

Л.А. Мамаев, С.Н. Герасимов\*, В.Б. Кашуба, В.С. Фёдоров

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ БЕТОНООТДЕЛОЧНЫХ МАШИН С ПОВЕРХНОСТЬЮ СРЕД**

Рассмотрено моделирование процесса взаимодействия рабочих органов бетоноотделочных машин с поверхностью сред. Обеспечение заданного нормативными документами качества поверхностей бетонных изделий наиболее эффективно достигается за счет дополнительного вибрационного воздействия рабочего органа на обрабатываемую среду.

**Ключевые слова:** жесткая бетонная смесь, дисковый вибрационный орган.

Обеспечение заданного нормативными документами качества обработки поверхностей бетонных изделий наиболее эффективно достигается за счет дополнительного вибрационного воздействия рабочего органа на обрабатываемую среду. Однако жесткость бетонных смесей изменяется в довольно широких пределах в зависимости от назначения и типа формуемых бетонных изделий, а также непосредственно в ходе технологиче-

ского процесса обработки поверхности, что порождает значительные затруднения при назначении рациональных значений параметров режима работы вибрационных рабочих органов. Все вышесказанное вызывает необходимость моделирования и изучения динамики взаимодействия дисковых вибрационных рабочих органов с обрабатываемой бетонной поверхностью. Ниже представлены модели жесткой бетонной смеси (рис. 1).

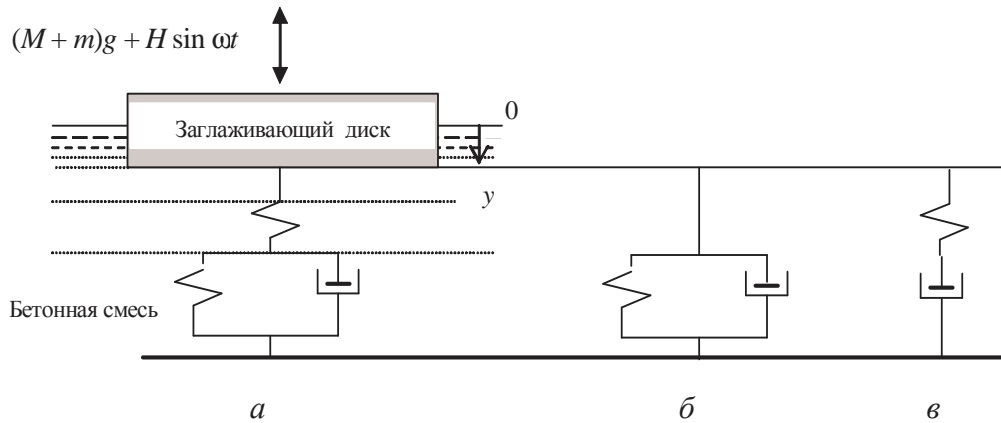


Рис. 1. Динамические модели:

а – трехэлементная модель упруговязкого тела (обозначение → Н – (Н | N));  
 б – модель Кельвина–Фойгта (обозначение → Н | N); в – модель Максвелла (обозначение → Н – N)

Все перемещения точек среды считаются малыми векторами, зависящими от первоначальных (в недеформированном состоянии) положений точек, т.е. функциями вида

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(\mathbf{r}).$$

Следующие уравнения являются общими для всех деформируемых тел:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xl}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yl}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zl}}{\partial z} + f_l &= \rho \ddot{u}_l; \quad l = x, y, z, \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} &= 2\varepsilon_{xy}, \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} &= 2\varepsilon_{xz}, \\ \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} &= 2\varepsilon_{yz}, \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} = \varepsilon_{xx}, \quad \frac{\partial u_y}{\partial y} &= \varepsilon_{yy}, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z} &= \varepsilon_{zz}. \end{aligned} \tag{1}$$

Первое из уравнений – это уравнение второго закона Ньютона применительно к бесконечно малому кубику, где  $f_l$  – интенсивность  $l$ -й составляющей объёмной силы;  $\rho$  – плотность среды.

Вторая группа уравнений связывает деформации и перемещения.

