

**КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖЕСТКОЙ ШЕРОХОВАТОЙ
ПОВЕРХНОСТИ С УПРУГИМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ ЧЕРЕЗ СЛОЙ
ВЯЗКОУПРУГОГО ПОКРЫТИЯ**

Рассмотрено влияние толщины вязкоупругого покрытия и времени контактирования на относительную площадь контакта. Для описания вязкоупругих процессов использованы теория наследственности Больцмана-Вольтерра и ядро интегрального уравнения Бронского-Слонимского.

Ключевые слова: вязкоупругий контакт, тонкослойное покрытие, шероховатая поверхность, относительная площадь контакта.

Перспективным направлением, обеспечивающим повышение эксплуатационных показателей уплотнений и узлов трения, является нанесение на их рабочие поверхности полимерных покрытий. Опыт эксплуатации уплотнений и узлов трения с такими покрытиями показывает, что их уплотнительная способность и антифрикционные свойства определяются не только свойствами материала покрытия, но и его толщиной.

Известные рекомендации по выбору толщины полимерного слоя основаны на экспериментальных данных, нередко противоречивых. Отсутствие теории контактного взаимодействия шероховатых поверхностей через полимерный слой не позволяет разработать надежные методы прогнозирования характеристик трения трибосопрежений и герметичности уплотнений на стадии проектирования, что требует проведения дорогостоящих и трудоемких испытаний по определению работоспособности узлов трения и уплотнений.

Многие полимеры обладают зависящей от времени связью между напряжениями и деформациями. Такое деформирование называют вязкоупругим. Простейшие модели вязкоупругих материалов, используемые в механике контактного взаимодействия, приведены в работе [1]. Они качественно правильно описывают поведение реальных вязкоупругих материалов, однако количественно недостаточно воспроизводят опытные данные.

Для описания вязкоупругих процессов в полимерах используется теория наследственности Больцмана-Вольтерра [2]. Основные уравнения линейной вязкоупругости имеют вид:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E} \int_0^t R(t-\tau)\delta(\tau)d\tau; \quad (1)$$

$$\sigma(t) = E\epsilon(t) - E \int_0^t S(t-\tau)\epsilon(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где $R(t)$, $S(t)$ соответственно ядро и резольвента интегрального уравнения, между которыми существует связь

$$S(t) - R(t) = \int_0^t R(t-\tau)S(\tau)d\tau.$$

На практике в качестве $R(t)$ и $S(t)$ выбирают обычно аналитические функции, содержащие экспериментальные параметры. Как следует из анализа ядер интегральных уравнений, проведенного в работе [3], при необходимости большой точности следует использовать ядро в виде суммы экспоненциальных функций [4]

$$R(t) = \sum_{i=1}^m A_i \exp(-p_i t) \quad (3)$$

Его резольвента имеет вид

$$S(t) = \sum_{i=1}^m B_i \exp(-q_i t).$$

Константы B_i и q_i определяются из системы $2m$ уравнений

$$\sum_{i=1}^m \frac{A_i}{q_i - p_i} = 1; \quad \sum_{i=1}^m \frac{B_i}{q_i - p_i} = 1.$$

Отношение длительного модуля упругости к мгновенному

$$\frac{E_\infty}{E_0} = \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{A_i}{p_i} \right)^{-1}.$$

Достаточно полно описывает экспериментальные данные параметрическое ядро Колгунова

$$R(t) = A \exp(-pt^\alpha) \cdot t^{\beta-1}, \quad p > 0, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1; \quad (4)$$

отношение модулей

$$\frac{E_\infty}{E_0} = \frac{\alpha p^{\beta/\alpha}}{\alpha p^{\beta/\alpha} + \Gamma(\beta/\alpha)},$$

где $\Gamma(x)$ – гамма функция.

Значительно ранее ядро типа (4) было предложено А.П. Бронским и Г.П. Слонимским [4]. Это ядро получается из (4), если в нем положить $\alpha = \beta$:

$$R(t) = A \exp(-pt^\beta) \cdot t^{\beta-1}, \quad p > 0, \quad 0 < \beta < 1; \quad (5)$$

отношение модулей

$$\frac{E_\infty}{E_0} = \frac{p\beta}{p\beta + A}.$$

Уравнения (1) и (2) можно представить в виде

$$\epsilon(t) = \sigma \bar{D}, \quad (6)$$

$$\sigma(t) = \epsilon \bar{E}, \quad (7)$$

* - автор, с которым следует вести переписку.

