

Вибрационная диагностика повышенных зазоров в конструкциях технологических машин

С.Н. Вихрев^{1а}, А.Д. Пашко^{2б}

¹ Уральский государственный лесотехнический университет, Сибирский тракт, 37, Екатеринбург, Россия

² Технический университет УГМК, Успенский, 3, Верхняя Пышма, Россия

^а cbp200558@mail.ru, ^б a.pashko@tu-ugmk.com

^а <https://orcid.org/0000-0002-7945-8027>, ^б <https://orcid.org/0009-0008-3296-5014>

Статья поступила 11.03.2026, принята 22.04.2026

Исследована динамика технологических машин с зазором. Получены динамические и математические модели механических систем с зазором при линейном и угловом перемещении масс этой системы. Математические модели рассмотрены при двух граничных условиях: при амплитуде колебаний меньше зазора в механической системе и при амплитуде колебаний больше зазора в системе. Повышенные зазоры в конструкциях технологических машин возникают, как правило, из-за различных видов износа. Динамика механической системы при зазорах больших амплитуды колебаний элементов этой системы существенно изменяется по сравнению с системами, у которых амплитуда колебаний не превышает величину зазора. На практике определить причину возникновения повышенной вибрации технологической машины из-за повышенных зазоров затруднительно. Нередко специалисты служб технической диагностики предприятий не могут идентифицировать этот дефект. Проведены теоретические исследования математических моделей механических систем с зазорами и выполнена их экспериментальная проверка на действующем технологическом оборудовании в производственных условиях. Определены диагностические признаки повышенного зазора в технологических машинах. При повышенных зазорах в спектре вибрации машин появляются пики частот свободных колебаний узлов и деталей. При этом амплитуда вынужденных колебаний машины также возрастает. Предложенная методика вибрационного диагностирования повышенных зазоров в технологических машинах может быть использована на предприятиях горной, металлургической и деревообрабатывающей промышленности.

Ключевые слова: зазор; динамика; вибрация; технологические машины.

Vibration diagnostics of increased clearances in the designs of technological machines

S.N. Vikharev^{1а}, A.D. Pashko^{2б}

¹ Ural State Forest Engineering University; 37, Siberian Tract St., Ekaterinburg, Russia

² UMMC Technical University; 3, Uspensky Ave., Verkhnyaya Pyshma, Russia

^а cbp200558@mail.ru, ^б a.pashko@tu-ugmk.com

^а <https://orcid.org/0000-0002-7945-8027>, ^б <https://orcid.org/0009-0008-3296-5014>

Received 11.03.2026, accepted 22.04.2026

The dynamics of technological machines with clearances have been studied. Dynamic and mathematical models of mechanical systems with clearances during linear and angular displacement of the masses in these systems have been obtained. The mathematical models are examined under two boundary conditions: when the vibration amplitude is less than the clearance in the mechanical system, and when the vibration amplitude exceeds the clearance in the system. Increased clearances in the structures of technological machines typically arise due to various types of wear. The dynamics of a mechanical system with clearances greater than the vibration amplitude of its elements changes significantly compared to systems where the vibration amplitude does not exceed the clearance magnitude. In practice, it is difficult to determine the cause of increased vibration in a technological machine due to excessive clearances. Specialists in technical diagnostics departments at enterprises often cannot identify this defect. Theoretical studies of mathematical models of mechanical systems with clearances have been conducted, and experimental verification has been carried out on operational technological equipment under production conditions. Diagnostic indicators of increased clearances in technological machines have been identified. With increased clearances, peaks of natural frequencies of components and parts appear in the machine's vibration spectrum. Moreover, the amplitude of forced vibrations of the machine also increases. The proposed method for vibration diagnostics of increased clearances in technological machines can be used in the mining, metallurgical, and woodworking industries.

Keywords: clearance; dynamics; vibration; technological machines.

Введение. В технологических машинах (бумагоделательные машины, прокатные станы, продольно-резательные станки и др.) используются детали и узлы, между которыми есть зазоры. В процессе эксплуатации происходит износ деталей и узлов машин, что приводит

к изменению зазоров между ними. Изменение зазоров приводит к снижению точности машины и увеличению динамических нагрузок и к повышенной вибрации [1]. В настоящее время для идентификации дефектов технологических машин применяются методы и средства

виброакустической диагностики. На практике определить причину возникновения повышенной вибрации из-за повышенных зазоров затруднительно.

