

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА КОПАНИЯ ГРУНТА ВИБРИРУЮЩИМ КОВШОВЫМ РАБОЧИМ ОРГАНОМ ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Предложена математическая модель движения грунта по вибрирующей поверхности ковшевого рабочего органа при отрицательной температуре. Проведен анализ влияния высокочастотных колебаний на силы сопротивления сдвигу грунта по поверхности скольжения при отрицательной температуре, который показывает, что сопротивление сдвигу пласта определяется величиной давления ультразвуковых волн, действующего на грунт со стороны поверхности скольжения, и в значительной степени зависит от акустических свойств грунта. Установлено, что снижение силы сопротивления сдвигу пласта грунта по поверхности скольжения при воздействии ультразвуковых колебаний может осуществляться главным образом за счет уменьшения сил сцепления и трения грунта по металлу.

Ключевые слова: математическая модель, вибрирующая поверхность, сопротивление сдвигу грунта, отрицательная температура.

Приведенная в статье модель процесса сдвига пласта грунта по поверхности скольжения, излучающей высокочастотные колебания, разработана с использованием метода приближенного физического моделирования с разделением линейных масштабов по осям координат [1].

Использование приближенного метода моделирования с разделением масштабов по осям координат позволяет вести исследование без изменения свойств среды. Основным требованием является создание условий распространения в модели волн колебательного процесса, тождественных натуре.

Для описания процесса распространения колебаний ультразвукового и звукового диапазона частот воспользуемся общим уравнением распространения упругих волн в среде [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[(\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] = \frac{\gamma_r \partial^3 u}{g \partial t^3} + \frac{\gamma_r \partial^2 u}{g t_2 \partial t^2} + \frac{k \partial^2 u}{t_2 \partial x^2},$$

где λ , G – константы Ляме; u – перемещение; γ_r – объемная масса (плотность) среды; k – модуль объемного сжатия; t_2 – время релаксации (для данного процесса $t_2 = G/\eta'$); η' – вязкость среды для случая воздействия на нее высокочастотных колебаний.

Рассмотрим процесс копания. Задача о снижении усилия копания при уменьшении трения на внутренней поверхности ковша может быть рассмотрена при следующем допущении: в конечной стадии наполнения ковша грунтом стружка движется вдоль передней стенки и днища, преодолевая силы внешнего и внутреннего трения. Трением стружки о стенки ковша можно пренебречь. Математическое выражение процесса движения вырезанного пласта грунта для рассматриваемого случая составляют в соответствии с расчетной схемой на рис. 1.

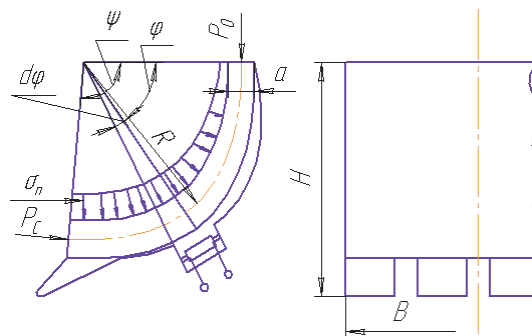


Рис. 1. Схема движения стружки грунта по криволинейной поверхности скольжения рабочего органа (ковша), излучающей колебания высокой частоты:

P_0 – сила, препятствующая движению пласта; H – высота, на которую поднимается грунт по поверхности скольжения; σ_n – нормальное напряжение, возникающее на рассматриваемой поверхности; a – толщина слоя грунта; B – ширина ковша

Силы, действующие на пласт грунта, приведены на рис. 2. Предполагается, что грунт, составляющий пласт, является несжимаемым.

