

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОВЕДЕНИЯ

УДК 62.752 629.4.015, 628.534, 519.71-74

DOI: 10.18324/2077-5415-2023-3-7-12

Концепция обобщенного рычага в оценке динамических состояний механических колебательных систем в условиях связанных вибрационных нагружений

А.В. Елисеев^{1, 2a}, Н.К. Кузнецов^{2b}

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

² Иркутский национальный исследовательский технический университет, ул. Лермонтова, 83, Иркутск, Россия

^a eavsh@ya.ru, ^b knik@ex.istu.edu

^a <https://orcid.org/0000-0003-02222-2507>, ^b <https://orcid.org/0000-0002-3083-0182>

Статья поступила 04.09.2023, принята 12.09.2023

Оценка динамических состояний технических объектов является необходимым условием для обеспечения безопасности и надежности работы систем и машин, а также для повышения их эффективности и улучшения конструкции и технологии производства. В статье рассматривается применение рычажных связей в оценке динамических состояний технических объектов при наличии кинематических возмущений. Методология исследования основана на структурном математическом моделировании, позволяющем установить соответствие между механическими колебательными системами и структурными схемами систем автоматического управления. Разработана концепция, отображающая представления о динамических состояниях и формах динамических взаимодействий элементов системы путем обобщения понятий о рычагах 1-го и 2-го рода. В рамках концепции показано, что совокупность динамических состояний и форм динамических взаимодействий элементов механической колебательной системы, находящейся в условиях связанных кинематических возмущений, отображается с помощью характеристик обобщенного рычага с измененной метрикой. Результаты исследования могут быть применены в различных областях техники для более точной оценки динамических состояний технических объектов.

Ключевые слова: механические колебательные системы; структурное математическое моделирование; передаточные отношения; динамические состояния; рычажные связи.

The concept of a generalized lever in assessing the dynamic states of mechanical oscillatory systems under conditions of connected vibration loads

A. V. Eliseev^{1, 2a}, N. K. Kuznetsov^{2b}

¹ Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

² Irkutsk National Research Technical University; 83, Lermontov St., Irkutsk, Russia

^a eavsh@ya.ru, ^b knik@ex.istu.edu

^a <https://orcid.org/0000-0003-02222-2507>, ^b <https://orcid.org/0000-0002-3083-0182>

Received 04.09.2023, accepted 12.09.2023

Assessing the dynamic states of technical objects is a necessary condition for ensuring the safety and reliability of systems and machines, as well as for increasing their efficiency and improving the design and production technology. The paper considers the use of lever connections in assessing the dynamic states of technical objects in the presence of kinematic disturbances. The research methodology is based on structural mathematical modeling, which makes it possible to establish a correspondence between mechanical oscillatory systems and structural schemes of automatic control systems. A concept has been developed that reflects the concepts of dynamic states and forms of dynamic interactions of system elements by generalizing the concepts of levers of the first and second kind. Within the framework of the concept, it is shown that the totality of dynamic states and forms of dynamic interactions of elements of a mechanical oscillatory system under conditions of coherent kinematic disturbances is displayed using the characteristics of a generalized lever with a modified metric. The results of the study can be applied in various fields of technology for a more accurate assessment of the dynamic states of technical objects.

Keywords: mechanical oscillatory systems; structural mathematical modeling; gear ratios; dynamic states; lever connections.

Введение. Необходимость оценки, контроля и формирования динамических состояний технических объектов, находящихся в условиях вибрационного нагружения предопределяет разработку научно-методологического базиса моделирования на основе междисциплинарных подходов, охватывающих области динамики машин, теории колебаний, теории автоматического управления, системного анализа, теории катастроф и др. [1–3]. На начальных этапах моделирования широких классов технических объектов могут быть использованы линейные механические колебательные системы, образованные твердым телом, с конечным числом степеней свободы [4; 5]. Для оценки динамических состояний механических колебательных систем значительное распространение получили структурные методы математического моделирования [6; 7]. К существенным особенностям совокупности динамических состояний относятся количество резонансов, количество режимов обнуления амплитуд колебаний и число знакоопределенных форм динамических взаимодействий элементов [8].