Связь между деформациями и напряжениями определяется конкретными свойствами среды и задаётся определяющими уравнениями. В случае упругой среды это закон Гука:

$$\boldsymbol{\tau} = 2G \left( \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \theta \mathbf{E} \right). \tag{2}$$

В данном уравнении  $G$  – модуль сдвига;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$  – относительное изменение объёма;  $\mathbf{E}$  – единичный тензор. При растяжении вдоль оси  $x$  напряжением

\* - автор, с которым следует вести переписку

$\tau_{xx} = \sigma_x$  имеем  $\epsilon_{xx} = \sigma_x / E$ ;  $\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = -\mu \epsilon_{xx}$ , причём  $E = 2G / (1 + \mu)$  – модуль Юнга.

Закон Гука перепишем в форме

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = K\theta; \quad K = 2G(1 + \mu) / (1 - \mu); \quad S = 2Ge;$$

$$S \equiv \tau - \frac{1}{3}(\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz})E; \quad e \equiv \epsilon - \frac{1}{3}\theta E. \quad (3)$$

Здесь величина  $K$  называется объёмным модулем, тензоры  $S$  и  $e$  – девиаторами. Известно, что определяющие уравнения для большинства неупругих сред записывают точно так же, за исключением соотношений, связывающих девиаторы. Изменяется лишь последнее уравнение в первой строке (3).

В случае линейной вязкоупругой среды связь между девиаторами становится дифференциальной. Например, в среде Кельвина–Фойгта

$$S = 2Ge + 2\eta \dot{e},$$

где  $\eta$  – вязкость.

Такая среда – деформируемое твёрдое тело, жёсткость которого растёт со скоростью деформации. Среда Максвелла – это жидкость, текущая при любой нагрузке. В ней связь девиаторов имеет вид

$$\dot{e} = \frac{1}{2G} \dot{S} + \frac{1}{2\eta} S.$$

Более общей является модель «стандартного материала»:  $T_\tau \dot{S} + S = 2G(T_\epsilon \dot{e} + e)$ , которая включает две постоянные времени – релаксации  $T_\tau$  и ползучести  $T_\epsilon$ . При  $T_\tau \rightarrow 0$  стандартный материал превращается в среду Кельвина–Фойгта; при  $T_\epsilon \rightarrow \infty$  и  $G \rightarrow 0$  – в материал Максвелла.

В моделях пластического тела связь напряжений и деформаций нелинейная, и здесь такие модели не рассматриваются.

В классической теории упругости решены многие задачи, касающиеся поведения упругого материала в тех или иных условиях. Их результаты применяются для решения задач, связанных с линейными вязкоупругими материалами. С этой целью воспользуемся принципом соответствия.

Запишем связь между девиаторами для стандартного вязкоупругого материала в преобразованиях Лапласа. В случае стандартного материала при нулевых начальных условиях

$$S(s) = 2G \frac{1 + sT_\epsilon}{1 + sT_\tau} e(s),$$

где  $S(s)$  и  $e(s)$  – изображения девиаторов по Лапласу.

Функцию  $G = 2G \frac{1 + sT_\epsilon}{1 + sT_\tau}$  здесь можно рас-

сматривать как операторный модуль сдвига. Рекомендуются показать, что для изображений по

Лапласу сохраняются все соотношения классической теории упругости, если заменить модуль сдвига  $G$  изображением  $G$ .

В этом и состоит принцип соответствия, причем объёмный модуль  $K$  в данном случае не меняется, а для величин  $\mu$  и  $E$  получаем:

$$\mu = \frac{K - 2G}{2(K + G)}, \quad E = \frac{3KG}{K + G}. \quad (4)$$

Если параметр преобразования Лапласа  $s$  заменить на  $i\omega$ , получим уравнения метода комплексных амплитуд, применимых в случае гармонического (т.е. по синусоидальному закону) деформирования.

В случае материала Кельвина–Фойгта  $G = 2G(1 + sT_\epsilon)$ , а в случае материала Максвелла

$$G = \frac{sT_\epsilon}{1 + sT_\epsilon}. \quad \text{Здесь } T_\epsilon = \eta / G. \quad \text{Формулы (4) при}$$

этом не меняются.

Ниже представлены аналитические решения ряда задач, непосредственно связанных с технологическим процессом обработки поверхностей свежеуложенных бетонов дисковыми заглаживающими машинами.

Давление диска на полупространство. Рассмотрим полупространство  $z \geq 0$ . На границе  $z = 0$  касательные напряжения  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{yz}$  равны между собой и равны 0, а в круге  $x^2 + y^2 = r^2 \leq a^2$  приложено нормальное давление  $p = -\sigma_z$  такое, что перемещение  $u_z = w = \text{const}$ .

