных машин: автореф. дис. … д-ра техн. наук. СПб., 2002. 34 с.

2. Базаров С.М., Мартынов Б.Г. Обоснование индивидуальной стратегии эффективной эксплуатации лесных машин по результатам диагностирования // Изв. С.-Петерб. лесотехн. акад. 2005. Вып.172. С.85-92.

УДК 630*81.001.5

А.Н. Соловьев, А.В. Елкин

ВОЗМОЖНОСТЬ РАСКРОЯ ДРЕВЕСИНЫ СТРУНОЙ, СОВЕРШАЮЩЕЙ ТЕРМОАКУСТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Рассмотрена возможность раскроя древесины струной, совершающей акустические колебания, которые являются источником диссипативной энергии, определяющей образование вязкотекучего состояния материала в окрестности струны.

Ключевые слова: растительный полимер, диссипация, вязкотекучесть, частота, экология.

Введение. Механическое резание древесины является одной из основных и дорогостоящих операцией на деревоперерабатывающих предприятиях. Известно, что процесс разрушения материала древесины режущим инструментом сопровождается механическими, тепловыми, электрическими и химическими явлениями. К недостаткам механического разрушения следует отнести то обстоятельство, что большая часть работы резания расходуется на образование стружки, которая становится отходом производства.

Создание высоких технологий производства изделий из древесины на основе раскроя как безотходного и экологически чистого процесса определяется способностью раскрыть свойства деформируемости как вязкотекучести материала древесины, являющегося растительным полимером, в термоакустических полях, создаваемых тонким инструментом. В качестве тонкого инструмента могут быть струна или тонкая узкая пластина, которые можно рассматривать как асимптотическое представление лезвия дереворежущих станков.

Являясь растительным полимером, древесина характеризуется упругими, высокоэластичными и вязкотекучими деформациями, переход между которыми определяется критическими температурами. При температуре вязкотекучести происходит разрушение высокомолекулярных соединений: лигнина, целлюлозы и гемицеллюлозы.

Упругие и высокоэластичные деформации сопровождают процесс механического резания, а вязкотекучие деформации являются сопутствующими.

В высокоградиентном и высокоскоростном тепловом поле, создаваемом тонким инструментом, материал древесины в его окрестности становится псевдотекучим, что позволяет производить раскрой с высоким качеством поверхностей изделий. При этом методе разделения древесины вязкотекучие деформации становятся определяющими, а упругие и высокоэластичные – выполняют роль сопутствующих.

Результаты исследования. Сложную картину процесса раскроя древесины тонким термоакустическим полем, которое создается струной, построим, последовательно рассматривая реологию, вязкотекучее движение материала, а также линейные колебания струны.

Реологическая модель материала древесины может быть представлена суперпозицией последовательно соединенных тела Гука с модулем упругости E_2 и эластичного тела Кельвина-Фойгта с модулем упругости E_1 и вязкостью μ как тела Пойтинга [1]

$$\sigma + t_p d\sigma/dt = t_p E_2\, d\varepsilon/dt + [E_1 E_2 /(E_1 + E_2)]\, \varepsilon\,, \quad (1)$$

здесь σ – напряжение, ε – деформация, время релаксации $t_p = \mu / (E_1 + E_2)$.

При $E_2 >> E_1$ и постоянном напряжении реологическое тело Пойтинга переходит в модель Кельвина-Фойгта

$$\sigma = \mu\, d\varepsilon/dt + E_1\, \varepsilon$$

или

$$\sigma = \mu\, d\varepsilon/dt + E_1 \int (d\varepsilon/dt)\, dt = \mu\, d\varepsilon/dt + t^{-1}_p\, \mu \int (d\varepsilon/dt)dt = \mu\, [d\varepsilon/dt + t^{-1}_p \int (d\varepsilon/dt)dt]. \quad (2)$$

При постоянной плотности ρ и вязкости μ в вязкотекучем состоянии материала древесины уравнения движения можно записать в виде [2]

$$\rho\, Du/Dt = \partial p/\partial x + \mu\, \Delta\, u_* ,$$
$$\rho\, Dv/Dt = \partial p/\partial y + \mu\, \Delta\, v_* ,$$
$$\rho\, Dw/Dt = \partial p/\partial z + \mu\, \Delta\, w_* ,$$

здесь скорости u_*, v_*, w_* – вдоль прямоугольных координат x, y, z. Согласно (2) имеет место представление

$$u_* = u + t^{-1}_p \int u\, dt.$$
$$v_* = v + t^{-1}_p \int v\, dt. \quad (2,а)$$
$$w_* = w + t^{-1}_p \int w\, dt.$$

Оператор $D/dt = \partial/\partial + d/dt$,
оператор Лапласа $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$.