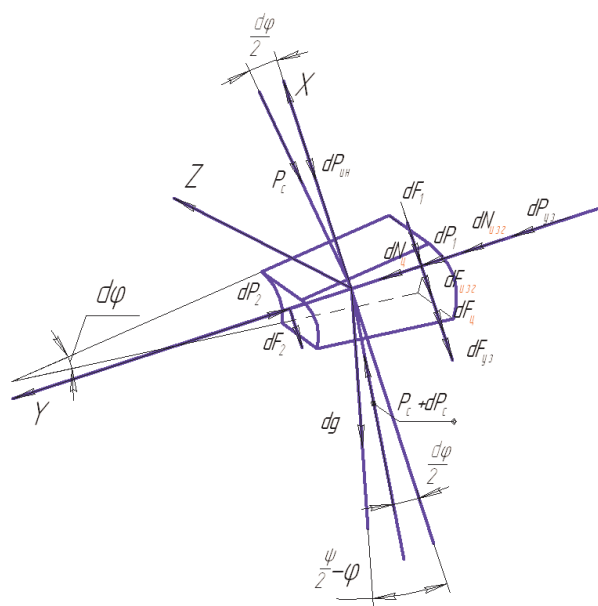


Рис. 2. Схема сил, действующих на элемент пласта грунта

Выделенный объем грунта совершает движение по криволинейной поверхности рабочего органа. Одновременно со стороны поверхности скольжения осуществляется ультразвуковое воздействие на грунт. Под действием ультразвуковой волны, распространяющейся в радиальном направлении, частицы грунта совершают колебательные движения относительно своего положения равновесия. Воздействие высокочастотных колебаний (звукового и ультразвукового диапазона частот) приводит к изменению сил вязкостного трения, вызывая в определенных условиях появление эффекта тиксотропии.

$$dP_2 + (P_C + dP_C) \sin \frac{d\varphi}{2} + P_C \sin \frac{d\varphi}{2} - dN_{\text{Ц}} - dP_1 - dN_{\text{изг}} + dg \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right) + dP_{\text{УЗ}} = 0,$$

где φ – угол, определяющий положение элемента на поверхности; Ψ – центральный угол поверхности скольжения.

Принимая во внимание, что $dP_1 \approx dP_2$;
 $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$; $dP_C \frac{d\varphi}{2} \rightarrow 0$, имеем

$$dF_1 + dF_2 + dF_{\text{изг}} + dF_{\text{Ц}} + P_C \cos \frac{d\varphi}{2} + dP_{\text{ин}} + dg \cos \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right) - (P_C + dP_C) \cos \frac{d\varphi}{2} + dF_{\text{УЗ}} = 0. \quad (2)$$

В этом выражении вес элементарного объема грунта

$$dg = \gamma_r a R \cdot d\varphi \cdot dz,$$

где R – радиус кривизны поверхности скольжения; a – толщина стружки.

Касательная составляющая сил инерции

$$dP_{\text{ин}} = \frac{\gamma_r}{g} dx dy dz \frac{dV_x}{dt},$$

где V_x – скорость движения стружки грунта по поверхности скольжения.

Так как $\cos \frac{d\varphi}{2} \approx 1$, полагаем в первом приближении, что сила трения $dF_1 \approx dF_2 \approx dF_{\tau}$.

Величину dF_{τ} можно записать в форме функций от касательных напряжений:

$$dF_{\tau} = \tau_{\text{п}} R \cdot d\varphi \cdot dz,$$

где $\tau_{\text{п}}$ – касательное напряжение в плоскости сдвига.

С учетом зависимостей, представленных в [2],

$$\tau_{\text{п}} = \frac{fP + f_1 P_{\text{л}} S}{S} = f_{\text{пр}} \frac{P}{S},$$

Выделенный элементарный объем грунта находится под действием следующих сил: силы веса dg ; силы инерции ($dP_{\text{и}}$ – касательная составляющая, $dN_{\text{Ц}}$ – нормальная составляющая); сил давления $dP_{1,2}$; сил трения $dF_{1,2}$; силы сопротивления $dN_{\text{изг}}$, являющейся следствием изгиба пласта; силы давления ультразвука $dP_{\text{УЗ}}$, действующей нормально поверхности скольжения грунта и силы трения $dF_{\text{УЗ}}$ возникающей от силы $dP_{\text{УЗ}}$.

Приложением к элементарному объему грунта силы P_C выполняется принцип Даламбера. Тогда сумма проекций сил на радиальное направление записываем в виде

$$\begin{aligned} dN_{\text{Ц}} + dN_{\text{изг}} + dP_{\text{УЗ}} &= \\ &= P_C d\varphi + dg \sin \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Сумма проекций сил на направление нормали к радиусу имеет вид

где S – площадь контакта; $f_{\text{пр}}$ – приведенный коэффициент трения; $p_{\text{л}}$ – удельная сила прилипания; P – равнодействующая сил нормального давления контакта; f – коэффициент пропорциональности для деформационной составляющей силы трения; f_1 – коэффициент пропорциональности для адгезионной составляющей силы трения.

