

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 620.17

DOI:10.18324/2077-5415-2021-3-7-13

### Связь физико-механических параметров упрочняемого материала с индексом Майера

П.М. Огар<sup>a</sup>, В.А. Шилин<sup>b</sup>, В.С. Федоров<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>wal-500@yandex.ru, <sup>c</sup>Fedorov-v-s@yandex.ru

<sup>a</sup><https://orcid.org/0000-0001-7717-9377>, <sup>b</sup><https://orcid.org/0000-0002-2972-4411>, <sup>c</sup><https://orcid.org/0000-0001-5507-307X>

Статья поступила 20.11.2021, принята 22.11.2021

*Рассмотрены вопросы связи физико-механических параметров упругопластического тела Холломона с индексом Майера при внедрении сферического индентора. Закон Майера представлен в новом виде путем использования соотношения максимальной твердости по Майеру с твердостью по Бринеллю, связи условного предела прочности с максимальной твердостью по Бринеллю и уравнения Холломона. Проведен анализ выражений, связывающих экспоненту упрочнения или условную равномерную деформацию с индексом Майера. Получено также новое выражение для индекса Майера, частным случаем которого является результат, полученный В.М. Матюниным и А.Ю. Марченковым. Описание радиуса площадки контакта степенной функцией глубины внедрения индентора позволило известными параметрами соотношением известных параметров, полученных конечно-элементным моделированием для определения контактной глубины и зависимости «нагрузка – внедрение». Приведены графические зависимости полученных результатов, подтверждающих их достоверность в сравнении с известными решениями.*

**Ключевые слова:** сферический индентор; индекс Майера; глубина вдавливания; диаметр отпечатка; истинные и условные напряжения и деформации; линейно-степенной закон упрочнения; предел текучести; предел прочности; твердость.

### Relationship between the physical and mechanical parameters of the hardened material with the Mayer index

P.M. Ogar<sup>a</sup>, V.A. Shilin<sup>b</sup>, V.S. Fedorov<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>wal-500@yandex.ru, <sup>c</sup>Fedorov-v-s@yandex.ru

<sup>a</sup><https://orcid.org/0000-0001-7717-9377>, <sup>b</sup><https://orcid.org/0000-0002-2972-4411>, <sup>c</sup><https://orcid.org/0000-0001-5507-307X>

Received 20.11.2021, accepted 22.11.2021

*The problems of the relationship of the physical and mechanical parameters of the elastic-plastic Hollomon body with the Mayer index during the introduction of a spherical indenter are considered. Mayer's law is presented in a new form by using the ratio of the maximum hardness according to Meyer with the Brinell hardness, the connection of the conditional strength limit with the maximum Brinell hardness and the Hollomon equation. The analysis of expressions linking the hardening exponent or conditional uniform deformation with the Mayer index is carried out. A new expression for the Mayer index is also obtained, a special case of which is the result obtained by V.M. Matyunin and A.Yu. Marchenkov. The description of the contact site radius by the power function of the indenter insertion depth made it possible to represent the Mayer index by the ratio of known parameters obtained by finite element modeling to determine the contact depth and the load–insertion relationship. Graphical dependences of the obtained results are presented, confirming their reliability in comparison with known solutions.*

**Keywords:** spherical indenter; Mayer index; indentation depth; hole diameter; true and engineering stresses and strains; linear-power law of hardening; yield strength; tensile strength; hardness.

**Введение.** Вопросы исследований упругопластического внедрения сферического индентора находят широкое применение в различных областях — материаловедении при определении механических свойств материалов, механике контактного взаимодействия деталей машин, трибомеханике, технологиях поверхностного пластического деформирования и др.

Существуют разные экспериментальные и теоретические подходы для описания поведения материала в упругопластической области. Подробный их обзор и критический анализ приведены в работе [1, с. 92–129], откуда следует, что многие из них недостаточно изучены, некоторые требуют уточнений и усовершенствований.

При решении контактных задач сферы с упругопластическим полупространством возникает проблема учета упрочнения материала. Для решения этого вопроса Е. Мауге использовал следующую зависимость между нагрузкой  $P$  и диаметром отпечатка  $d$  [2]:

$$P = Ad^m, \quad (1)$$

где  $A$  — константа;  $m$  — индекс Майера. Для большинства конструкционных материалов  $m = 2.0 \dots 2.6$ .