Суммарная сила, приложенная к диску, и давление под ним связаны с перемещением  $w$  соотношениями

$$F = 2\pi \int_0^a p(r) r dr = \frac{2aE}{1 - \mu^2} w;$$

$$p(r) = \frac{F}{2\pi a \sqrt{a^2 - r^2}}.$$

Заметим, что на краю диска ( $r \rightarrow a$ ) давление неограниченно растёт.

В случае вязкоупругого полупространства при гармоническом деформировании следует, согласно принципу соответствия, принять  $F = \tilde{F} e^{i\omega t}$ ,  $w = \tilde{w} e^{i\omega t}$ . Соотношение между комплексными амплитудами будет иметь вид  $\tilde{F} = \frac{2aE_k}{1 - \mu_k^2} \tilde{w}$ ,

где  $E_k$  и  $\mu_k$  получаются из  $E$  и  $\mu$  заменой оператора  $s$  на  $i\omega$ . Разумеется, это соотношение справедливо лишь при достаточно низких частотах, когда силами инерции среды можно пренебречь. На рис. 2 и 3 приведены модуль и аргумент амплитудно-фазовой характеристики

$$D(i\omega) = \tilde{F}(i\omega) / (\tilde{w}(i\omega)G).$$

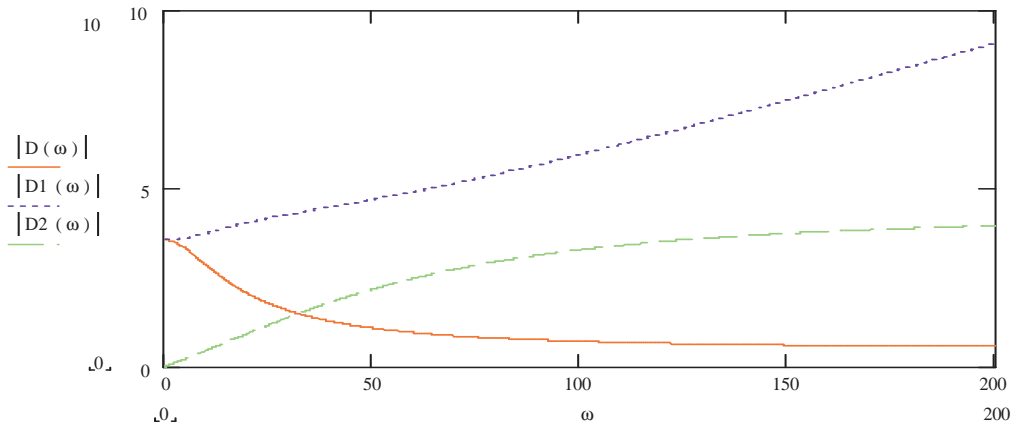


Рис. 2. Модуль амплитудно-фазовой характеристики:

$|D(\omega)|$  – трехэлементный упруговязкий материал;  $|D1(\omega)|$  – материал Кельвина–Фойгта;  $|D2(\omega)|$  – материал Максвелла

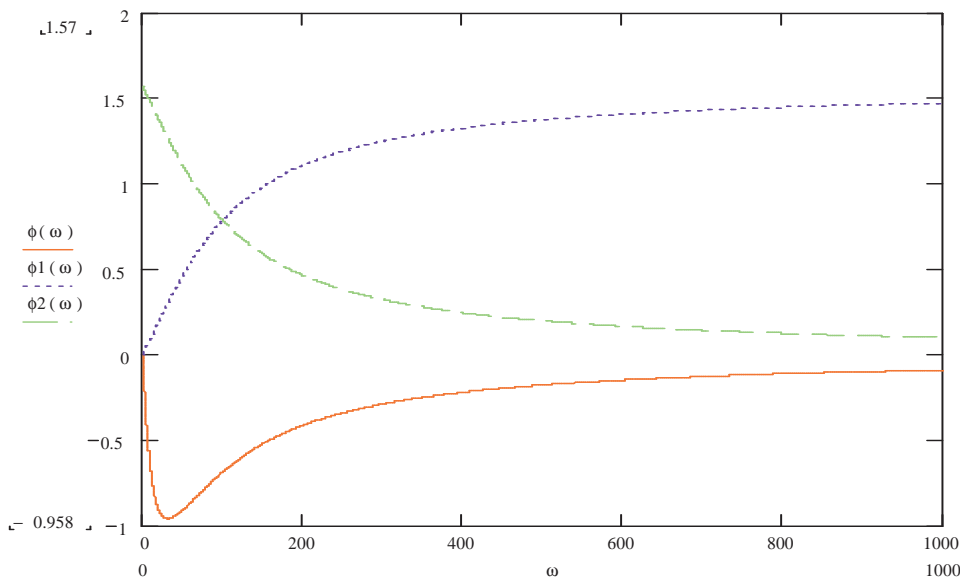


Рис. 3. Аргумент амплитудно-фазовой характеристики:

$\phi(\omega)$  – трехэлементный упруговязкий материал;  $\phi1(\omega)$  – материал Кельвина–Фойгта;  $\phi2(\omega)$  – материал Максвелла

С помощью принципа соответствия можно найти установившееся решение в случае приложения к диску усилия в начальный момент времени. Как и следует ожидать, в случае материала Кельвина–Фойгта и стандартного материала решение будет таким же, как и в случае упругого материала, а в случае материала Максвелла штамп утонет: перемещение растёт пропорционально времени при  $t \rightarrow \infty$ .

**Динамическая одномерная задача.** Непосредственно под жёстким диском перемещение можно считать направленным по оси  $z$  и не зависящим от  $x$  и  $y$ :  $\mathbf{u} = u(z, t)\mathbf{k}$ . Тогда из уравнений (1), (2), (3) получим

$$\sigma'_z = \rho \ddot{u}, \quad \sigma_z = 2G \frac{1-\mu}{1-2\mu} u',$$

откуда 
$$c^2 u'' = \ddot{u}, \quad (5)$$

В полученном волновом уравнении 
$$c^2 \equiv \frac{2G}{\rho} \cdot \frac{1-\mu}{1-2\mu}.$$

Волновое уравнение (5) будем решать операторным методом. При нулевых начальных условиях уравнение запишем в форме

$$c^2 \mathcal{L}u = s^2 \mathcal{L}u.$$

Решая уравнение (5), получаем

$$u = Ae^{-sz/c} + Be^{sz/c} = u_0 e^{-sz/c}. \quad (6)$$

Здесь учтены граничное условие  $u(z, t)|_{z=0} = u_0(t)$  и ограниченность решения при  $z \rightarrow \infty$ . В упругом материале  $c$  – это вещественная положительная скорость распространения продольных волн, так что обратное преобразование Лапласа дает

$$u(z,t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < z/c; \\ u_0(t - z/c) & \text{при } t \geq z/c. \end{cases} \quad (7)$$

Решение (6) сохраняет силу и в случае вязкоупругого материала, если величины  $G$  и  $\mu$  заменить соответственно на  $G_k = \Re(i\omega)$  и  $\mu_k = \Im(i\omega)$ , а оператор  $s$  в (5) заменить на  $i\omega$ . При этом величина  $c$  окажется комплексной:  $c = \frac{2G_k}{\rho} \cdot \frac{1 - \mu_k}{1 - 2\mu_k}$ .

Вещественная часть множителя  $\exp(-i\omega z/c)$  представляет собой амплитудно-частотную характеристику, т.е. показывает, какую часть амплитуды кинематического воздействия составляет амплитуда перемещений среды на глубине  $z$  при частоте  $\omega$ . На рис. 4 приведены амплитудно-

частотные характеристики для различных материалов. Из рисунка видно, что в случае упругого материала амплитудно-частотная характеристика тождественно равна единице, т.е. амплитуда колебаний при любой частоте остаётся равна амплитуде кинематического возбуждения, что следует из уравнения (7). Во всех остальных случаях амплитуда колебаний с частотой убывает. На рис. 5 приведены амплитуды перемещений при единичном кинематическом возбуждении на поверхности в различных средах в зависимости от глубины. Видно, что в случае упругого материала амплитуда от глубины не зависит и всюду равна единице. Во всех остальных случаях амплитуда убывает с глубиной вследствие затухания.

Во всех графиках принято  $z = 0,2$ .