Вместе с тем, концепция динамических инвариантов, получившая развитие для систем с одной и двумя степенями свободы на основе передаточных функций, отражающих податливость системы, недостаточно детализирована и недостаточно наглядно отражает особенности формирования динамических состояний механических колебательных систем с тремя степенями свободы, динамические состояния которых характеризуются на основе представлений о рычажных связях [9].

Предлагаемая статья посвящена развитию представлений об обобщенных динамических состояниях механических колебательных систем, образованных твердым телом с тремя степенями свободы, в условиях связанных кинематических нагружений, динамическое состояние которого оценивается на основе передаточных функций, отображающих рычажные связи.

Материалы и методы. Основные положения. Постановка задачи. Рассматривается механическая колебательная система, образованная твердым телом, установленным на упругие элементы. Предполагается, что твердое тело с тремя степенями свободы совершает малые установившиеся колебания относительно положения статического равновесия, вызванные внешними связными кинематическими синфазными гармоническими возмущениями со стороны опорных поверхностей. Динамическое состояние системы определяется на основе отношения амплитуд колебания точек твердого тела к амплитудам колебания точек опорных поверхностей. Отношение амплитуд колебаний рассматривается как рычажная связь, зависящая от частоты и от связности кинематических возмущений.

Задача заключается в разработке обобщенных представлений, отображающих особенности рычажных взаимодействий, для оценки совокупности динамических состояний механических колебательных систем, образованных твердым телом, находящимся в условиях связанных кинематических возмущений.

Математическая модель. Механическая колебательная система (рис. 1) на основе известных методов, заключающихся в преобразовании Лапласа [10] системы дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го

рода, может быть представлена структурной схемой эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 2).

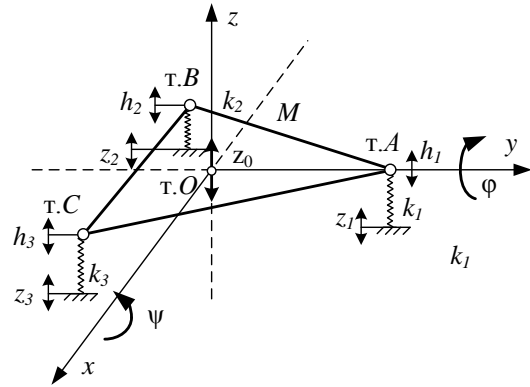


Рис. 1. Механическая колебательная система

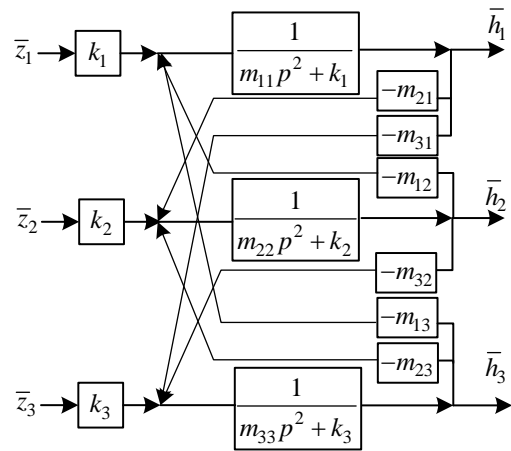


Рис. 2. Структурная схема механической колебательной системы на рис. 1

Оценка динамических состояний механической колебательной системы может быть произведена на основе передаточных функций:

$$W_{11}(p) = \frac{\bar{h}_1}{\bar{z}_1}, \quad (1)$$

$$W_{21}(p) = \frac{\bar{h}_2}{\bar{z}_1}, \quad (2)$$

$$W_{31}(p) = \frac{\bar{h}_3}{\bar{z}_1}. \quad (3)$$

Вместе с тем, представленные амплитудно-частотные характеристики, в общем случае зависящие от коэффициентов связности, отображают динамические особенности механических колебательных систем без учета специфики рычажных представлений, в частности, носят разрывный характер. В рамках структурного подхода произвольная амплитудно-частотная характеристика передаточной функции (1) – (3) может быть интерпретирована на основе представлений о рычагах.