где $\bar{D} = E^{-1}(1 + \int_0^t R(t-\tau)d\tau)$; $\bar{E} = E(1 - \int_0^t S(t-\tau)dt)$ – линейные интегральные операторы первого порядка.

В соответствии с выражением (6) для получения реологического уравнения наследственной теории Больцмана-Вольтерра нужно заменить в законе Гука упругую постоянную соответствующим оператором первого порядка.

Параметры ядер (3), (4) и (5) можно определить, используя выражения Герца для внедрения жесткой сферы радиусом r в упругое полупространство под действием силы P . Радиус площадки контакта a и нормальные напряжения σ_z на ней

$$a^3 = \frac{3P \cdot r(1-\mu^2)}{4E}, \quad (8)$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi a^2} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}, \quad (9)$$

где μ – коэффициент Пуассона, $0 < r < a$ – координата.

Если в соответствии с принципом Вольтерра заменить упругий модуль на соответствующий ему оператор и предположить, что $\mu = const$, получим

$$a^3(t) = \frac{3P \cdot r(1-\mu^2)}{4E} \left(1 + \int_0^t R(t-\tau)d\tau\right); \quad (10)$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi a^2(t)} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a(t)}\right)^2}. \quad (11)$$

Учитывая, что радиус площадки контакта в начальный момент a_0 определяется выражением (8), а

$$a(t) = \frac{3P \cdot r(1-\mu^2)}{4E(t)},$$

получим

$$\left[\frac{a(t)}{a_0}\right]^3 = \frac{E_0}{E(t)} = 1 + \int_0^t R(t-\tau)d\tau.$$

Для определения функции $R(t)$ используем ядро Бронского-Слонимского (5)

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{1}{1 + A \int_0^t \exp(-pt^\beta)t^{\beta-1}} = \frac{p\beta}{p\beta + A(1 - \exp(-pt^\beta))}, \quad (12)$$

где параметры ядра A, p, β для разных материалов могут быть определены исходя из данных таблицы 2.9 справочника [2].

Учитывая методику обработки опытных данных [2] и обозначая $y_1 = E_1/E_0$ при $t_1 = 1$ мин,

$y_2 = E_2/E_0$ при $t_2 = 50,5$ мин и $y_3 = E_\infty/E_0$, для постоянных выражений (6) получим

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\ln\left(\frac{(1-y_3/y_1)/(1-y_3)}{(1-y_3/y_2)/(1-y_3)}\right)}{\ln(t_1/t_2)}\right)}{\ln(t_1/t_2)},$$

$$p = -t_2^{-\beta} \ln\left(\frac{y_2 - y_3}{y_2(1-y_3)}\right),$$

$$A = p\beta(y_3^{-1} - 1).$$

Для полиамида ПАМ-50-67: $p = 0,188$; $\beta = 0,463$; $A = 0,08$. Для поликарбоната ПК-2: $p = 0,457$; $\beta = 0,369$; $A = 0,099$.

В работе [3] определена зависимость относительной площади контакта $\eta(t)$ для одноуровневой модели шероховатости при контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим полупространством. Однако представляет значительный интерес влияние на контактные характеристики толщины вязкоупругого покрытия на упругом полупространстве.

Рассмотрим слоистое тело, которое состоит из вязкоупругого покрытия толщиной δ с упругими характеристиками μ_1 и $E_1(t)$, и основного материала с упругими характеристиками μ_0 и E_0 .

Ранее аналогичная задача решалась только для упругого покрытия с упругими характеристиками μ_1 и $E_1 = const$. Точное решение этой задачи при осесимметричном нагружении приведено в [2], однако оно трудоемко для инженерных расчетов. В работе [5] для этой цели предложено использовать теорию Герца. На основе достоверных результатов для крайних значений $\delta = 0$ и $\delta = \infty$ и с использованием двухточечной аппроксимации Паде получено выражение для безразмерного упругогеометрического параметра, с помощью которого определяются упругая постоянная слоистого полупространства и все основные характеристики при его осесимметричном нагружении.