При постоянном значении коэффициента теплопроводности уравнение энергии имеет вид [2]

$$DT/Dt = a\, \Delta\, T + \beta F,$$

Здесь a – коэффициент температуропроводности, коэффициент $\beta = \mu/c\rho$, c – теплоемкость материала древесины, диссипативная функция

$$F = 2\, [(\partial u_*/\partial x)^2 + [(\partial v_*/\partial y)^2 + (\partial w_*/\partial z)^2] + (\partial v_*/\partial x + \partial u_*/\partial y)^2 + (\partial w_*/\partial y + \partial v_*/\partial z)^2] + (\partial u_*/\partial z + {} + \partial w_*/\partial x)^2 .$$

Движение материала древесины в окрестности термоакустической струны можно рассматривать как слоистое и осесимметричное. В этом случае уравнения движения и энергии соответственно принимают вид

$$\partial u_*/\partial t = \nu\, r^{-1}\, \partial(r \partial u_*/\partial r)/\partial r\,. \quad (3)$$
$$\partial T/\partial t = a\, r^{-1}\, \partial(r \partial T/\partial r)/\partial r + \beta(\partial u_*/\partial r)^2, \quad (4)$$

здесь r – радиальная координата, T – абсолютная температура, $\nu = \mu\rho^{-1}$.

Из уравнения энергии видно, что в формировании температуры материала древесины в окрестности струны участвуют два процесса – температуропроводности и диссипации. Для оценки значимости этих процессов рассмотрим формирование скорости движения согласно уравнению (2а) и профиля температуры согласно уравнению

$$\partial T/\partial t = a\, r^{-1}\, \partial(r \partial T/\partial r)/\partial r. \quad (5)$$

Построим решение уравнения (5) при гармоническом колебании температуры струны с граничным условием

$$t^0 (r, t) - t^0_\infty = (t^0_0 - t^0_\infty) \cos \omega t, \text{ при } r = 0,$$

струна совершает колебательное движение перпендикулярно направлению движения раскроя, здесь t^0, t^0_0, t^0_∞ – температура в ^{0}C соответственно в материале древесины на расстоянии r от струны, на струне и в материале древесины вдали от струны, ω – частота колебания струны в поперечном направлении к направлению раскроя.

Для рассматриваемых условий решение уравнения (5) можно представить в виде

$$t^0 (r, t) - t^0_\infty = (t^0_0 - t^0_\infty) \exp\, [- r(\omega/2a)^{1/2}] \cos\, [\omega t - {} - (\omega/2a)^{1/2} r]\,, \quad (6)$$

в этом случае толщина температуропроводного подслоя материала древесины по порядку величины равна

$$\delta_1 \approx (a/\omega)^{1/2}\,, \quad (7)$$

а скорость его образования можно оценить выражением

$$u_1 \approx (a\omega)^{1/2}\,, \quad (8)$$

эта скорость определяет скорость раскроя древесины тепловым полем струны.

В окрестности критической точки струны вязкотекучему движению материала древесины соответствует уравнение

$$\partial u/\partial t = \nu\, \partial^2 u/\partial r^2\,, \quad (9)$$

для граничных условий

$$u(r, t) = u_0 \cos \omega_c t, \quad при \quad r = 0,$$

решение имеет вид

$$u(r, t)=u_0 \exp [-r(\omega_c/2\nu)^{1/2}]\cos[\omega_c t - (\omega_c/2\nu)^{1/2} r], \quad (10)$$

здесь амплитуда скорости $u_0 = A\omega_c$, А – амплитуда колебания струны, ω_c – частота колебания струны в направлении раскроя древесины.

Толщину вязкого подслоя можно оценить выражением

$$\delta_2 \approx (\nu/\omega_c)^{1/2}$$

и определить скорость его образования

$$u_2 \approx (\nu\omega_c)^{1/2}, \quad (11)$$

которая характеризует скорость раскроя материала древесины в вязкотекучем состоянии, определяемом диссипативностью.

На основании (8) и (11) составим отношение скоростей образования температурного и диссипативного подслоев

$$u_2 / u_1 = (\nu\omega_c)^{1/2}/(a\omega)^{1/2},$$

для материала древесины $\nu >> a$, а частота акустических колебаний струны существенно больше ее поперечных колебаний.