Выражение (1) использовалось для учета упрочнения материалов в работах [3–5], однако влияние конкретных характеристик не исследовано. Для связи индекса Майера  $m$  с экспонентой упрочнения  $n$  авторами [6; 7] при применении выражения (1) использовались зависимости типа  $n(m)$ , предложенные в работах [8; 9]. Как показали исследования [10; 11], однозначной зависимости между  $m$  и  $n$  недостаточно, так как  $m = m(n, \varepsilon_y)$ , где  $\varepsilon_y = \sigma_y/E$  — предел текучести;  $E$  — модуль упругости.

Целью настоящей работы является определение связи физико-механических параметров упрочняемого материала с индексом Майера.

**Характеристики упругопластического полупространства.** Рассмотрим внедрение сферического индентора в упругопластическое упрочняемое полупространство. В практике определения физико-механических свойств материалов наибольшее распространение получили испытания на одноосное растяжение специальных образцов. Для различных металлических материалов, таких как сталь, медь и сплавы, для представления истинной кривой напряжения–деформации часто используется модель упругопластического тела Холломона [12], которую представим в виде:

$$S = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_0; \\ E\varepsilon_0^{1-n}\varepsilon^n, & \varepsilon \geq \varepsilon_0; \end{cases} \quad (2)$$

где  $S$  и  $\varepsilon$  — истинные напряжения и деформации;  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ ;  $\sigma_0$  — предел пропорциональности;  $n$  — экспонента упрочнения.

Из второго уравнения в выражении (2) следует:

$$\frac{S}{S_0} = \left(\frac{E\varepsilon}{S_0}\right)^n = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^n, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_0. \quad (3)$$

В справочниках и марочниках обычно указываются характеристики условной диаграммы растяжения  $\sigma-\delta$ , которые связаны с истинными напряжениями и деформациями выражениями:

$$S = \sigma(1 + \delta), \quad \varepsilon = \ln(1 + \delta). \quad (4)$$

Ввиду малости значений  $\delta_0$  и  $\delta_y$  для истинных напряжений и деформаций имеем:

$$S_0 \approx \sigma_0, \quad S_y \approx \sigma_y, \quad \varepsilon_y = \ln(1 + \delta_y) \approx \delta_y. \quad (5)$$

С учетом допуска 0,2 % на остаточную деформацию при  $\sigma = \sigma_y$ :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{ye} + \varepsilon_{yp} = \sigma_y/E + 0,002, \quad (6)$$

и того, что истинная равномерная деформация:

$$\varepsilon_u = \ln(1 + \delta_u) = n, \quad (7)$$

параметры  $n$  и  $\varepsilon_0$  определяются выражениями [13; 14]:

$$n \ln n - n(1 + \ln(\sigma_y/E + 0,002)) - \ln\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_y}\right) = 0, \quad (8)$$

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{\sigma_y/E}{(\sigma_y/E + 0,002)^n}\right)^{\frac{1}{1-n}}, \quad \sigma_0 = \varepsilon_0 E. \quad (9)$$

Рассматриваемые материалы индентора: карбид вольфрама,  $E_i = 710 \text{ GPa}$ ,  $\nu_i = 0,23$ ; сталь,  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ .

**Описание методики исследования.** Уравнение (1) представим в виде:

$$\frac{P}{\pi a^2} = A^* \left(\frac{a}{R}\right)^{m-2}, \quad (10)$$

где  $A^*$  — константа с размерностью напряжения;  $R$  и  $a$  — радиусы сферы и площадки контакта.