Рычажная интерпретация динамических состояний механических колебательных систем. Рассматривается условный рычаг, образованный горизонтальной перекладной и опорой в т. О (рис. 3). На рычаге выбраны тт. Z и H с координатами l_Z и l_H. Поворот рычага

на малый угол θ приводит к вертикальным смещениям тт. Z и H на величины Δz и Δh , для которых выполнено рычажное отношение:

$$\theta \approx \frac{\Delta z}{l_Z} = \frac{\Delta h}{l_H}. \quad (4)$$

Смещения Δz , Δh разных знаков отображают рычаги 1-го рода, одинаковых — 2-го. Аналогия между амплитудно-частотной характеристикой и рычагом может быть построена на основе передаточной функции (1):

$$A_{11}(\omega) = \frac{\bar{h}_1(j\omega)}{\bar{z}_1(j\omega)} = \frac{\Delta h}{\Delta z} = \frac{l_H}{l_Z}, \quad (5)$$

где смещение Δz рассматривается как условное «входное» или «ведущее», а смещение Δh — как условное «выходное» или «ведомое». На основе отношений (5) для каждой частоты ω значению $A_{11}(\omega)$ может быть сопоставлено отношение плеч l_H и l_Z или отношение вертикальных смещений Δh и Δz .

Выражения (6) паре $(\omega, A_{11}(\omega))$ при заданном значении $l_H = \text{const} > 0$ определяют на бесконечной прямой точки H и Z , отношения плеч которых имеют рычажное отношение $A_{11}(\omega)$. Можно принять, что нулевые значения $A_{11}(\omega)$ переходят в бесконечные значения плеч рычага, в бесконечные значения $A_{11}(\omega)$ в нулевые $l_H = \infty$. В этом случае динамические состояния резонансов, обнулений амплитуд колебаний, знакоопределенные формы динамических взаимодействий отображаются рычагами 1-го или 2-го рода с нулевыми или бесконечными плечами.

Для преобразования бесконечных рычажных особенностей в конечные может быть использована проекция бесконечной прямой на окружность конечного радиуса (см. таблицу).