Динамика машин с зазорами – это область исследований, изучающая влияние зазоров в соединениях механизмов на динамические процессы. Наличие зазоров в технологических машинах приводит к изменению характера динамических процессов. Механическая система, имеющая зазоры, нелинейная. Теоретическое исследование колебаний такой системы гораздо сложнее по сравнению с исследованием системы без зазоров. В статье рассматриваются свободные и вынужденные колебания при наличии зазоров в механических системах, а также методы вибрационной диагностики повышенных зазоров.

Впервые крупномасштабные исследования задачи динамики механических систем с зазорами выполнены в работе [2]. В публикации [3] рассмотрены подобные исследования узлов, работа которых невозможна без зазоров. В статьях [2–4] исследована динамика кривошипно-шатунного механизма с зазорами в шарнирах. В настоящее время разработаны методы расчёта узлов машин с учётом нелинейности свойств зазоров [4]. Этой проблемой также занимаются за рубежом [6, 7]. В обзорной статье [8] приведено более 100 источников по динамике машин и узлов с зазорами. Экспериментальные и теоретические исследования влияния зазоров в узлах машин на их динамику продолжаются [9–14].

Цель статьи – исследование особенностей динамики технологических машин с зазорами и разработка диагностических признаков повышенных зазоров в конструкции машины методами вибрационной диагностики.

Объект и методы исследований. Зазор можно рассматривать как ограничение в уравнениях динамики механической системы с зазором. При этом в пределах зазора детали и узлы машины имеют смещение относительно друг друга на величину, которая зависит от посадки, технологии изготовления и износа сопрягаемых деталей. Динамика машин описывается уравнениями движения по шести обобщённым координатам. При исследованиях в зависимости от конструкции технологической машины или её узла может быть меньше шести степеней свободы. Оси координат машины, как правило, связывают с её кинематической схемой и рассматривают в зависимости от особенностей конструкции [15]. При этом направляющие и шарниры рассматривают как совокупность базирующих поверхностей, образующих опорную, направляющую, установочную базы [16]. Поэтому перемещения элементов машины возможны только в пределах зазора в направляющих или шарнирах. Помимо зазоров ограничения касаются деформаций деталей, которые определяются по напряжениям в элементах механической системы.

Наличие зазоров приводит к появлению дополнительных степеней свободы. Это характеризуется сохранением контакта и свободным перемещением деталей в поле зазора в каждом сопряжении.

Для исследования динамики механических систем с зазорами можно предложить следующий алгоритм исследований: кинематический и динамический анализ машины; составление уравнений, описывающих колеба-

ния машины и её узлов. Причём исследования проводятся при двух крайних условиях: при амплитуде колебаний элементов машины, не превышающих и превышающих величину зазора в направляющих и шарнирах; анализе полученных уравнений и разработке рекомендаций.

Рассмотрим два наиболее часто встречающихся на практике случая – механическую систему с зазором с линейным и угловым перемещением масс.

1. Система с зазором с линейным перемещением масс. Динамическая модель механической системы с зазором с линейным перемещением масс представлена на рис. 1, где: $s(t)$ – зазор между приведёнными массами m, m^* ; b, b^*, c, c^* – соответственно коэффициенты демпфирования и жёсткости масс; m_p, e, ω – соответственно масса, эксцентриситет и угловая скорость вращения ротора.

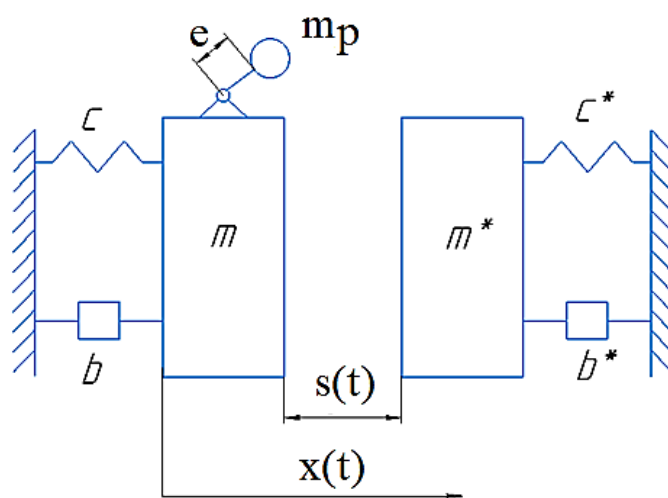


Рис. 1. Динамическая модель системы с зазором при линейном перемещении масс

Для исследования этой модели используем метод расчленения сложной динамической системы на парциальные подсистемы [17]. Из условия равновесия масс этой парциальной системы составляются дифференциальные уравнения и определяются её динамические характеристики. Из-за центробежных сил вращающегося ротора система совершает пространственные колебания. Для упрощения математической модели исследуем колебания только в горизонтальном направлении вдоль оси X.