Левая часть выражения (10) представляет среднее давление или твердость по Майеру:

$$\frac{P}{\pi a^2} = p_m = H_M. \quad (11)$$

Если  $a = R$ , то  $A^* = H_{M \max}$ . Здесь  $H_{M \max}$  — максимальная твердость по Майеру, которая связана с максимальной твердостью по Бринеллю  $HB_{\max}$  выражениями [6]:

$$H_{M \max} = A^* = 2HB_{\max}/k_m, \quad (12)$$

$$k_m = m^{\frac{m}{2}} (m-1)^{1-m} (m-2)^{\frac{m-2}{2}}. \quad (13)$$

При этом указано, что максимальная твердость по Бринеллю  $HB_{\max} = HB_u$  имеет место при:

$$\left(\frac{a}{R}\right)_u = \frac{\sqrt{m(m-2)}}{m-1}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что для значений индекса Майера должно выполняться условие  $m \geq 2$ .

По данным М.П. Марковца [15], условный предел прочности  $\sigma_u$  в результате статистической обработки по методу наименьших квадратов связан с максимальной твердостью по Бринеллю, вычисленной по диаметру восстановленной лунки, весьма простым уравнением:

$$\sigma_u = k_\sigma \cdot HB_{\max}. \quad (15)$$

Согласно [15, с. 73], для углеродистых и перлитных низколегированных сталей  $k_\sigma = 0,333$ . При вычислении напряжений в лунке по ее невосстановленной глубине получено  $k_\sigma = 0,3$  [15, с. 75].

Более простым способом определения условного предела прочности  $\sigma_u$  является определение его выражением  $\sigma_u = k \cdot HB$ , где  $HB$  — твердость по Бринеллю [16–18]. Как указано в работе [15, с. 30], распространенная характеристика  $HB$  не имеет физического смысла, однако для некоторых конструкционных материалов  $HB$  практически совпадает с  $HB_u$  на диаграмме твердости в координатах  $HB - \bar{a}$ . Например, если  $\sigma_u / HB_{\max} = 0.333$ , то при использовании твердости по Бринеллю  $\sigma_u / HB = 0.345$ . Для материалов, указанных в [16, табл. 1.2], значения  $k$  находятся в пределах 0,33...0,55, для материалов, приведенных в [17; 18], значения коэффициента  $k = 0.327...0,367$ .

Из выражений (3), (7) и (15) имеем:

$$HB_{\max} = \frac{\sigma_0}{k_\sigma} \left( \frac{n}{e} \right)^n \cdot \varepsilon_0^{-n}. \quad (16)$$

Подставляя уравнения (16) в (12) и затем в (10), получим:

$$\frac{P}{\pi a^2} = \frac{2\sigma_0}{k_\sigma k_m} \left( \frac{n}{e} \right)^n \varepsilon_0^{-n} \left( \frac{a}{R} \right)^{m-2}, \quad (17)$$

$$\frac{P}{ER^2} = \frac{2\pi}{k_\sigma k_m} \left( \frac{n}{e} \right)^n \varepsilon_0^{1-n} \left( \frac{a}{R} \right)^m. \quad (18)$$

Таким образом, имеем новое выражение закона Майера, связывающее безразмерную нагрузку  $\bar{P} = P / (ER^2)$  с относительным радиусом контакта  $\bar{a} = a/R$  степенной зависимостью, в которой экспоненту — индекс Майера — часто пытаются связать с характеристиками свойств материалов.

Д. Тейбор [19] для связи экспоненты упрочнения с индексом Майера использовал выражение:

$$n = m - 2. \quad (19)$$

Ранее Г.П. Зайцевым [20] для условной равномерной деформации было принято:

$$\delta_u = \frac{m-2}{1,13}. \quad (20)$$

Для связи условной равномерной деформации  $\delta_u$  с экспонентой упрочнения  $n$  используется выражение (7).

В работе [21] при описании упругопластического контакта сферы использовалось выражение С.И. Булычева [9]:

$$\delta_u = 0,961 \cdot (m-2). \quad (21)$$

В.М. Матюниным в [22] получено следующее выражение:

$$\delta_u = \frac{m-2}{m-1}. \quad (22)$$

В более поздней работе [23] В.М. Матюниным и А.Ю. Марченковым представлено выражение, значительно отличающееся от (22):

$$\delta_u = (m-2)/m, \quad (23)$$

которое получено аналитически, в предположении, что  $H_M = 3S$  и  $HB = 3\sigma$ .