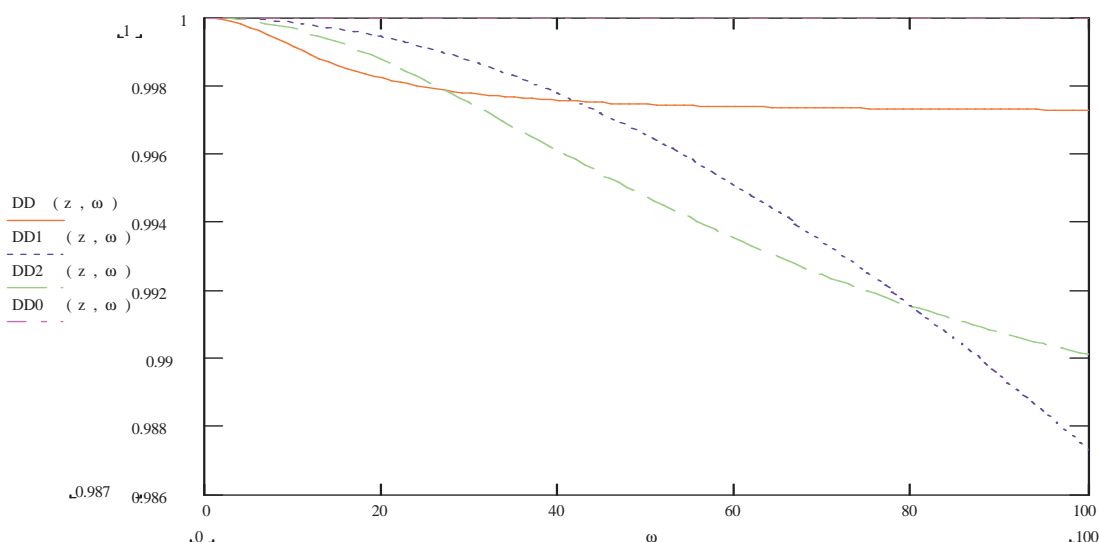


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики

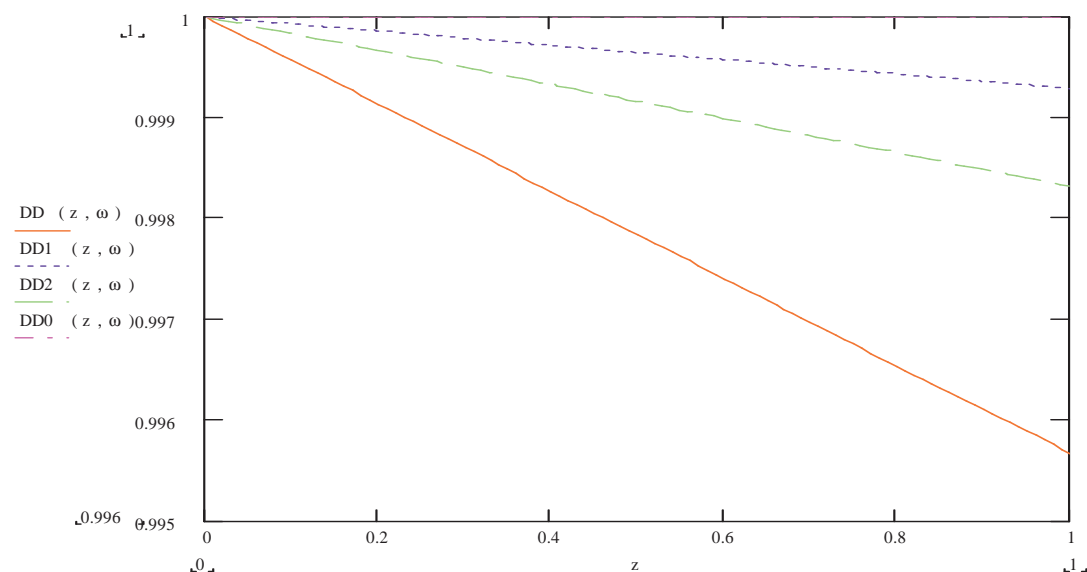


Рис. 5. Относительная амплитуда перемещений в материале в зависимости от глубины при  $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$ :  $DD0(z, \omega)$  – упругий материал, подчиняющийся закону Гука;  $DD(z, \omega)$  – трехэлементный упруговязкий материал;  $DD1(z, \omega)$  – материал Кельвина–Фойгта;  $DD2(z, \omega)$  – материал Максвелла

**Вращающийся диск на границе полупространства.** Снова рассмотрим известное решение задачи в случае упругой среды. Запишем уравнения (1)–(3) с использованием оператора  $\nabla$ .

