

Моделирование и управление в технических системах

УДК 511

Ю.Н. Алпатов*, С.С. Унистюк

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЗВЕНЬЕВ В ВИДЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Реализацию алгоритмов управления в виде дробно-рациональной функции часто необходимо получить в виде целочисленных значений коэффициентов. Разработаны алгоритмы получения таких разложений.

Ключевые слова: число, дробь, полином, алгоритм, структура.

Разложение дробно-рациональной передаточной функции $W = \frac{Q^m}{R^n}$, где Q^m – числитель дробно-рациональной функции от переменной S степени m ; R^n – числитель дробно-рациональной функции от переменной S степени n , в виде суммы, произведения элементарных дробей или в виде цепной дроби [1] дает возможность получить ее как структуру, состоящую из элементарных звеньев. Реализация элементарных звеньев с вещественными коэффициентами передач и постоянных времени в некоторых случаях невозможна, поэтому необходимо получить эти коэффициенты в виде целочисленных значений.

Любое число $\frac{a}{b} \in N$ можно представить в виде конечной цепной дроби:

$$\frac{a}{b} = \frac{d_0}{a_0 + \frac{d_1}{a_1 + \frac{d_2}{a_2 + \dots + \frac{d_n}{a_n + d}}}}, \quad (1)$$

где $a_i = \frac{1}{c_i}$; $i = 1:n$; $c_i \in N$; $c_i > 1$; $d_i \in N$;

$d \in N$; $d > 1$; N – множество натуральных чисел.

При этом в зависимости от значений a и b получаем одно из трех разложений:

если a – четное число, b – нечетное число, то

$$\frac{a}{b} = \frac{d_0}{\frac{1}{c_0} + d}, \quad (2)$$

a – нечетное число, b – нечетное число, то

$$\frac{a}{b} = \frac{d_0}{\frac{1}{c_0} + \frac{d_1}{\frac{1}{c_1} + d}}, \quad (3)$$

a – нечетное число, b – четное число, то имеем

$$\frac{a}{b} = \frac{d_0}{\frac{1}{c_0} + \frac{d_1}{c_1 + \frac{d_2}{\frac{1}{c_2} + d}}}. \quad (4)$$

Соответственно для (2), (3), (4) получаем структурные схемы реализации функции (рис. 1, а, б, в).

Рассмотрим действие алгоритма, предложенного в методологии получения коэффициентов элементарных звеньев в виде целочисленных значений, на примере синтеза системы.

Пусть задана дробно-рациональная функция вида

$$W(S) = \frac{6S^2 + 4S + 2}{10S^3 + 8S^2 + 6S + 4}. \quad (5)$$

Используя алгоритм Евклида [1], представим функцию (5) в виде

$$\begin{aligned} W(S) &= \frac{6S^2 + 4S + 2}{10S^3 + 8S^2 + 6S + 4} = \\ &= \frac{1}{\frac{5}{3}S + \frac{2}{9} + \frac{1}{\frac{27}{8}S - \frac{9}{2} + \frac{1}{\frac{8}{81}S + \frac{16}{81}}}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражению (6) соответствует структурная схема на рис. 2.

Коэффициенты представлены вещественными числами. Преобразуем их к целому виду:

* - автор, с которым следует вести переписку

$$W(S) = \frac{6S^2 + 4S + 2}{10S^3 + 8S^2 + 6S + 4} =$$

$$= \frac{5S + 1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{\frac{27S + 1}{8} - \frac{37}{8} + \frac{1}{\frac{8S + 1}{81S} + \frac{5}{27}}} \cdot (7)$$

Выражению (7) соответствует структурная схема на рис. 3. В этом разложении аperiodические звенья имеют целые значения коэффициентов, усилительные же звенья имеют вещественные коэффициенты, реализовать которые через целые числа можно, воспользовавшись описанным ранее алгоритмом.