Для уточнения выражения (23) определим связь твердости по Майеру (средних напряжений в контакте) с истинными напряжениями  $S$ , используя выражения (10) и (12):

$$H_M = \frac{2HB_{\max}}{k_m} \left( \frac{a}{R} \right)^{m-2} = \Psi_m S, \quad (24)$$

где  $\Psi_m$  — максимальное значение коэффициента относительного давления (по определению [23]), в зарубежной литературе  $\Psi$  — «constraint factor».

Из выражения (15):

$$HB_{\max} = \sigma_u / k_\sigma. \quad (25)$$

Для равномерной деформации  $\delta_u$  разделим левую и правую части уравнения (23) на соответствующие части уравнения (24):

$$\frac{2}{k_m} \left( \frac{a}{R} \right)_u^{m-2} = \Psi_m k_\sigma (1 + \delta_u). \quad (26)$$

С учетом выражений (13) и (14) получим:

$$\frac{2(m-1)}{m} = \Psi_m k_\sigma (1 + \delta_u), \quad (27)$$

$$\delta_u = \frac{m(2 - \Psi_m k_\sigma) - 2}{\Psi_m k_\sigma m}. \quad (28)$$

Тогда значение индекса Майера:

$$m = \frac{2}{2 - \Phi e^n}, \quad (29)$$

где  $\Phi = \Psi_m k_\sigma$ .

Для упругого идеально пластического материала  $m = 2$  и  $n = 0$ . При использовании выражений (28) и (29) это возможно при  $\Phi = 1$ . В этом случае выражение (28) совпадает с выражением (23).

Согласно [24], для всех материалов при построении диаграммы «напряжение – деформация» рекомендуется принять  $\Psi_m = 3$ . Однако, по данным разных исследователей, значения параметра  $\Psi_m$  находятся в пределах 2,4...3,7 [25]. С учетом перечисленных выше случаев для значений  $k_\sigma$  и  $k$  маловероятно, что произведение  $\Psi_m k_\sigma = \Phi$  будет равно единице. Поэтому далее рассмотрим случаи, когда  $\Phi = 1 \pm 0.05$ .

Как следует из выражения (16), все сомножители в правой части (за исключением последнего) получены из уравнения Холломона и условия максимума твердости по Бринеллю. Они определяют константу  $A^* = A^*(\varepsilon_0, n)$  в уравнении (10) и являются параметрами модели. Последний множитель  $(a/R)^{m-2}$  (как и множитель  $(a/R)^m$  в уравнении (18)) характеризуется

силовым взаимодействием индентора с полупространством.

Согласно обзорам, приведенным в работах [1; 26; 27], существуют следующие методы определения радиусов контакта: 1) с помощью параметра  $c^2$ , учитывающего продавливание ( $c^2 < 1$ ) и нагромождение ( $c^2 > 1$ ) материала [26; 28–31 и др.]; 2) использующие результаты теории упругости (в том числе теории Герца), применяющие при анализе испытаний на вдавливание начальную жесткость при разгрузке, учитывающие влияние тангенциальных напряжений, а также деформацию индентора при нагружении [27; 32–35 и др.]. Если при применении методов второй категории учитываются упругие свойства материала и индентора, то параметр  $c^2$  зависит от пластических свойств материала.

В работах [28; 29] параметр  $c^2 = h_c/h$  описывается полиномиальными функциями, здесь  $h$  — глубина внедрения индентора;  $h_c$  — глубина, по которой происходит контакт индентора с материалом.

Х. Негрот с соавторами [26] для определения параметра  $c^2$  для сферического индентора использовал степенную зависимость:

$$c^2 = \frac{h_c}{h} = M^{2/N} (2\bar{h})^{(2-N)/N},$$

где  $M = M(\varepsilon_y, n)$  и  $N = N(\varepsilon_y, n)$  получены в результате конечно-элементного моделирования;  $h_c$  — глубина, по которой происходит контакт индентора с материалом.

Выражение (30) справедливо для  $\varepsilon_y = 0,0005...0,03$ ,  $n = 0,0...0,4$ ,  $\bar{h} = 0,0...0,4$ .