Исследование колебаний этой динамической системы рассматриваем в линейной постановке, упруговязкие связи в зазоре между двумя массами отсутствуют. Частота вращения ротора принимается постоянной. Из условия равенства сил, действующих на двухмассную модель, получены дифференциальные уравнения, описывающие колебания системы.

При амплитуде колебаний $x < s$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_u \quad (1)$$

$$F_u = m_p e \omega^2 \sin \omega t. \quad (2)$$

При амплитуде колебаний $x \geq s$

$$(m + m^*)\ddot{x} + (b + b^*)\dot{x} + (c + c^*)x = F_u + c^*s(t) + b^*s(t). \quad (3)$$

Введём обозначения

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{b}{2m\omega_0}, \quad \omega_{c1} = \sqrt{\frac{c}{m+m^*}},$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{b}{2(m+m^*)\omega_{c1}}, \quad \omega_{c2} = \sqrt{\frac{c^*}{m+m^*}},$$

$$\varepsilon_{c2} = \frac{b^*}{2(m+m^*)\omega_{c2}}.$$

Введём безразмерные переменные по времени

$$\tau_0 = \omega_0 t,$$

$$\tau_c = \omega_{c1} t,$$

$$\rho_c^* = \frac{\omega_{c2}}{\omega_{c1}}.$$

После подстановки принятых обозначений и безразмерных переменных в уравнения (1) и (3) получим

при $x < s$

$$\ddot{x}(\tau_0) + 2\varepsilon_0\dot{x}(\tau_0) + x(\tau_0) = \rho_0^2 F_u \sin(\rho_0 \tau_0), \quad (4)$$

при $x \geq s$

$$\ddot{x}(\tau_c) + 2(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}\rho_c^*)\dot{x}(\tau_c) + (1 + \rho_c^{*2})x(\tau_c) = \rho_c^2 F_u \sin(\rho_c \tau_c) + 2\varepsilon_{c2}\rho_c^* \dot{s}(\tau_c) + \rho_c^{*2} s(\tau_c). \quad (5)$$

Собственные частоты колебаний системы можно определить из однородных дифференциальных уравнений (4) и (5). Не учитывая неупругие сопротивления в системе, можно найти частные решения уравнений (4) и (5) в виде

$$\vartheta_n = A_{xn} \sin(\omega_0 t), \quad (6)$$

где ω_0 – собственная частота колебаний системы.

Подставив решение (6) в полученные дифференциальные уравнения (4) и (5), получим однородные алгебраические уравнения. Приравняв главный определитель системы уравнений нулю, находим собственные частоты колебаний этой механической системы.

Вынужденные колебания рассматриваемой системы можно найти из частного решения системы однородных дифференциальных уравнений (4) и (5) в следующем виде

$$x = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t), \quad (7)$$

$$s = C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t). \quad (8)$$

Решение системы уравнений (4) и (5) относительно A, B, C и D при краевых условиях

$$\cos(\omega t) = 0, \sin(\omega t) = 1$$

и

$$\cos(\omega t) = 1, \sin(\omega t) = 0$$

приводит к системе уравнений:

при $x < s$

$$-A\omega^2 - 2\omega B(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}\rho_c^*) + A(1 + \rho_c^{*2}) =$$

$$= \rho_c^2 m_p e \omega^2 - 2D\varepsilon_{c2}\rho_c^* \omega + \rho_c^{*2} C;$$

$$-A\omega^2 - 2\varepsilon_0 \omega B + A =$$

$$= \rho_0^2 m_p e \omega^2;$$

$$-B\omega^2 + 2A(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}\rho_c^*)\omega + (1 + \rho_c^{*2})B =$$

$$= 2\varepsilon_{c2}\rho_c^* C \omega + \rho_c^{*2} D;$$

$$-B\omega^2 + 2\varepsilon_0 \omega A + B = 0.$$

При $x \geq s$

$$A(\omega^2(1 + \rho_c^{*2})) - B2\omega(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}\rho_c^*) + C\rho_c^{*2} +$$