Авторами [6], [7] и [8] на основании жесткостной модели определена упругая характеристика полупространства и полуплоскости с однослойным покрытием для любых значений δ .

$$\theta_{01}(\bar{\delta}) = \theta_1 F(\bar{\delta}), \quad (13)$$

где

$$F(\bar{\delta}) = \frac{1}{K_1(0)} \left[\frac{(K_1(0) - K_1(\bar{\delta}_1))^2}{K_{01}(0) - K_{01}(\bar{\delta}_1)} + K_1(\bar{\delta}_1) \frac{K_0(\bar{\delta}_1) \theta_0}{K_{01}(\bar{\delta}_1) \theta_1} \right], \quad (14)$$

$$\theta_i = \frac{1 - \mu_i^2}{E_i}; \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{a}; \quad K_i(\bar{\delta}) = K_i(\bar{\delta}, \mu_i);$$

$$K_i(\bar{z}, \mu_i) = \operatorname{arccotg} \bar{z} - \frac{\mu_i}{1 - \mu_i} \bar{z}(1 - \bar{z} \operatorname{arccotg} \bar{z}); \quad (15)$$

$\bar{z} = z/a$ – относительная координата; a – радиус площадки нагружения полупространства герцевской нагрузкой (при $a = a_r$ – радиус площадки контакта при внедрении сферического индентора).

Так как значения функции (15) для $\mu_i = 0,3..0,5$ изменяются незначительно, то с погрешностью менее 1 % можно принять

$$\mu_{01} = \mu_1 - \frac{\mu_1 - \mu_0}{[1 - \theta_0/\theta_1]} F(\delta).$$

Для случая контакта гладкой жесткой сферы со слоистым полупространством сближение тел определяется выражением

$$\omega_{01} = \omega_1 [F(\delta)]^{\frac{2}{3}}.$$

Для радиуса контакта и максимального давления имеем

$$a_{01} = a_1 [F(\delta)]^{\frac{1}{3}}, \quad p_{01} = p_0 [F(\delta)]^{\frac{2}{3}}.$$

Используя выражения (13) и (14), для вязкоупругого покрытия получим

$$\theta(\bar{\delta}, t) = \theta_1(t) \cdot F(\bar{\delta}, t); \quad (16)$$

$$F(\bar{\delta}, t) = \frac{1}{K_1(0)} \left[\frac{(K_1(0) - K_1(\bar{\delta}))^2}{K_{01}(0) - K_{01}(\bar{\delta})} + K_1(\bar{\delta}) \frac{K_0(\bar{\delta})}{K_{01}(\bar{\delta})} \frac{\theta_0}{\theta_1(t)} \right]; \quad (17)$$

$$\theta_1(t) = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1(t)}.$$

При определении K_i $a = a_0$ – начальный радиус площадки контакта в случае внедрения сферы в вязкоупругое покрытие.

При контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим покрытием для отдельной неровности параметр δ можно представить в виде

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{a_{01}(t)} = \frac{\delta}{a_c} \cdot \frac{a_c}{a_0 [F(t)]^{\frac{1}{3}}} = \gamma \cdot \eta_{0i}^{-0,5} [F(t)]^{\frac{1}{3}}, \quad (18)$$

где $\gamma = \delta/a_c$ – относительная толщина покрытия;

$\eta_{0i} = \frac{a_{r0}^2}{a_c^2}$ – относительная площадь контакта для

отдельной неровности при $t = 0$; a_c – радиус площадки, приходящейся на одну неровность.

Таким образом, для каждой контактирующей неровности согласно выражению (13) имеем

$$\theta_i(\bar{\delta}, t) = \theta_i(\gamma, \eta_{0i}, t) = \theta_1(t) F(\gamma, \eta_{0i}, t), \quad (19)$$

т. е. при использовании дискретной модели шероховатости, у которой вершины сферических не-

ровностей распределены по высоте, для каждой неровности в зависимости от η_{0i} будет свое значение θ_i .

Аналитическое определение относительной площади контакта для такой шероховатой поверхности требует дополнительного исследования и представляет отдельную задачу, так как ранее аналогичная задача решалась только для упругого слоистого полупространства [9-11]. Поэтому вначале определим влияние толщины вязкоупругого покрытия на контактные характеристики одноуровневой модели шероховатости.

Согласно данным [2] для одноуровневой модели шероховатости безразмерный силовой упруго-геометрический параметр

$$F_q = \frac{\theta q_c a_c}{\omega R_{\max}}, \quad (20)$$

где q_c – контактное давление; R_{\max} – максимальная высота микронеровностей; ω – относительная средняя высота неровностей, для одноуровневой модели $\omega = 1$.