Уравнение энергии в окрестности критической точки струны можно записать в виде

$$\partial t^0 /\partial t = a\, \partial T^2/\partial r^2 + \beta(\partial u/\partial r)^2, \quad (12)$$

с учетом (6) и (10) оно принимает вид

$$\partial t^0 /\partial t = \omega (t^0{}_0 - t^0{}_\infty) \exp [-r(\omega/2a)^{1/2}] +$$
$$+ \beta \,|\, (\omega_c/2\nu)^{1/2}\ u_0 \exp [-r(\omega_c/2\nu)^{1/}\ (-\cos [\omega_c t -$$
$$-(\omega_c/2\nu)^{1/2} r] +$$
$$+ \sin[[\omega_c t - (\omega_c/2\nu)^{1/2} r]\ )^2 .$$

При $r = 0$

$$\partial t^0 /\partial t =\omega (t^0{}_0 - t^0{}_\infty) + \beta \,|\, (\omega_c/2\nu)^{1/2} u_0 [-\cos\omega_c t +$$
$$+\sin \omega_c t] \,|^2 ,$$

или

$$\partial t^0 /\partial t=\omega (t^0{}_0 - t^0{}_\infty)+ \beta (\omega_c/2\nu) u^2{}_0 [1- \sin 2\omega_c t], \quad (13)$$

после интегрирования (13) приходим к выражению

$$(t^0 - t^0{}_\infty = \omega (t^0{}_0 - t^0{}_\infty) t + \beta (\omega_c/2\nu) u^2{}_0 t-$$
$$- (\beta u^2{}_0 /4\nu)(1- \cos 2\omega_c t),$$

Или

$$(t^0 - t^0{}_\infty = \omega (t^0{}_0 - t^0{}_\infty) t + \beta A^2(\omega^3{}_c/2\nu) t -$$
$$- (\beta A^2\omega^2{}_c/4\nu)(1- \cos 2\omega_c t). \quad (14)$$

Отметим, что согласно (2) и (2а) учет упругой составляющей деформации приводит к еще большему увеличению диссипативной энергии, а следовательно к увеличению температуры материала древесины, прилегающего к струне.

Динамическую картину состояния струны в материале древесины построим на основании исследования уравнения движения

$$m\, d^2x/dt^2 + 2T \sin \theta + r\, dx/dt = F_0 \exp(i\omega t), \quad (15)$$

здесь масса струны в зоне контакта струны с изделием

$$m = \rho\pi R^2 l ,$$

где ρ – плотность материала струны, R – радиус струны, l – толщина изделия, x – продольная координата перемещения, t – время, ω – вынужденная частота возбуждающей силы, θ – угол отклонения струны от вертикального положения, T – натяжение струны, $2L$ – длина растянутой струны. Сопротивление r можно оценить формулой

$$r = 3\mu l ,$$

где μ – динамическая вязкость.

При малых углах отклонения струны от вертикального положения уравнение (15) можно записать в виде

$$md^2x/dt^2 + 2T xL^{-1} + r\, dx/dt = F_0 \exp(i\omega t) . \quad (16)$$

Введем параметры

$$s_1 = 2T_0/ma , \ r_1 = r/m , f = F_0/m ,$$

тогда получаем представление

$$d^2x/dt^2 = - s_1 x - r_1 dx/dt + f \exp(i\omega t). \quad (17)$$

Решение уравнения (17) выполним при $x = Ae^{i\omega t}$,поэтому приходим к уравнению

$$(A\, i^2\omega^2 + s_1A + i\omega r_1A)\, e^{i\omega t} = f\, e^{i\omega t} , \quad (18)$$

из которого следует значение амплитуды

$$A = f / (s_1 - \omega^2 + i\omega r_1) , \quad (19)$$

поэтому получаем представление координаты в виде

$$x = f\, e^{i\omega t} / (s_1 - \omega^2 + i\omega r_1). \quad (20)$$

Согласно (19) и (20) скорость колебания струны в материале древесины

$$v = dx/dt = - A\omega \sin \omega t ,$$

среднее значение квадрата скорости колебания струны за период колебания равно

$$v^2{}_{ср} = ½ A^2 \omega^2,$$

оно характеризует кинетическую энергию, подводимую к струне.

Выводы. Создание высоких экологически безопасных технологий, обеспечивающих высокое качество поверхностей раскроя древесных изделий, связано с проявлением свойств вязкотекучести материала древесины как растительного полимера в высокоградиентных и высокоскоростных термоакустических полях, создаваемых тонкими инструментами.

Высокочастотные колебания струны, являясь основным источником диссипативной энергии в материале древесины, позволяют снижать ее температуру и формировать более глубокий вязкотекучий подслой материала, прилегающего к струне, по сравнению с температурным.

Литература

1. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. М.: Лесн. пром-сть, 1986. 366 с.

2.Базаров С.М., Семенова Н.И. Движение материала древесины в вязкотекучем состоянии. СПб.: СПбГЛТА, 2007. 68 с.