Используя данные [30] конечно-элементного моделирования навала, параметр  $c^2$  можно представить в виде:

$$c^2 = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\gamma} \frac{h_e}{h}\right) \left(1 + 0.131(1 - 3.243n + 0.079n^2) \left(1 + 6.258\bar{h} - 8.072\bar{h}^2\right)\right),$$

где  $\varepsilon = 0.75$  для сферического индентора;  $\gamma$  — экспонента кривой разгрузки;  $h_e$  — величина упругого восстановления лунки после разгрузки.

Авторами [31] для определения  $c^2$  была предложена относительно простая регрессионная функция:

$$c^2 = (0.865 - 23.577\varepsilon_0) (1.357 - 1.128n) (0.979 + 0.920\bar{h} - 1.511\bar{h}^2). \quad (32)$$

Радиус площадки контакта сферического индентора равен:

$$a_s = (2Rc^2h - (c^2h)^2)^{0.5}, \quad (33)$$

или в относительных величинах  $\bar{a} = a/R$  и  $\bar{h} = a/R$ :

$$\bar{a}_s = (2c^2\bar{h} - (c^2\bar{h})^2)^{0.5}. \quad (34)$$

Для диапазона значений  $0.05 \leq \bar{h} \leq 0.4$  выражение (34) со средней относительной погрешностью менее 2% можно представить в виде:

$$\bar{a}_s = c_a (2c^2\bar{h})^{n_a}, \quad (35)$$

где  $c_a = 0.9068$ ,  $n_a = 0.4551$ . Для  $0 \leq \bar{h} \leq 0.15$  с погрешностью менее 2% можно принять  $a \approx \sqrt{2Rc^2h}$ .

Из представленных выражений (30)–(32) для параметра  $c^2$  целесообразнее использовать (30). Тогда:

$$\bar{a}_s = c_a (2M\bar{h})^{2n_a/N}.$$

Подставляя выражение (35) в (18), получим:

$$\bar{P} = C_p \cdot c_a^m (2M)^{\frac{2n_a m}{N}} \bar{h}^{\frac{2n_a m}{N}}, \quad (36)$$

$$C_p = C_p(\varepsilon_0, n) = I_e \frac{2\pi}{k_{\sigma} k_m} \left(\frac{n}{e}\right)^n \varepsilon_0^{1-n}, \quad I_e = \frac{E}{E^*}. \quad (37)$$

В отличие от работ [28; 29; 37], где параметр  $\bar{P} = P/(E^*R^2)$  представлен полиномиальными функциями, J.-М. Collin and at. [36] использовал степенную функцию:

$$\bar{P} = e^{-B\bar{h}^A}, \quad (38)$$

где  $A = A(\varepsilon_y, n)$ ,  $B = B(\varepsilon_y, n)$ .

Сравнивая в уравнениях (36) и (38) показатели степеней при параметре  $\bar{h}$ , имеем:

$$\frac{2n_a m}{N} = A, \quad m = m(\varepsilon_y, n) = \frac{AN}{2n_a} = \frac{A(\varepsilon_y, n)N(\varepsilon_y, n)}{2n_a}. \quad (39)$$

Подставляя выражение (39) в (36), получим:

$$\bar{P} = K_p \bar{h}^A, \quad K_p = C_p \cdot c_a^{\frac{AN}{2n_a}} (2M)^A. \quad (40)$$

Сравнение результатов расчетов по выражениям (38) и (40) будет приведено ниже.

**Результаты исследований.** Соотношения индекса Майера и характеристик деформационного упрочнения  $\varepsilon_y$  и  $n$  представлены на рис. 1. Влияние материала индентора на значения индекса Майера показано на рис. 2. Для  $n = 0.1$  и  $\varepsilon_y = 0.0003...0.005$  значения индекса Майера для стального индентора на 1...3.3% больше, чем для индентора из карбида вольфрама.