В этом случае уравнения примут вид

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} &= \rho \ddot{\mathbf{u}}, \\ \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T &= 2\boldsymbol{\varepsilon}, \\ \boldsymbol{\tau} &= 2G \left( \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mu}{1-2\mu} \theta \mathbf{E} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \mathbf{e}_r \mathbf{e}_\varphi + \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_r + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{k} \mathbf{e}_\varphi + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{e}_\varphi \mathbf{k} \right],$$

откуда

$$\varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{\varphi r} = \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_{\varphi k} = \varepsilon_{k\varphi} = \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Согласно закону Гука причём  $\boldsymbol{\tau} = \tau_{r\varphi} (\mathbf{e}_r \mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_r) + \tau_{\varphi z} (\mathbf{e}_\varphi \mathbf{k} + \mathbf{k} \mathbf{e}_\varphi)$ ,  
 $\tau_{r\varphi} = 2G \varepsilon_{r\varphi}; \quad \tau_{\varphi z} = 2G \varepsilon_{\varphi z}$ .

Находим

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{e}_r \left( \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} \mathbf{e}_r \mathbf{e}_\varphi + \dots \right) + \frac{1}{r} \mathbf{e}_\varphi (2\tau_{r\varphi} \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_\varphi + \dots) + \\ &+ \mathbf{k} \left( \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} \mathbf{k} \mathbf{e}_\varphi + \dots \right) = \left( \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{2}{r} \tau_{r\varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} \right) \mathbf{e}_\varphi. \end{aligned}$$

Точками в уравнении заменены слагаемые, обращающиеся в нуль при скалярном умножении.

В условиях равновесия при отсутствии объёмных сил первое из уравнений (8) даёт  $\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$  или

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

Найдем частные решения этого уравнения методом разделения переменных:

$$u(r, z) = R(r)Z(z),$$

$$R''(r)Z(z) + \frac{1}{r} R'(r)Z(z) - \frac{1}{r^2} R(r)Z(z) = -R(r)Z''(z)$$

Поделим обе части уравнения на  $R(r)Z(z)$ :

$$\left[ R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) - \frac{1}{r^2} R(r) \right] / R(r) = -Z''(z) / Z(z).$$

Правая часть уравнения не зависит от  $z$ , а левая – от  $r$ . Поэтому обе они равны постоянной величине, обозначаемой  $\lambda^2$ .

Оператор  $\nabla$  в декартовой системе координат записываем в форме

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Воспользуемся цилиндрической системой координат с ортами  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{k}$ . В этой системе координат  $\nabla = \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{e}_\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$ . Считая, что перемещение  $\mathbf{u} = u(r, z) \mathbf{e}_\varphi$ , находим

$$\nabla \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{e}_r \mathbf{e}_\varphi + \frac{1}{r} (-u) \mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_r + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{k} \mathbf{e}_\varphi. \text{ Следовательно,}$$

В результате имеем два обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$R'' + \frac{1}{r} R' + \left( \lambda^2 - \frac{1}{r^2} \right) R = 0; \quad Z'' - \lambda^2 Z = 0.$$

Решения этих уравнений известны [2]:

$$Z = A_1 e^{-\lambda z} + A_2 e^{\lambda z}; \quad R = B_1 J_1(\lambda r) + B_2 Y_1(\lambda r),$$

где  $J_1(\lambda r)$  и  $Y_1(\lambda r)$  – функции Бесселя, причём  $Y_1(\lambda r)$  неограниченно растёт при  $r \rightarrow 0$ .

Если  $\lambda > 0$ , то из условия ограниченности решения при  $z \rightarrow \infty$  интервал  $\gg A_2 = 0$ , а при  $r \rightarrow 0$  интервал  $\gg B_2 = 0$ . Общее решение уравнения (8) находим как суперпозицию частных решений:

$$u(r, z) = \int_0^\infty A(\lambda) e^{-\lambda z} d\lambda. \quad (9)$$

Функцию  $A(\lambda)$  ищем по граничным условиям при  $z = 0$ , считая заданным касательное напряжение  $\tau_{z\varphi} = -\tau(r)$ . Для  $A(\lambda)$  получим уравнение

$$2G \int_0^\infty A(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda = \tau(r). \quad (10)$$

Соотношение (10) представляет собой преобразование Ханкеля, для которого известно обратное преобразование [2]:

$$2GA(\lambda) \int_0^\infty \tau(r) J_1(\lambda r) r dr. \quad (11)$$

Поскольку нагружен лишь круг радиуса  $a$ , т. е.  $\tau(r) = 0$  при  $r > a$ , то интегрирование в (11) ведётся от 0 до  $a$ . Если считать  $\tau(r)$  вызванным силами трения скольжения при нормальном давлении, то получим уравнение

$$\tau(r) = kp(r) = \frac{kF}{2\pi a\sqrt{a^2 - r^2}},$$

где  $k$  – коэффициент трения.