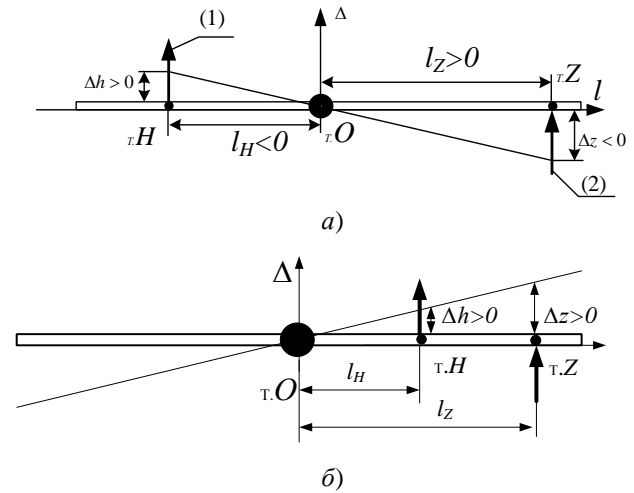


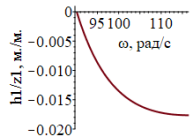
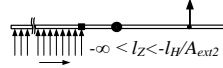
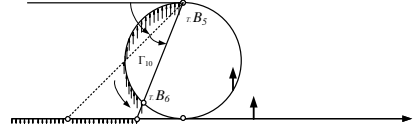
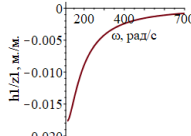
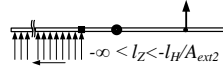
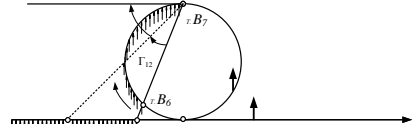
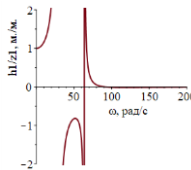
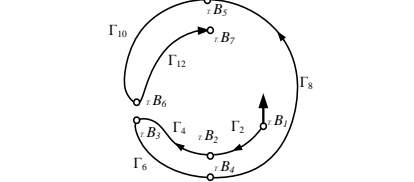
Рис. 3. Рычаг: а — рычаг 1-го рода; б — рычаг 2-го рода. l — условное выходное смещение; 2 — условное входное смещение

Рычаг может быть задан при условии, что $l_H = \text{const} > 0$, а плечо l_Z определяется по формуле:

$$l_Z = \frac{l_H}{A_{11}(\omega)}. \quad (6)$$

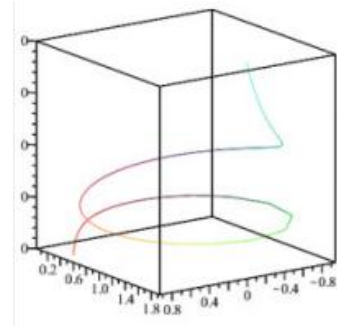
Построение обобщенного рычага

	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>
0	Область определения, область значения	Ветви амплитудно-частотной характеристики	Рычаги 1-го или 2-го рода. l_Z – переменная, $l_H = \text{const} > 0$	Отображение рычага на окружность
1	$\omega \in (0, \sigma_1)$, $1 < A_{11}(\omega) < \infty$			
2	$\omega \in (\sigma_1, \omega_{ext1})$, $-\infty < A_{11}(\omega) < -A_{ext1}$, $A_{ext1} > 0$			
3	$\omega \in (\omega_{ext1}, \sigma_2)$, $-\infty < A_{11}(\omega) < -A_{ext1}$			
4	$\omega \in (\sigma_2, \infty)$, $0 < A_{11}(\omega) < \infty$			

5	$\omega \in (\omega_0, \omega_{ext2})$ $-A_{ext2} < A_{11}(\omega) < 0$			
6	$\omega \in (\omega_{ext2}, +\infty)$ $-A_{ext2} < A_{11}(\omega) < 0$			
7	$\omega \in (0, +\infty)$ $-\infty < A_{11}(\omega) < \infty$		-	

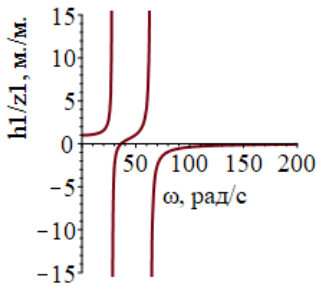
Построение обобщенного рычага реализуется путем отображения значений амплитудно-частотной характеристики, определенной на интервалах монотонности (см. таблицу, столбцы *a*, *b*), на точки *Z* с координатами l_Z на основе рычажного отношения (6) при условии, что $l_H = \text{const} > 0$ (столбец *в*). Интервалы точек *Z* рычага (таблица, столбец *в*) проецируются на дуги окружности (столбец *з*). При рассмотрении частотного интервала $(0, +\infty)$ дуги объединяются в обобщенный рычаг системы (строка 7, столбец *з*).

Результаты исследования и их обсуждение. Плоская и пространственная формы обобщенных рычагов. Совокупности динамических состояний (рис. 4, *a*), соответствующих различным коэффициентам связности, обладающих различными динамическими инвариантами [9], могут быть представлены обобщенными рычагами в виде объединения дуг окружности в плоской и пространственной формах (рис. 4, *б*; рис. 4, *в*).