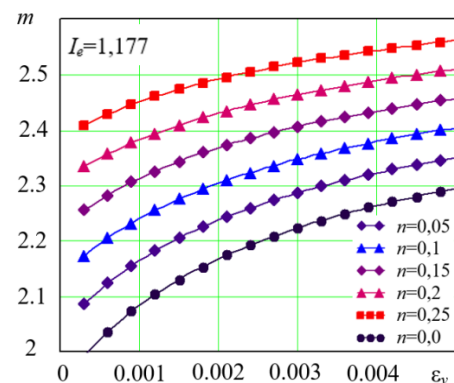


Рис. 1. Соотношение индекса Майера с параметрами деформационного упрочнения



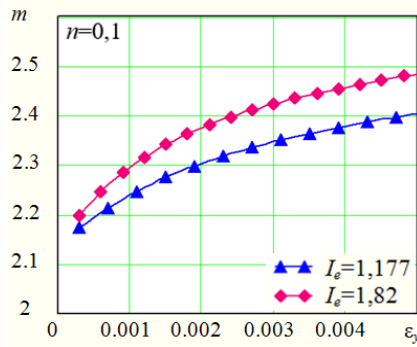


Рис. 2. Влияние на индекс Майера материала индентора

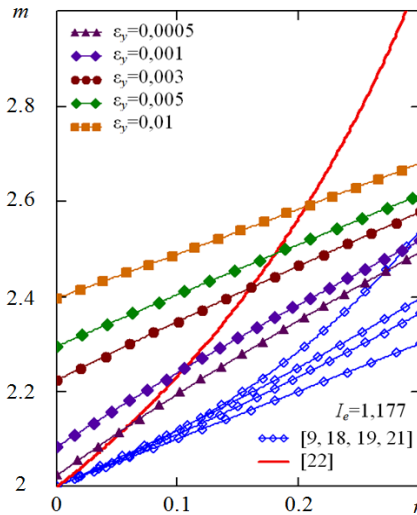


Рис. 3. Сравнение расчетных параметров  $m(\epsilon_y, n)$  и  $m(n)$  согласно [9, 19, 20, 22, 23]

На рис. 3 представлены результаты расчетов параметра  $m = m(\epsilon_y, n)$  по выражению (39) на фоне зависимостей  $m = m(n)$ , предложенных в работах [9; 19; 21–23]. Как следует из рис. 3, из всех представленных выше выражений  $m = m(n)$  только зависимость (23), полученная в работе [23], пересекает область значений  $m = m(\epsilon_y, n)$ . Это подтверждает достоверность данных [23].

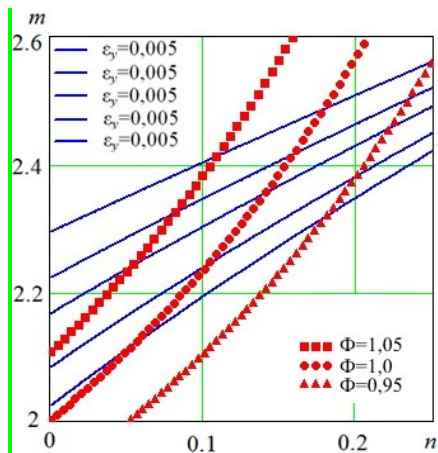


Рис. 4. Сравнение расчетных параметров  $m(\epsilon_y, n)$  и  $m(\Phi, n)$

На рис. 4 представлены результаты расчетов параметра  $m = m(\epsilon_y, n)$  по выражению (39) и  $m = m(\Phi, n)$  по выражению (29). Как следует из рис.4, новое представление индекса Майера  $m(\Phi, n)$  определяет на фоне зависимостей  $m(\epsilon_y, n)$  диапазон возможных значений  $n$  и соответствующих им значений  $\epsilon_y$ .

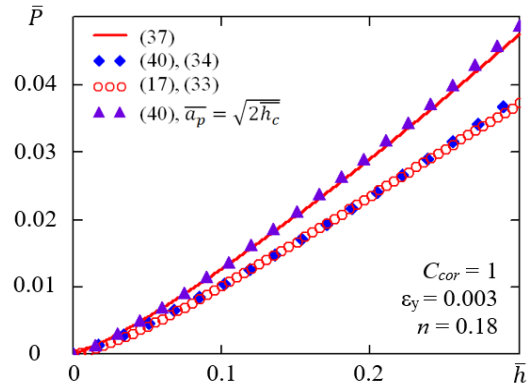


Рис. 5. Сравнение зависимостей  $\bar{P} - \bar{h}$

Результаты расчетов зависимостей  $\bar{P} - \bar{h}$  по выражениям (18) и (34), (40) и (35) показаны на рис. 5. Для сравнения представлена зависимость (38). Зависимости, полученные с учетом выражений (34) и (35), практически совпадают, что свидетельствует о качественной аппроксимации выражения (34) выражением (35). При значениях  $c_a = 1$  и  $n_a = 0.5$  в выражении (35) мы получаем относительный радиус контакта для параболического индентора  $\bar{a}_p = (2c^2 \bar{h})^{0.5}$ .