$$+ 2D\varepsilon_{c2}\rho_c^* \omega = \rho_c^2 m_p e \omega^2;$$

$$A(1 - \omega^2) - 2\varepsilon_0 \omega B = \rho_0^2 m_p e \omega^2;$$

$$2A(\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}\rho_c^*)\omega - B(\omega^2 + (1 + \rho_c^{*2})) -$$

$$- C2\varepsilon_{c2}\rho_c^* \omega - D\rho_c^{*2} = 0;$$

$$2\varepsilon_0 \omega A - B(\omega^2 + 1) = 0.$$

Решение этих уравнений относительно A, B, C и D позволяет определить амплитуды виброперемещений масс и колебаний зазора динамической системы по формулам

$$x = [A^2 + B^2]^{1/2};$$

$$s = [C^2 + D^2]^{1/2}.$$

На основании полученной математической модели разработана методика динамического расчёта системы с зазором при линейном перемещении масс.

2. Система с зазором при угловом перемещении масс. Динамическая модель механической системы с зазором при угловом перемещении масс представлена на рис. 2, где m_1 – масса рычага вала; S_1 – зазор в шарнире ротора; S_2 – зазор в подшипниках рычага; g – ускорение свободного падения; m_2, e, ω – соответственно масса, эксцентриситет и угловая скорость ротора.

Допущения при рассмотрении этой модели такие же, как в первом случае при линейном перемещении масс.

Колебания этой механической системы описываются уравнением Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} + \frac{\partial V}{\partial \theta_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

где T – кинетическая энергия системы; V – потенциальная энергия системы; Q_i – обобщение силы системы; θ_i – угловое смещение системы.

Кинетическая энергия системы может быть записана как

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2, \quad (10)$$

где v_1, v_2 – скорости масс m_1 и m_2 .

$$v_1^2 = \dot{S}_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (11)$$

$$v_2^2 = S_1^2 \dot{\theta}_1^2 + S_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2S_1 S_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2). \quad (12)$$

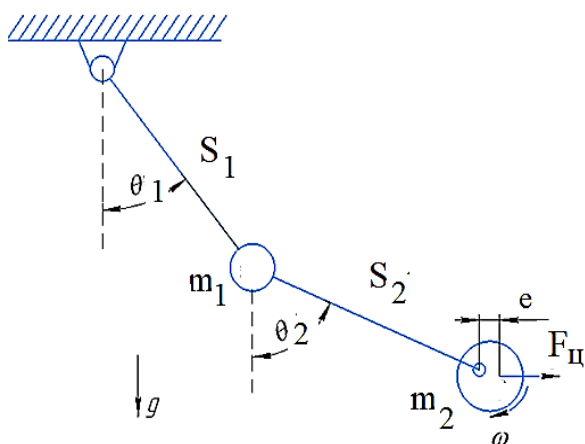


Рис. 2. Динамическая модель системы с зазором при угловом перемещении масс

Потенциальная энергия системы

$$V = m_1 g S_1 (1 - \cos \theta_1) + m_2 g [S_1 (1 - \cos \theta_1) + S_2 (1 - \cos \theta_2)]. \quad (13)$$

Подставим уравнения (10) и (13) в уравнение Лагранжа (9). После решения и упрощения полученного уравнения без учёта рассеивания колебаний получим систему уравнений

$$\begin{vmatrix} (m_1 + m_2)S_1^2 & m_2 S_1 S_2 \\ m_2 S_1 S_2 & m_2 S_2^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (m_1 + m_2)gS_1 & 0 \\ 0 & m_2 g S_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_2 e \omega^2 \sin \omega t \\ m_2 e \omega^2 \cos \omega t \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Алгоритм решения этих уравнений такой же, как и в случае системы с зазором с линейным перемещением масс. На основании полученной математической модели разработана методика динамического расчёта системы с зазором при угловом перемещении масс.

Результаты и дискуссия. Проведены исследования математической модели системы с зазором при линейном перемещении масс. Получены спектры вибрации модели при зазоре меньшем и большем амплитуды виброперемещений. Результаты исследований представлены на рис. 3, а и 3, б.

При зазоре меньшем амплитуды виброперемещений механической системы на спектре вибрации прослеживается один пик с центральной частотой ω_0 . А при зазоре большем амплитуды виброперемещений системы на спектре вибрации прослеживаются два пика с центральными частотами ω_{c1} , ω_{c2} .

Как видно из полученных математических моделей и спектров колебаний динамика механической системы существенно изменяется. Диагностировать повышенный зазор в системе можно по появлению в спектре пиков с частотами ω_{c1} , ω_{c2} .