В результате решение в перемещениях имеет вид (9), причём  $A(\lambda) = \frac{kF}{4\pi Ga_0} \int_0^a J_1(\lambda r) \frac{r}{\sqrt{a^2 - r^2}} dr$ .

Интеграл

$$\int_0^a J_1(\lambda r) \frac{r}{\sqrt{a^2 - r^2}} dr \cong V(\lambda), \quad (12)$$

представляет собой гипергеометрическую функцию, график которой приведен на рис. 6.

Перемещение с учётом обозначения (12) записываем в форме

$$u(r, z) = \frac{kF}{4\pi Ga_0} \int_0^\infty V(\lambda) e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (13)$$

График функции  $U(r, z) = \int_0^\infty V(\lambda) e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda$  представлен на рис. 7.

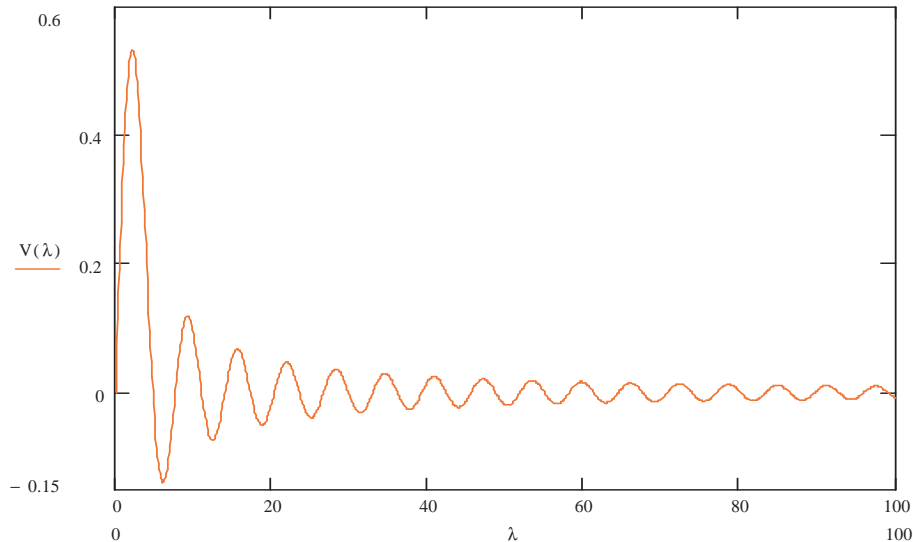


Рис. 6. График функции  $V(\lambda)$  при  $a = 1$

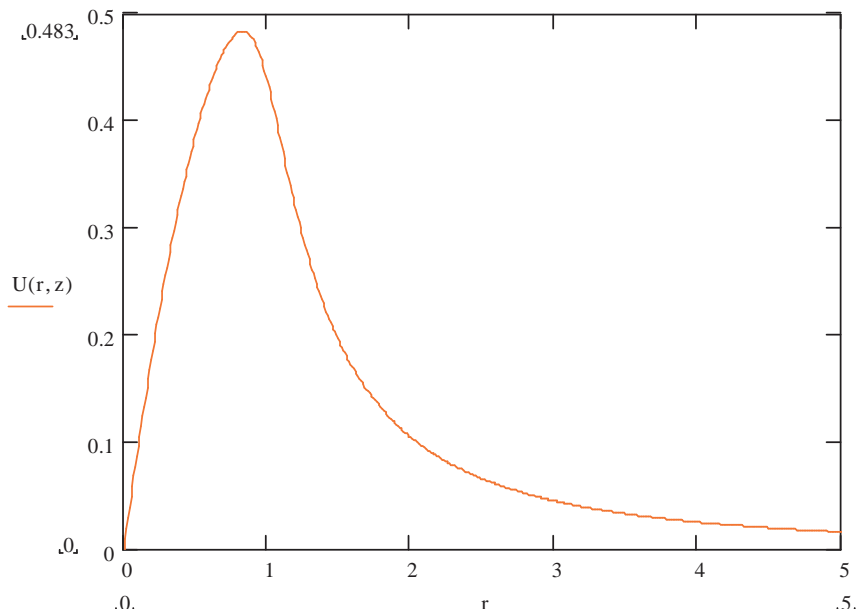


Рис. 7. График функции  $U(r, z)$

График зависимости интеграла  $U(\rho, z) = \int_0^\infty V(\lambda) e^{-\lambda z} J_1(\lambda \rho) d\lambda$  от параметра  $\rho$  представляет собой отношение расстояния от текущей

точки до оси штампа к радиусу штампа  $\rho = r/a$  на глубине  $z = 0,2$  м от поверхности материала.