Тогда,

$$dF_{\tau} = f_{\text{пр}} \frac{dP \cdot R \cdot d\varphi}{dx}.$$

От действия центробежной силы инерции $dN_{\text{Ц}}$, силы, изгибающей пласт, $dN_{\text{изг}}$ и силы давления ультразвуковой волны на пласт $dP_{\text{УЗ}}$ появляются касательные силы трения, соответственно $dF_{\text{Ц}}$, $dF_{\text{изг}}$, $dF_{\text{УЗ}}$.

Их сумма равна:

$$dF_{\text{Ц}} + dF_{\text{изг}} + dF_{\text{УЗ}} = t g \delta' (dN_{\text{Ц}} + dN_{\text{изг}} + dP_{\text{УЗ}}),$$

где δ' – угол внешнего трения грунта по поверхности скольжения при воздействии ультразвука.

Силу давления ультразвуковой волны можно представить в виде произведения давления, создаваемого волной, на площадь [3]:

$$dP_{\text{УЗ}} = dp_{\text{УЗ}} R \cdot d\varphi \cdot dz = 2\pi f_{\text{УЗ}} dA_{\text{УЗ}} C \frac{\gamma_r}{g} R \cdot d\varphi \cdot dz.$$

где f_{y3} – частота колебаний; A_{y3} – амплитуда колебаний; C – скорость распространения волн в грунте.

На основании выражения (1) имеем

$$dP_C - P_C \operatorname{tg} \delta' d\varphi = 2 f_{np} \frac{dP \cdot R \cdot d\varphi}{dx} + \gamma_r d \cdot \operatorname{tg} \delta' \sin \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right) \times \\ \times R \cdot d\varphi \cdot dz + \gamma_r \cos \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right) \cdot R \cdot d\varphi \cdot dy \cdot dz + \frac{\gamma_r}{g} \cdot \frac{dV_x}{dt} \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (3)$$

По данным профессора В.И. Баловнева, влияние радиуса кривизны при $R/H \geq 0,9$ на изменение сопротивления пласта незначительно. Для случая движения пласта по плоской поверхности вдоль направления оси X уравнение (3) имеет вид

$$dP_C = 2 f_{np} \cdot dP + \frac{\gamma_r}{g} \cdot \frac{dV_x}{dt} dx dy dz,$$

$$dP_C = 2(4,42 + 0,15P + 0,2W + 0,58T - 0,07t + 330,5D - \\ - 24 \cdot D \cdot T + 59D \cdot t + 0,01P \cdot W - 0,01P \cdot T - 0,03W \cdot T - \\ - 19 \cdot 10^4 D^2 - 0,01P^2 - 0,02W^2 - 0,01t^2) \cdot dx dz + \frac{\gamma_r}{g} \cdot \frac{dV_x}{dt} \cdot dx \cdot dy \cdot dz, \quad (4)$$

где P – давление прижатия грунта, кПа; T – температура в зоне контакта, °С; W – относительная влажность грунта, %; t – продолжительность контакта, с; D – дисперсность грунта, мм.

Уравнение неразрывности (сплошности) движущегося пласта грунта при распространении упругой волны имеет вид

$$\frac{\partial \gamma_r}{\partial t} + \gamma_r \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + V_x \frac{\partial \gamma_r}{\partial x} + V_y \frac{\partial \gamma_r}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

где V_x, V_y – проекции скорости сдвига грунта.

Граничные условия на поверхности скольжения стружки по грунту и металлу имеют следующий вид:

при $\varphi = 0$ $P_C = P_0$; при $\varphi = \Psi$ $P_C = P_{C_{\max}}$;

при $t = 0$ коэффициент сцепления $C'_W = C_W$,

угол внутреннего трения $\rho' = \rho$, угол внешнего трения $\delta' = \delta$;

при $t = t$ $C'_W = C_{W_{y3}}$, $\rho' = \rho_{y3}$, $\delta' = \delta_{y3}$.

Граничные условия определяют, что воздействие ультразвука на грунт начинается при $t = t$.

Таким образом, выражение (4) представляет **математическую модель движения грунта по вибрирующей поверхности рабочего органа** для определения силы сопротивления сдвигу грунта в плоскости ковша при наложении на него ультразвуковых колебаний.

$$dF_{ц} + dF_{изг} + dF_{y3} = P_C \operatorname{tg} \delta' d\varphi + dgtg \delta' \sin \left(\varphi - \frac{\Psi}{2} \right).$$

Выполнив в (2) соответствующие подстановки, получаем

где P_C – сила сопротивления сдвигу грунта в плоскости ковша.