На практике повышенная вибрация технологического оборудования, вызванная повышенными зазорами в элементах конструкции, довольно часто встречается [18, 19]. Например, при эксплуатации продольно-резательного станка на АО «Соликамскбумпром» появилась повышенная вибрация станка. Среднее квадратическое значение виброскорости станка достигало 8 мм/с, что превышает допусковые нормы по ГОСТ 26493-85 [20]. Спектр вибрации этого станка представлен на рис. 4.

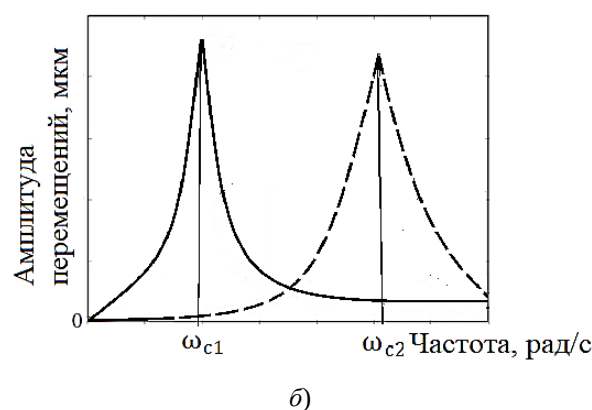
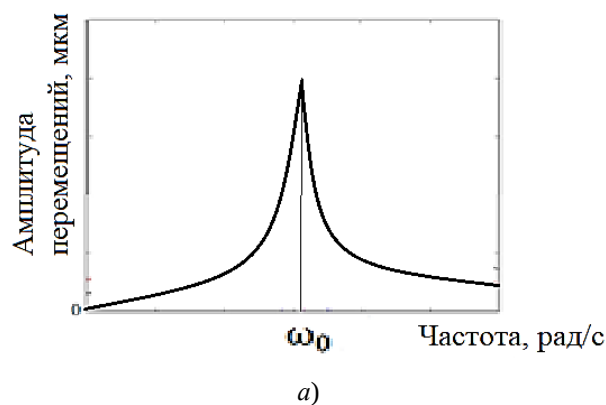


Рис. 3. Спектры собственных частот колебаний модели при зазоре меньшем (а) и большем (б) амплитуды виброперемещений масс механической системы

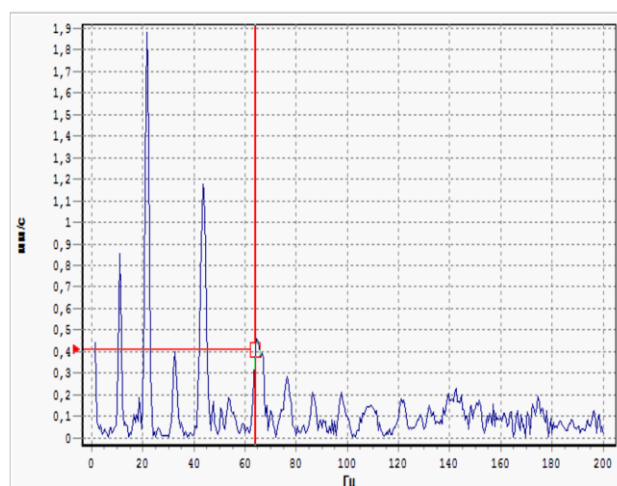


Рис. 4. Спектр вибрации продольно-резательного станка на АО «Соликамскбумпром» при повышенном зазоре (около 2 мм) в линейных направляющих прижимного вала

Пики частот на спектре соответствуют частотам вращения прижимного вала ω и частотам ω_{c1} и ω_{c2} свободных колебаний узлов станка.

Так как максимальная амплитуда вибрации находится на оборотной частоте прижимного вала станка, специалистами службы технической диагностики предприятия был сделан вывод о разбалансировке этого вала. Однако после динамической балансировки прижимного вала на балансировочном станке амплитуда вибрации станка существенно не изменилась.

В ходе дальнейшего экспериментального исследования продольно-резательного станка был обнаружен повышенный зазор (около 2 мм) в линейных направляющих прижимного вала. После уменьшения этого зазора до 0,3 мм динамика станка существенно изменилась. Параметры вибрации снизились до допускаемых норм [20]. Спектр вибрации станка после уменьшения зазора в линейных направляющих прижимного вала представлен на рис. 5. Пики на спектре соответствуют частоте вращения прижимного вала ω и частоте ω_0 свободных колебаний станка.