Пользуясь принципом соответствия, можно найти установившееся решение при внезапно при-

ложенной нагрузке в случае вязкоупругого материала. При этом в формуле (13) вместо модуля сдвига  $G$  следует подставить функцию  $\mathcal{G}(s)$ , а вместо постоянной силы  $F$  – функцию  $F/s$ . Тогда

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} u(r, z, t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k F/s}{4\pi \mathcal{G}(s) a} U(r, z) = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k F}{4\pi \mathcal{G}(s) a} U(r, z) \end{aligned} \quad (14)$$

Можно увидеть, что в случае трехэлементно-упруговязкого материала, а также материала Кельвина–Фойгта  $\lim_{s \rightarrow 0} \mathcal{G}(s) = G$  и потому результат в точности совпадёт с решением (14), а в случае материала Максвелла  $\lim_{s \rightarrow 0} \mathcal{G}(s) = 0$  и выражение (14) не имеет конечного предела. На самом деле перемещение при этом неограниченно растёт со временем.

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Разработаны динамические модели процесса взаимодействия дискового вибрационного рабочего органа с поверхностью бетонной смеси. В ходе исследования рассматривались бетонные смеси различных структурно-реологических свойств:

- умеренно жесткая бетонная смесь с показателем жесткости Ж1 (жесткостью = 5...10 с) → трехэлементная модель упругопластичного тела (обозначение →  $N|StV$ );

- особо жесткая бетонная смесь с показателем жесткости Ж4 (жесткость более 31 с) → описывается тремя моделями: трехэлементной моделью упруговязкого тела (обозначение →  $H - (H|N)$ ); моделью Кельвина–Фойгта (обозначение →  $H|N$ ) и моделью Максвелла (обозначение →  $H - N$ ).

2. Из приведенных результатов математического моделирования следует, что в моделях  $(H - (H|N))$  и  $(H|N)$  погружение ограничено и достаточно быстро стабилизируется.

3. Для умеренно жестких бетонных смесей определены зона устойчивости и соответствующие предельные значения критерия интенсивно-

сти вибрации  $I = A^2 \omega^3$ , лежащие в диапазоне от 10 до 15 м<sup>2</sup>/с<sup>3</sup> и препятствующие вибрационному погружению самоходных заглаживающих машин.

4. В особо жестких бетонных смесях с высокими значениями структурной вязкости резонансные явления отсутствуют и амплитуда колебаний в бетонной смеси достаточно быстро затухает. Следовательно, в этих условиях возможно применение самоходных заглаживающих машин для обработки свежееуложенных бетонных поверхностей с соблюдением необходимой шероховатости.

5. Волнообразование на поверхности бетонной смеси с показателем жесткости Ж4 в результате вращения дискового рабочего органа также достаточно быстро затухает, что указывает на целесообразность применения вибрационных дисковых рабочих органов.

#### Литература

1. Ахвердов, И.Н. Основы физики бетона / И.Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
2. Афанасьев, А.А. Технология импульсного уплотнения бетонных смесей / А.А. Афанасьев. – М.: Стройиздат, 1987. – 166 с.
3. Болотный, А.В. Заглаживание бетонных поверхностей / А.В. Болотный. – Л.: Стройиздат. Ленинградское отделение, 1979. – 128 с.
4. Быховский, И.И. Основы теории вибрационной техники / И.И. Быховский. – М.: Машиностроение, 1969. – 364 с.
5. Герасимов, С.Н. Определение рациональных параметров и режимов работы вибрационного дискового рабочего органа для обработки бетонных поверхностей // Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. БрГУ. – Братск, 2003. – 198 с.
6. Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
7. Мамаев, Л.А. Экспериментальные исследования в области обработки бетонных поверхностей: монография / Л.А. Мамаев, В.Б. Кашуба, А.А. Кононов, С.Н. Герасимов. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2006. – 130 с.
8. Ландау, Л.Д. Механика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.Н. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 476 с.
9. Ребю, П. Вибрирование бетона / П. Ребю; пер. с франц. – М.: Стройиздат, 1970. – 256 с.