С учетом полученных экспериментально зависимостей (8) **сила сопротивления сдвигу грунта в плоскости ковша** равна

Рассмотрим процесс выгрузки грунта [4]. Уравнение сдвига грунта по плоской поверхности скольжения для рассматриваемого случая составляются на основании расчетной схемы для элементарного объема с учетом действующих на него сил (рис. 3).

На элементарный объем грунта действуют следующие силы: сила веса dg , сила давления прижатия dP , силы трения dF , сила давления упругой волны dP_{y3} , действующей нормально поверхности скольжения грунта и силы трения dF_{y3} , возникающей от силы dP_{y3} , силы инерции $dP_{и}$.

Сдвигающее усилие равно сумме проекций сил на ось X :

$$dP_C = dF + dF_{y3} - dg \sin \alpha + dP_{и},$$

где α – угол наклона поверхности скольжения.

Полагаем в первом приближении, что $dF_1 \approx dF_\tau$.

Сопротивление сил трения элемента грунта о металлическую поверхность скольжения:

$$dF_\tau = \tau_{и} \cdot dx \cdot dz = \gamma_r \cdot \operatorname{tg} \delta' \cdot dx \cdot dy \cdot dz,$$

где $\tau_{и}$ – касательное напряжение в плоскости сдвига; γ_r – объемная масса грунта; $\operatorname{tg} \delta'$ – коэффициент трения грунта по поверхности скольжения при воздействии упругих колебаний; dx, dy, dz – линейные размеры элементарного объема.

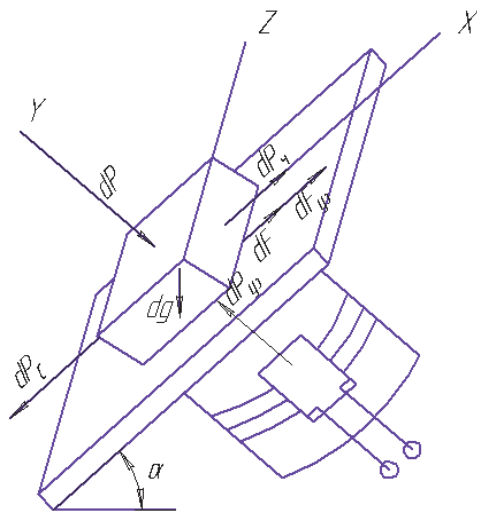


Рис. 3. Схема расчетной модели процесса движения элемента грунта по поверхности, излучающей колебания звукового и ультразвукового диапазона

Сопротивление от сил инерции

$$dP_{и} = \frac{\gamma_r}{g} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \frac{dV_x}{dt},$$

Тогда *сдвигающее усилие*

$$dP_C = \gamma_r dx dz \left[\frac{dx dz}{dP} (4,42 + 0,15P + 0,2W + 0,58T - 0,07t + 330,5D - 24DT + 59DT + 0,01PW - 0,01PT - 0,03WT - 19 \cdot 10^4 D^2 - 0,01P^2 - 0,02W^2 - 0,01t^2) \cdot (dy + \frac{2\pi}{g} f_{y3} \cdot dA_{y3} \cdot C) - dy \sin \alpha + \frac{dV_x}{dt} \frac{dy}{g} \right], \quad (6)$$

Уравнение неразрывности (сплошности) движущегося пласта грунта при распространении упругой волны определяется соотношением (5).

Начальные и конечные условия имеют следующий вид:

при $t = 0$ коэффициент сцепления $C'_w = C_w$, угол внутреннего трения $\rho' = \rho$, угол внешнего трения $\delta' = \delta$;

при $t = t$ $C'_w = C_{w_{y3}}$, $\rho' = \rho_{y3}$, $\delta' = \delta_{y3}$.

Таким образом по формуле (6) можно **определить сдвигающее усилие в процессе выгрузки грунта из ковша при наложении ультразвуковых колебаний.**

Анализ влияния высокочастотных колебаний на силы сопротивления сдвигу грунта по поверхности скольжения при отрицательной температуре показывает, что сопротивление сдвигу пласта определяется величиной давления ультразвуковых волн, действующего на грунт со стороны поверхности скольжения и в значительной степени зави-

где V_x – скорость сдвига грунта по поверхности скольжения.