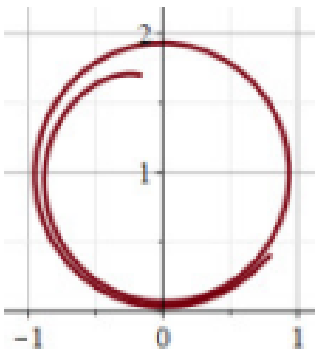


в)

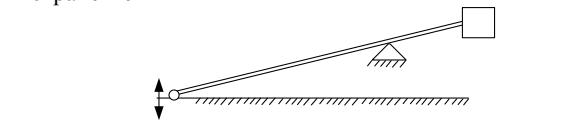
Рис. 4. Интерпретация совокупности динамических состояний с помощью обобщенного рычага: *a* — амплитудно-частотная характеристика; *б* — обобщенный рычаг; *в* — представление обобщенного рычага в пространстве



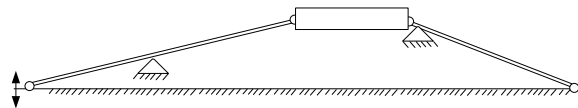
a)



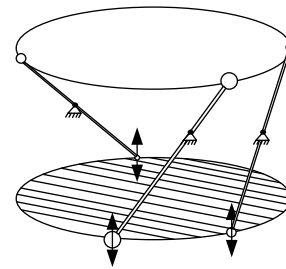
б)



a)



б)



в)

Рис. 5. Условная рычажная структура: *a* — с одним рычагом; *б* — с двумя рычагами; *в* — с тремя рычагами

Для наглядности при отображении различных ветвей амплитудно-частотной характеристики в одинаковые

точки окружности совпадающие дуги искусственно отдалены друг от друга на небольшое расстояние. Таким образом, оценка динамических состояний твердого тела, динамические состояния которого определяются с помощью трех передаточных функций, могут быть отображены с помощью трех обобщенных рычагов.

Представление динамических особенностей механических колебательных систем с помощью статических рычажных структур. Учитывая, что амплитудно-частотная характеристика, отображающая совокупность динамических состояний механической колебательной системы, может быть интерпретирована для каждой частоты внешнего возмущения в виде рычага, а на частотном интервале — в виде обобщенного рычага, можно высказать предположение, что динамические состояния механической колебательной системы могут быть отображены посредством статической условной рычажной структуры, характеристики которой в виде длин плеч, расположения точек опоры рычагов, передаточных отношений и т. д. в общем случае зависят от частот и связности внешних возмущений (рис. 5).

В частности, совокупность динамических состояний, определяемая одной амплитудно-частотной характеристикой, может быть отображена совокупностью статических рычажных структур, образованных одним рычагом (рис. 5, а), совокупность динамических состояний системы, отображаемых двумя амплитудно-частотными характеристиками, может быть представлена системой с двумя рычагами (рис. 5, б). Таким образом, можно полагать, что динамические состояния твердого тела, вызванные внешними кинематическими возмущениями фиксированной частоты и фиксированным характером связности, могут быть интерпретированы как рычажные отношения точек твердого тела, установленного на три рычага, плечи которого соединены с одной опорной поверхностью.

Литература

1. Москвичев В.В., Махутов Н.А., Шокин Ю.И. Прикладные задачи конструкционной прочности и механики разрушения технических систем. Новосибирск: Наука, 2021. 795 с.
2. Ганиев Р.Ф., Низамов Х.Н., Дербуков Е.И. Волновая стабилизация и предупреждение аварий на трубопроводах. М.: Изд-во МГТУ, 1996. 257 с.
3. Острейковский В.А., Соловьев Н.А., Шевченко Е.Н. Анализ состояния обеспечения работоспособности компрессорных станций магистральных газопроводов на этапе эксплуатации // Труды междунар. симпозиума «Надежность и качество». 2018. Т. 1. С. 61-64.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton: CRC Press, 2006. 1064 p.
5. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 432 с.
6. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 320 с.
7. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Springer International Publishing: Cham, 2020. 521 p.
8. Елисеев А.В., Ситов И.С., Кузнецов Н.К. Системный подход к оценке полной совокупности динамических состояний технических объектов в условиях связанных вибрационных