При учете взаимного влияния неровностей относительная площадь контакта η определяется из выражения

$$F_q = \frac{8\eta^{1,5}}{3\pi[1 - \psi_\eta(\eta)]}, \quad (21)$$

$$\text{где } \psi_\eta(\eta) = \frac{2}{\pi} [\arcsin \eta^{0,5} - \sqrt{\eta(1-\eta)}]. \quad (22)$$

С учетом выражений (12), (20) и (21) из условия постоянства величины контактного давления q_c получим следующее выражение для относительной площади контакта при контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим полупространством:

$$\eta_t = \eta_0 \left[\frac{1 - \psi(\eta_t)}{1 - \psi(\eta_0)} \cdot \frac{p\beta + A(1 - e^{-p\beta})}{p\beta} \right]^{\frac{2}{3}}, \quad (23)$$

где η_0 – определяется из выражения (21) при заданном q_c и мгновенном модуле упругости E_{10} .

При контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим покрытием с относительной толщиной γ относительная площадь контакта η_1 при условии постоянства q_c определяется из выражения

$$\eta_1 = \eta_0 \left[\frac{1 - \psi(\eta_1)}{1 - \psi(\eta_0)} \cdot F_1(\bar{\delta}) \right]^{\frac{2}{3}}, \quad (24)$$

где $\bar{\delta} = \gamma \cdot \eta_0^{-0,5}$.

Для $t = 0$, используя выражения (20) и (21), имеем

$$\frac{\theta_1(0) F(\bar{\delta}) q_c a_c}{\omega R_{\max}} = \frac{8\eta_1^{1,5}}{3\pi[1 - \psi(\eta_1)]}; \quad (25)$$

в момент времени t аналогично получим

$$\frac{\theta_1(t)F(\bar{\delta}, t)q_c a_c}{\omega R} = \frac{8\eta_{it}^{1.5}}{3\pi[1-\psi(\eta_{it})]}. \quad (26)$$

Из условия равенства контактного давления q_c из выражений (25) и (26) следует

$$\eta_{it}(t) = \eta_{it} = \eta_i \left[\frac{1-\psi(\eta_{it})}{1-\psi(\eta_i)} \cdot \frac{F(\bar{\delta}, t)}{F(\bar{\delta})} \cdot \frac{p\beta}{p\beta + A(1-e^{-p\beta t})} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (27)$$

Для демонстрации влияния толщины вязкоупругого покрытия на относительную площадь контакта используем следующий алгоритм. Задаем значение относительной площади контакта η_0 . Из выражений (20) – (21) определяем соответствующее значение q_c при $\theta_1(0)$. По выражению (23) определяем зависимость $\eta_{it}(t)$ при контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим полупространством. Из условия равенства q_c по выражению (24) определяем относительную площадь контакта $\eta_i(0)$ для относительной толщины покрытия γ . Затем из равенства q_c по выражению (27) определяем зависимость $\eta_{it}(t)$.

В качестве примера на рис. 1 представлены зависимости $\eta_{it}(t)$ при $\eta_0 = 0,2$ для относительной толщины вязкоупругого покрытия γ , равной: 5; 2; 0,5; 0,2; 0,1; 0,05. При $\gamma = 5$ значение $\eta_{it}(0) = 0,195$, что близко к $\eta_0 = 0,2$ для вязкоупругого полупространства. При $\gamma = 0,05$ $\eta_{it}(0) = 0,053$, что составляет всего 26,5 % от η_0 . Увеличение значений $(\eta_{it}(100) - \eta_{it}(0))$ с ростом относительной толщины покрытия возрастает от 0,023 при $\gamma = 0,05$ до 0,072 при $\gamma = 5$.