Сопротивление сил трения от действия давления ультразвуковой волны:

$$dF_{y3} = 2\pi f_{y3} \cdot dA_{y3} \cdot C \frac{\gamma_r}{g} \operatorname{tg} \delta' \cdot dx \cdot dz.$$

Вес элементарного объема грунта

$$dg = \gamma_r \cdot dx dy dz.$$

Принимая $\operatorname{tg} \delta' = f_{пр}$ (приведенный коэффициент трения с учетом адгезии и действия ультразвука при смерзании), имеем

$$dP_C = \gamma_r f_{пр} \cdot dx dy dz + 2\pi f_{y3} dA_{y3} \cdot C \frac{\gamma_r}{g} f_{пр} \cdot dx dz - \gamma_r \cdot dx dy dz \sin \alpha + \frac{\gamma_r}{g} dx dy dz \frac{dV_x}{dt}.$$

После соответствующих преобразований

$$dP_C = \gamma_r dx dz \left(f_{пр} dy + \frac{2\pi}{g} f_{y3} \cdot dA_{y3} \cdot C f_{пр} - dy \sin \alpha + \frac{dV_x}{dt} \frac{dy}{g} \right),$$

где $f_{пр}$ – определено экспериментально [2].

сит от акустических свойств грунта. Снижение силы сопротивления сдвигу пласта грунта по поверхности скольжения при воздействии ультразвуковых колебаний может осуществляться главным образом за счет уменьшения сил сцепления и трения грунта по металлу. Количественную оценку наблюдаемого эффекта определим экспериментально.

Условия приближенного физического моделирования процесса сдвига грунта по поверхности, излучающей колебания звукового и ультразвукового диапазона частот, определяются основными критериями подобия [1]. Приближенное физическое моделирование процесса сдвига грунта по поверхности, излучающей высокочастотные колебания, целесообразно проводить с разделением масштабов по осям координат. Это позволяет вести исследование без изменения свойств среды и параметров оборудования интенсифицирующего действия. Для экспериментальных исследований были использованы методы многофакторного планирования.

Эффект оценивался по величине условно-мгновенного удельного коэффициента смерзания (УМУКС), за который принимают напряжение сдвига V , соответствующее началу перемещения образца грунта относительно рабочей поверхности и определяемое по формуле

$$V = \frac{P_c}{S},$$

где P_c – нагрузка, необходимая для сдвига металлической поверхности относительно образца грунта, Н; S – площадь рабочей части примороженного образца грунта, м². Напряжение сдвига V опреде-

лялось без внешнего воздействия ($V_{бв}$) и при ультразвуковом воздействии ($V_{уз}$).

Для проведения активного эксперимента выбран ротатабельный центральный композиционный план (РЦКП) для пятифакторной модели с линейным ядром плана на полуреплике 2^{5-1} и общим числом точек $N = 32$, план имеет «звездные точки» с плечом $\alpha = \pm 2$). Матрица планирования и результаты многофакторного эксперимента при ультразвуковом воздействии излучателя ПМС-6М приведены в табл. 1.