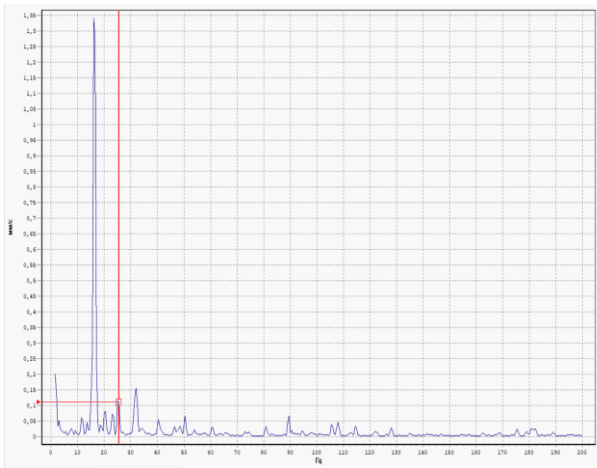


Рис. 5. Спектр вибрации продольно-резательного станка на АО «Соликамскбумпром» при уменьшенном зазоре (около 0,3 мм) в линейных направляющих прижимного вала

Другой пример – вибрация третьего пресса бумагоделательной машины № 4 АО «Соликамскбумпром». При эксплуатации этого пресса возникала повышенная вибрация. Среднее квадратическое значение виброскорости пресса достигало 13 мм/с, что значительно превышает допускаемые нормы по ГОСТ 26493-85 [20]. Спектр вибрации этого пресса представлен на рис. 6. Пики частот на спектре соответствуют частотам вращения гранитного вала ω и частотам ω_{c1} и ω_{c2} свободных колебаний узлов пресса.

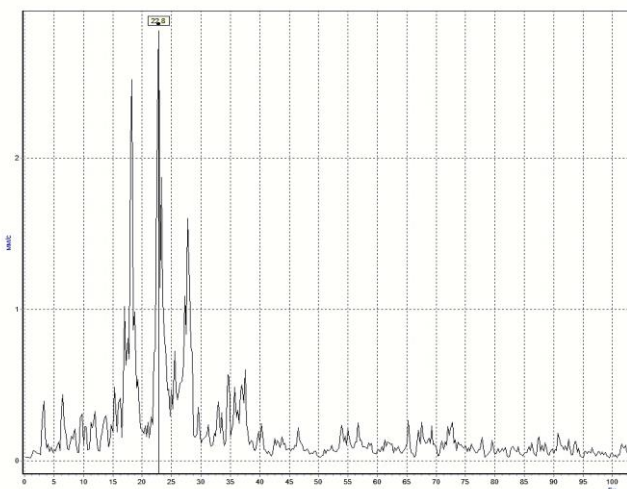


Рис. 6. Спектр вибрации третьего пресса бумагоделательной машины № 4 на АО «Соликамскбумпром» при повышенном зазоре (около 1,5 мм) в шарнирах рычагов гранитного вала

После уменьшения этого зазора в шарнирах гранитного вала до 0,15 мм динамика пресса существенно изменилась. Параметры вибрации снизились до допускаемых норм [20], спектр вибрации станка после уменьшения зазора в шарнирах прижимного вала представлен на рис. 7. Пик частоты на спектре соответствует частоте вращения гранитного вала ω и частоте ω_0 свободных колебаний пресса.

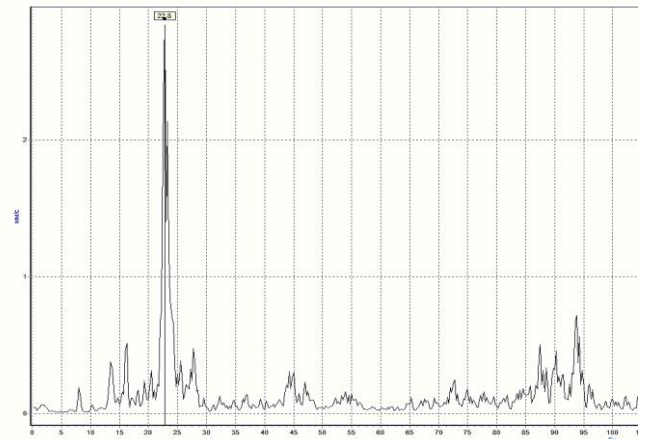


Рис. 7. Спектр вибрации третьего пресса бумагоделательной машины № 4 на АО «Соликамскбумпром» при уменьшенном зазоре (около 0,15 мм) в шарнирах рычагов гранитного вала

Закключение. В данной работе исследована динамика технологических машин с зазором. Получены динамические и математические модели механических систем с зазором при линейном и угловом перемещении масс. Математические модели рассмотрены при двух граничных условиях: при амплитуде колебаний меньше зазора в механической системе и при амплитуде колебаний больше зазора в системе. Динамика механической системы при зазорах больших амплитуды колебаний элементов этой системы существенно изменяется.