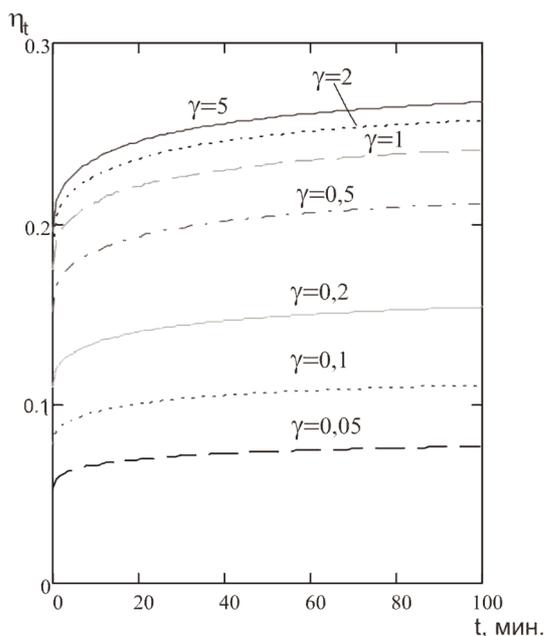


Рис. 1. Зависимость относительной площади контакта от времени при разных значениях относительной толщины покрытия γ .

На рис. 2 представлены зависимости $\eta_{it}(t)$ для $\gamma = 1$ при разных значениях q_c , обеспечивающих значения η_0 при контактировании шероховатой поверхности с вязкоупругим полупространством, равных: 0,2; 0,4; 0,6. В процентном отношении величина $(\eta_{it}(100) - \eta_{it}(0)) / \eta_{it}(0)$ с ростом η_0 уменьшается и для указанных значений η_0 составляет соответственно 38,2; 28,1 и 14 %.

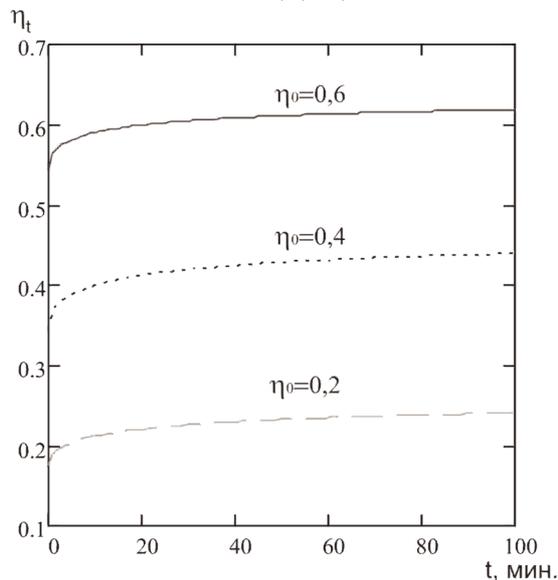


Рис. 2. Зависимость относительной площади контакта от времени при разных значениях η_0 .

Таким образом, получены аналитические выражения, позволяющие оценить влияние толщины вязкоупругого покрытия и времени контактирования на относительную площадь контакта.

Литература

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
2. Макушкин А.П. Полимеры в узлах трения и уплотнениях при низких температурах. М.: Машиностроение, 1993. 288 с.
3. Огар П.М., Шеремета Р.Н., Лханаг Д. Герметичность металлополимерных стыков шероховатых поверхностей. Братск: Изд-во БрГУ, 2006. 159 с.
4. Москвитин Б.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. М.: Наука, 1972. 328 с.
5. Воронин Н.А. Применение теории упругого контакта Герца к расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Трение и износ. 1993. Т.14, № 5. С. 250-258.
6. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. К расчету напряженно-деформированного состояния слоистого упругого тела // Труды Братского гос. ун-та. Серия: Естест-

венные и инженерные науки - развитию регионов Сибири. 2006. Т.2. - С. 297-302.

7. Огар П.М., Ключев Е.А., Максимова О.В. Упругая характеристика слоистой полуплоскости // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2007. № 14. С.66-68.

8. Огар П.М., Ключев Е.А., Максимова О.В. Инженерная методика определения упругих характеристик топокомполитов // Системы. Методы. Технологии. 2010. № 1. С. 19-22.

9. Огар П.М., Максимова О.В., Автушко А.Н., Устюжанин Е.В. Контакт шероховатой поверхности со слоистым упругим полупространством // Труды Братского гос. ун-та. Серия: Естественные и инженерные науки - развитию регионов Сибири. 2006. Т.2. – С. 302-307.

10. Огар П.М., Максимова О.В., Тарасов В.А. Относительная площадь контакта при взаимодействии шероховатой поверхности с упругим слоистым полупространством // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2008. № 3. С. 49-51.

11. Огар П.М., Максимова О.В., Тарасов В.А. Влияние толщины покрытия на относительную площадь контакта сопряжений деталей машин // Системы. Методы. Технологии. 2009. № 2. С. 13-15.