Таблица 1

Матрица планирования и результаты многофакторного эксперимента

№ опыта	Факторы					Функции отклика			
	D	P	W	T	t	$V_{бв}$, кПа	$V_{уз}$, кПа	$K_{эф.отн.}$	$K_{эф.}$
1	-1	-1	-1	-1	-1	29,1	2,81	0,767	4,28
2	1	-1	-1	-1	1	42,28	2,96	0,844	6,41
3	-1	1	-1	-1	1	62,67	5,07	0,815	5,39
4	1	1	-1	-1	-1	40,2	5,15	0,729	3,69
5	-1	-1	1	-1	1	105,51	2,42	0,949	19,71
6	1	-1	1	-1	-1	53,92	2,84	0,891	9,21
7	-1	1	1	-1	-1	48,34	2,00	0,905	10,48
8	1	1	1	-1	1	150,63	3,99	0,943	17,4
9	-1	-1	-1	1	1	128,02	4,91	0,936	15,56
10	1	-1	-1	1	-1	68,52	3,38	0,924	13,24
11	-1	1	-1	1	-1	82,06	6,75	0,857	7,00
12	1	1	-1	1	1	212,36	5,25	0,961	25,41
13	-1	-1	1	1	-1	124,35	4,31	0,943	17,41
14	1	-1	1	1	1	275,69	4,13	0,977	43,06
15	-1	1	1	1	1	294,98	14,61	0,929	14,16
16	1	1	1	1	-1	269,36	12,75	0,933	14,93
17	-2	0	0	0	0	50,24	5,07	0,806	5,15
18	2	0	0	0	0	120,39	4,06	0,941	17,05
19	0	-2	0	0	0	69,86	0,86	0,977	44,11
20	0	2	0	0	0	164,19	6,29	0,931	14,43
21	0	0	-2	0	0	68,54	5,15	0,865	7,42
22	0	0	2	0	0	292,39	5,65	0,965	28,61
23	0	0	0	-2	0	40,12	3,88	0,768	4,31
24	0	0	0	2	0	305,11	12,97	0,939	16,34
25	0	0	0	0	-2	59,53	4,39	0,867	7,50
26	0	0	0	0	2	239,45	7,22	0,946	18,51
27	0	0	0	0	0	185,74	8,92	0,913	11,52
28	0	0	0	0	0	179,37	7,02	0,921	12,58
29	0	0	0	0	0	192,03	8,42	0,918	12,21
30	0	0	0	0	0	187,36	8,19	0,917	12,06
31	0	0	0	0	0	184,53	7,75	0,917	12,11
32	0	0	0	0	0	184,41	7,22	0,918	12,17

Параметры оборудования для создания ультразвукового воздействия (их рациональные значения) в процессе проведения эксперимента не изменялись: частота 21,8 кГц, амплитуда 0,005 мм, продолжительность воздействия 10 с, температура нагрева излучающей поверхности 25 °С.

В результате обработки экспериментальных исследований (см. табл.) на ЭВМ по программе “MNKLUX” было получено уравнение регрессии, аппроксимирующее опытные данные:

– при ультразвуковом воздействии в кодированном виде:

$$Y_{y3} = 7,72 + 1,61X_2 + 0,49X_3 + 1,96X_4 + 0,38X_5 - 0,48X_1 \cdot X_4 - 1,18X_1 \cdot X_5 + \\ + 0,72X_2 \cdot X_3 + 1,09X_2 \cdot X_4 + 1,26X_3 \cdot X_4 - 0,76X_1^2 - 1,01X_2^2 - 0,55X_3^2 - 0,45X_5^2; \quad (7)$$

– в натуральном виде:

$$\tau_{y3} = 4,42 + 0,15\rho_{II} + 0,2W + 0,58T - 0,07t + 330,5D - 24D \cdot T + 59D \cdot t + \\ + 0,001\rho_{II} \cdot W - 0,01\rho_{II} \cdot T - 0,03W \cdot T - 19 \cdot 10^4 D^2 - 0,01\rho_{II}^2 - 0,02W^2 - 0,01t^2. \quad (8)$$

Анализ уравнения (7) на оптимум показал, что такая точка находится в отрицательной области отклика. Все факторы в исследованном диапазоне способствуют в основном увеличению прочности смерзания. В возрастающем порядке усиления адгезии они составляют ряд: D , t , W , P , T .

Усиление влияния давления при ультразвуковом воздействии можно объяснить исчезновением под действием тепловой энергии цементационных связей льда (его таянием) и переходом связанной воды в рыхлосвязную и свободную.

Эксперименты показали, что прочность смерзания грунта с металлической поверхностью снижается при ультразвуковом воздействии в среднем в 25 раз.

Литература

1. Баловнев, В.И. Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов дорожно-строительных машин / В.И. Баловнев. – М.: Высшая школа, 1981. – 335 с.
2. Зеньков, С.А. Определение рациональных параметров оборудования интенсифицирующего действия к ковшам экскаваторов для снижения адгезии грунта при отрицательной температуре: автореф. дис. ... канд. техн. наук / С.А. Зеньков. – М.: МАДИ, 1987. – 22 с.
3. Донской, А.В. Ультразвуковые электротехнологические установки / А.В. Донской, О.К. Келлер, Г.С. Кратыш. – Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1982. – 208 с.
4. Зеньков, С.А. Модель процесса сдвига грунта по вибрирующей поверхности рабочего органа при отрицательной температуре / С.А. Зеньков / Транспортные средства Сибири: межвуз. сб. науч. тр. с международным участием / под ред. С.П. Ереско. – Вып.10. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. – 483 с.