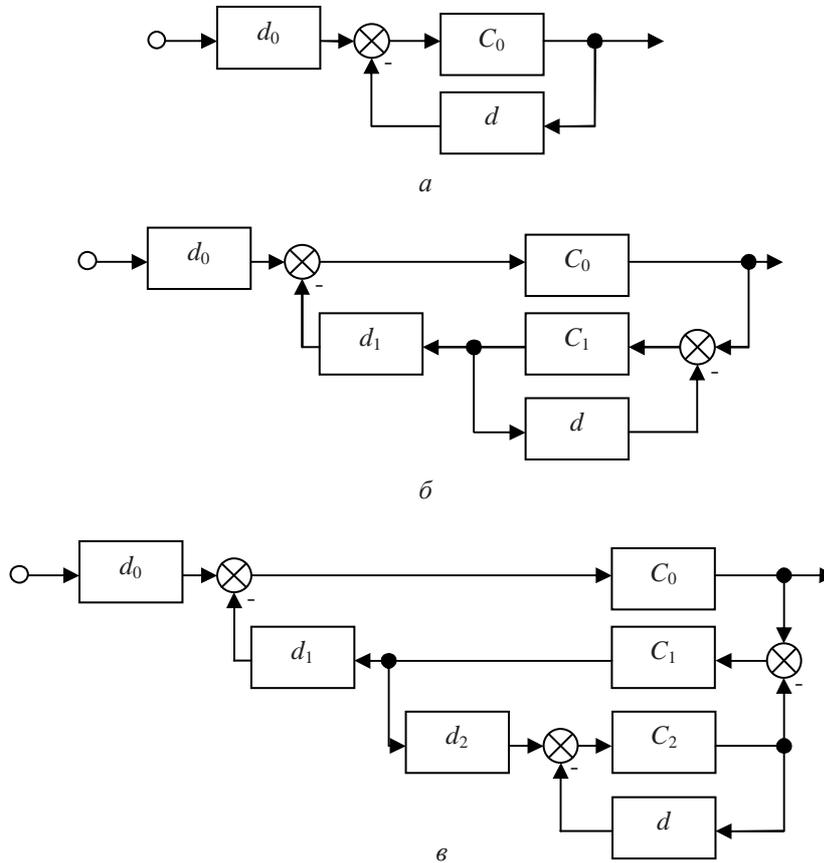


Рис. 1. Структурные схемы реализации функции (2)–(4)

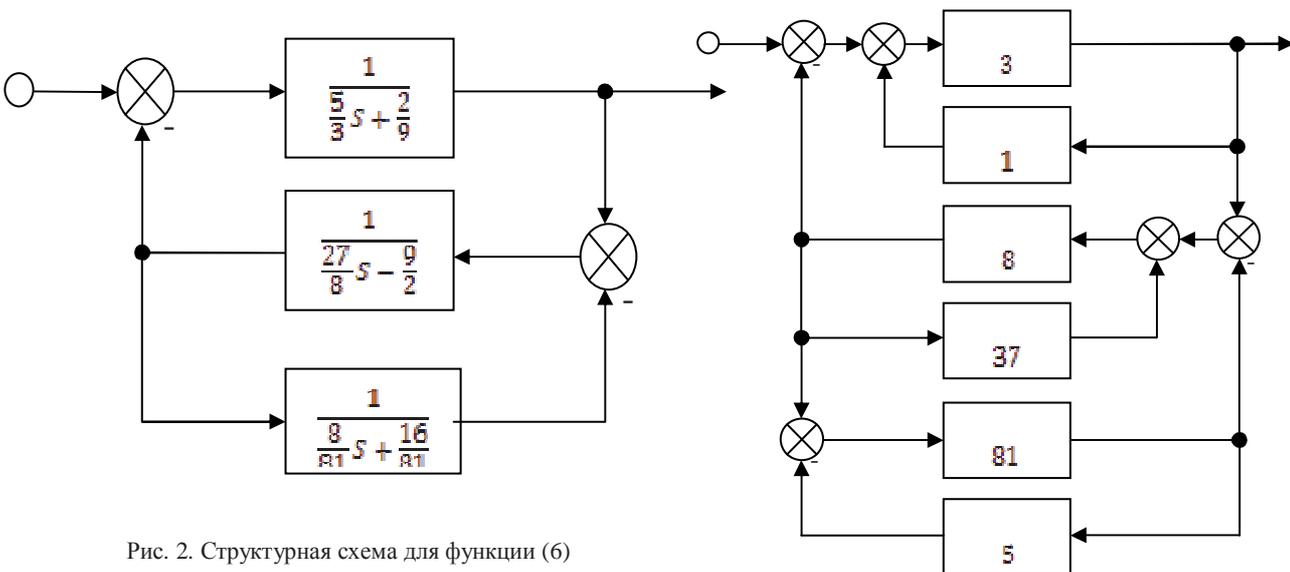


Рис. 2. Структурная схема для функции (6)

Рис. 3. Структурная схема для функции (7)

Выразим дробные числа через целые:

$$\frac{1}{9} = \frac{5}{45} = \frac{1}{5 + \frac{44}{5}} = \frac{1}{5 + \frac{22}{\frac{1}{2} + 2}} \quad (8)$$

$$\frac{5}{27} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{26}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{13}{\frac{1}{2} + 2}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{37}{8} &= \frac{1}{\frac{1}{37} + \frac{7}{37}} = \frac{1}{37 + \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{36}{7}}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{37 + \frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{18}{\frac{1}{2} + 3}}}} \end{aligned} \quad (9)$$

Выражению (7) с учетом (8)–(10) соответствует структурная схема на рис. 4.