На практике определить причину возникновения повышенной вибрации технологической машины из-за повышенных зазоров затруднительно. Нередко специалисты служб технической диагностики предприятий не могут идентифицировать этот дефект.

В работе проведены теоретические исследования математических моделей механических систем с зазорами и выполнена их экспериментальная проверка на действующем технологическом оборудовании в производственных условиях. Определены диагностические признаки повышенного зазора. При повышенных зазорах в спектре вибрации машин появляются пики частот свободных колебаний узлов и деталей. При этом амплитуда вынужденных колебаний машины также возрастает.

Предложенная методика вибрационного диагностирования повышенных зазоров в технологических машинах может быть использована на предприятиях горной, металлургической и деревоперерабатывающей промышленности.

Литература

References

1. Вибрации в технике : справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение, 1980. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова, 1980. 544 с.
2. Сергеев В.И., Юдин К.М. Исследование динамики плоских механизмов с зазорами. М., Наука, 1974. 111 с.
3. Гриб В.В., Сафонов Б.П., Жуков Р.В. Динамика механизма движения поршневого компрессора с учётом зазоров в подвижных соединениях // Вестник машиностроения, 2002, № 4. С. 3–7.
4. Никитин А.Г., Пономарев А.Н. Влияние зазоров в сочленениях кинематических пар на динамику кривошипных кузнечно-прессовых машин // Вестник машиностроения, 1999, № 10. С. 11–14.
5. Бруевич Н.Г., Сергеев В.И. Основы нелинейной теории точности и надежности устройств. М., Наука, 1976. 136 с.
6. Dubowsky S., Moening M.F. An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances. Mech. Mach. Theory, 1978, vol. 13, no. 4, pp. 451–565, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(78\)90018-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(78)90018-6).
7. Haines S.R. A theory of contact loss at revolute joints with clearance. J. Mech. Eng. Sci., 1980, vol. 22, no. 3, pp. 129–136, doi: https://doi.org/10.1243%2FJMES_JOUR_1980_022_027_02.
8. Mba D., Raj B.K.N. Rao. Development of acoustic emission technology for condition monitoring and diagnosis of rotating machines: bearings, pumps, gearboxes, engines and rotating structures. SVD, 2006, vol. 38, no. 1, pp. 3–16.
9. Zheng W., Pei S., Zhang Q. et al. Experimental and theoretical results of the performance of controllable clearance squeeze film damper on reducing the critical amplitude. Tribol. Int., 2022, vol. 166, art. 107155, doi: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.107155>.
10. Bazrov B.M. Plotting dimensional chains of parts by means of surface-module graphs. Russ. Engin. Res., 2008, vol. 28, no. 7, pp. 651–661.
11. Prajwal K.T., Manickavasagam K., Suresh R. A review on vibration energy harvesting technologies: analysis and technologies. Eur. Phys. J. Spec. Top. 231, 2022, 1359–1371.
12. Gunn B., Alevras P., Flint J.A., Fu H., Rothberg S.J., Theodossiadis S. A self-tuned rotational vibration energy harvester for self-powered wireless sensing in power trains. Appl. Energy 302, 2021, 117479.
13. Wang W., Li B., Liu S., Wei Z.H. Bifurcation analysis and nonlinear dynamics of a rolling magnet multistable electromagnetic energy harvester. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 118, 2023, 107027.
14. Tien M.H., D'Souza K., Lu M. Efficient analysis of piecewise-linear nonlinear systems modeled using general state-space representations. J. Comput. Nonlinear Dyn. 17, 2022, 081001.
15. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика системы. Аналитическая механика. М., Наука, 1977. 544 с.
16. Решетов Д.Н. Детали и механизмы металлорежущих станков. Т. 1. Общие основы конструирования. Направляющие и несущие системы. М., Машиностроение, 1972. 663 с.
17. Вибрации в технике: справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова, 1981. –456 с.