Заключение. Оценка динамических состояний проводится для механической колебательной системы, образованной твердым телом с тремя степенями свободы. Для оценки динамических состояний используются передаточные функции, представляющие собой рычажные отношения между амплитудами колебаний точек твердого тела и точек опорной поверхности.

Построенная рычажная интерпретация отображает значения амплитудно-частотных характеристик в виде рычагов, интервалы значений амплитудно-частотных характеристик — в виде совокупности рычагов. Множество значений амплитудно-частотной характеристики на частотном диапазоне от нуля до бесконечности отображается в виде обобщенного рычага, представляющего собой совокупность дуг окружности. Показано, что динамические особенности могут быть отображены с помощью плоских и пространственных представлений обобщенных рычагов. Можно полагать, что динамические состояния механических колебательных систем могут быть представлены с помощью условных рычажных структур. Показано, что обобщенные рычаги обладают формой и размером в зависимости от коэффициентов связности внешних кинематических возмущений. В рамках развиваемых рычажных представлений режимы резонанса или обнуления амплитуд колебаний могут быть отображены включением в систему специфических рычагов.

Разработанные рычажные представления позволяют рассматривать совокупность динамических состояний механических колебательных систем в виде условной статической рычажной структуры, для которой изменение частоты и связности внешних возмущений может быть выражено с помощью изменения длин или точек опоры рычагов.

Критерии авторства. А.В. Елисеев и Н.К. Кузнецов имеют равные авторские права и несут одинаковую ответственность за плагиат. *Конфликт интересов.* Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

- нагружений // Системы. Методы. Технологии. 2023. № 1. С. 7-20.
9. Елисеев С.В., Каргапольцев С.К., Большаков Р.С., Елисеев А.В. Рычажные связи: возможности формирования динамических состояний в механических колебательных системах // Транспорт Урала. 2020. № 3. С. 17-23.
 10. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. М.: Наука, 1959. 368 с.

References

1. Moskvichev V.V., Mahutov N.A., SHokin YU.I. Applied problems of structural strength and mechanics of destruction of technical systems. Novosibirsk: Nauka, 2021. 795 p.
2. Ganiev R.F., Nizamov H.N., Derbukov E.I. Wave stabilization and prevention of pipeline accidents. M.: Izd-vo MGTU, 1996. 257 p.
3. Ostrajkovskij V.A., Solov'ev N.A., Shevchenko E.N. Analysis of the state of ensuring the operability of compressor stations of main gas pipelines at the operational stage // Trudy mezhdunar. simpoziuma «Nadezhnost' i kachestvo». 2018. V. 1. P. 61-64.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton: CRC Press, 2006. 1064 p.
5. Ganiev R.F., Kononenko V.O. Vibrations of solids. M.: Nauka, 1976. 432 p.

6. Kolovskij M.Z. Automatic control of vibration protection systems. M.: Nauka, 1976. 320 p.
7. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Springer International Publishing: Cham, 2020. 521 p.
8. Eliseev A.V., Sitov I.S., Kuznecov N.K. Systematic approach to the assessment of the full set of dynamic states of technical objects under conditions of coherent vibration loads // Systems. Methods. Technologies. 2023. № 1. P. 7-20.
9. Eliseev S.V., Kargapol'cev S.K., Bol'shakov R.S., Eliseev A.V. Lever connections: possibilities of forming dynamic states in mechanical oscillatory systems // Transport of the Urals. 2020. № 3. P. 17-23.
10. Lur'e A.I. Operational calculus and application in technical applications. M.: Nauka, 1959. 368 p.