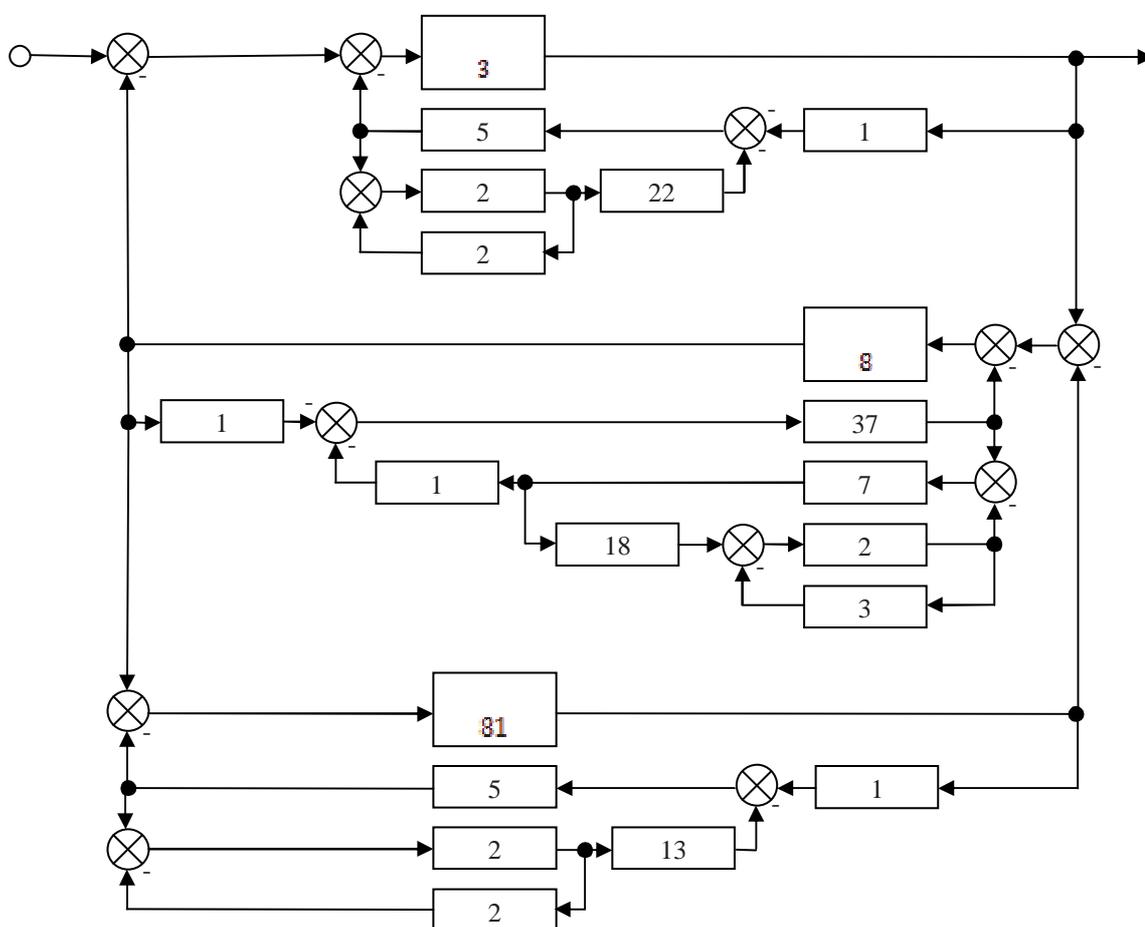


Рис. 4. Структурная схема для функции (7) с целочисленными значениями параметров

Таким образом, с помощью приведенной методологии возможно любую дробно-рациональную функцию, соответствующую передаточной функции системы, представить в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.

Литература

1. Хованский, А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа / А.Н. Хованский. – М.: Мир, 1973. – 368 с.