18. Вихарев С.Н. Виброзащита рафинеров производств химико-механической массы / С.Н. Вихарев, В.П. Сиваков, С.А. Душинина, А.Н. Федотов // Целлюлоза, бумага, картон, 2006. № 1. С. 66–67.
19. Вихарев С.Н. Виброзащита ножевых размалывающих машин / Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2014. 147 с.
20. ГОСТ 26493-85. Вибрация. Технологическое оборудование целлюлозно-бумажного производства. Нормы вибрации. Технические требования. М.: Изд-во стандартов, 1985. 8 с.
1. Vibrations in technique: directory / Advice: V.N. Chelomei. M.: Mechanical engineering, 1980. T. 3. Fluctuations of machines, designs and their elements / F.M. Dimentberga and K.S. Kolesnikova, 1980. 544 p.
2. Sergeev V.I., Yudin K.M. Study on dynamics of open mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 111 p.
3. Grib V.V., Safonov B.P., Zhukov R.V. Motion mechanism mechanics of a piston compressor taking into account gaps in movable joints. Vestnik mashinostroeniya, 2002, № 4. pp. 3–7.
4. Nikitin A.G., Ponomarev A.N. Influence of backlashes in joints of kinematic pairs on dynamics forge – press machines. Vestnik mashinostroeniya, 1999, № 10, pp. 11.
5. Bruevich N.G., Sergeev V.I. Fundamentals of nonlinear theory of devices accuracy and reliability. Moscow, Nauka Publ., 1976. 136 p.
6. Dubowsky S., Moening M.F. An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances. Mech. Mach. Theory, 1978, vol. 13, no. 4, pp. 451–565, doi: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(78\)90018-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(78)90018-6).
7. Haines S.R. A theory of contact loss at revolute joints with clearance. J. Mech. Eng. Sci., 1980, vol. 22, no. 3, pp. 129–136, doi: https://doi.org/10.1243%2FJMES_JOUR_1980_022_027_02.
8. Mba D., Raj B.K.N. Rao. Development of acoustic emission technology for condition monitoring and diagnosis of rotating machines: bearings, pumps, gearboxes, engines and rotating structures. SVD, 2006, vol. 38, no. 1, pp. 3–16.
9. Zheng W., Pei S., Zhang Q. et al. Experimental and theoretical results of the performance of controllable clearance squeeze film damper on reducing the critical amplitude. Tribol. Int., 2022, vol. 166, art. 107155.
10. Bazrov B.M. Plotting dimensional chains of parts by means of surface-module graphs. Russ. Engin. Res., 2008, vol. 28, no. 7, pp. 651–661.
11. Prajwal K.T., Manickavasagam K., Suresh R. A review on vibration energy harvesting technologies: analysis and technologies. Eur. Phys. J. Spec. Top. 231, 2022, 1359–1371.
12. Gunn B., Alevras P., Flint J.A., Fu H., Rothberg S.J., Theodossiadis S. A self-tuned rotational vibration energy harvester for self-powered wireless sensing in power trains. Appl. Energy 302, 2021, 117479.
13. Wang W., Li B., Liu S., Wei Z.H. Bifurcation analysis and nonlinear dynamics of a rolling magnet multistable electromagnetic energy harvester. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 118, 2023, 107027.
14. Tien M.H., D'Souza K., Lu M. Efficient analysis of piecewise-linear nonlinear systems modeled using general state-space representations. J. Comput. Nonlinear Dyn. 17, 2022, 081001.
15. Kilchevskiy N.A. Theoretical mechanics course. Vol. 2. System dynamics. Analytic mechanics. Moscow, Nauka Publ., 1977. 544 p.
16. Reshetov D.N., Parts and mechanisms of metal cutting machines. Vol. 1. Design fundamentals. Directing and carrying systems, Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 663 p.
17. Vibrations in technique: directory/Advice: V.N. Chelomei. M.: Mechanical engineering, 1978. T. 6. Fluctuations of linear systems / V.V. Bolotin. M.: Mechanical engineering, 1978. 352 p.
18. Vikharev S.N. Vibroprotection refiners manufactures of mechanical pulp / S.N.Vikharev, V.P. Sivakov, S.A. Dushinina, A.N. Fedotov//Cellulose, paper, cardboard, 2006. № 1. P. 66–67.
19. Vikharev S.N. Vibration protection of knife refining machines. Ekaterinburg: UGLTU, 2014. 147 p.
20. GOST 26493-85 1985 Vibration. Technological equipment for pulp and paper production. The norms of vibration. Technical requirements. M.: Standard publishing, 1985. 8 p.