Как следует из рис. 5, именно для параболического индентора имеет место хорошее совпадение с зависимостью (38). Анализ зависимостей  $\bar{P} - \bar{h}$  для сферического индентора и выражения (38) показал, что для них характерна постоянная относительная погрешность (не зависящая от  $\bar{h}$ ), которая может быть использована как корректирующий параметр  $C_{cor}$ .

#### Заключение

1. Параметры истинной кривой «напряжение – деформация» определены по справочным данным условной диаграммы растяжения: пределу текучести, пределу прочности и модулю упругости. При определении экспоненты упрочнения учитывается остаточная деформация 0,2 % на пределе текучести, что позволит повысить точность расчетов.

2. Подтверждено полученное В.М. Матюниным и А.Ю. Марченковым выражение (23) при условии, что в уравнении (28) произведение  $\Psi_m k_\sigma = 1$ . С учетом перечисленных выше случаев для значений  $k_\sigma$  и  $\Psi_m$  маловероятно, что произведение  $\Psi_m k_\sigma$  будет равно единице. Если параметр  $k_\sigma$  можно определить из условной диаграммы на одноосное растяжение и диаграммы твердости в координатах  $HV - a$ , то для определения  $\Psi_m$  требуются дополнительные исследования.

3. При анализе выражений для параметров  $c^2$  и  $\bar{P}$  авторы остановили свой выбор на степенных зависи

мостях  $c^2(\bar{h})$  и  $\bar{P}(\bar{h})$  соответственно из работ [26] и [27] как более соответствующих описанию физического процесса внедрения индентора.

4. Описание радиуса площадки контакта степенной функцией (35) позволило представить индекс Майера соотношением показателей степеней функций  $c^2(\bar{h})$  и  $\bar{P}(\bar{h})$ . Область полученных значений  $m(\varepsilon_y, n) \geq 2$ , в отличие от данных [10], где имеет место  $m(\varepsilon_y, n) < 2$ . Следует также отметить, что из рассмотренных выше выражений  $m = m(n)$  только зависимость, полученная из данных [23], пересекает область полученных результатов. Это факт повышает достоверность данных [23] и

снижает достоверность и точность любых результатов, полученных с использованием других выражений  $m = m(n)$ .

5. Показано, что на значение индекса Майера влияет материал индентора: для стального индентора значение может быть до 5 % больше, чем для индентора из карбида вольфрама.

6. Сравнение и анализ зависимостей  $\bar{P} - \bar{h}$  для сферического индентора и выражения (38) показали, что для них характерна постоянная относительная погрешность (не зависящая от  $\bar{h}$ ), которая может быть использована как корректирующий параметр  $C_{cor}$ .

#### Литература

1. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Контактные задачи в герметологии неподвижных соединений. Братск: Изд-во БрГУ, 2017. 242 с.
2. Meyer E. Untersuchungen über Hartprüfung und Harten. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. 1908.. 52. 645–654.
3. Демкин Н.Б. Контактное шероховатых поверхностей. М.: Наука, 1970. 227 с.
4. Мышкин Н.К., Петроковец М.И. Трение, смазка, износ. Физические основы и технические приложения трибологии. М.: Физматлит, 2007. 368 с.
5. Болотов А.Н., Мешков В.В., Сутягин О.В., Васильев М.В. Влияние упрочнения на характеристики упругопластического контакта микронеровностей поверхностей // Известия Самарского научного центра РАН. 2013. Т.15. № 4 (2). С. 313–315.
6. Огар П.М., Тарасов В.А., Горохов Д.Б., Турченко А.В. Учет характеристик упрочняемого материала при применении эмпирического закона Майера // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 4. С. 50–54.
7. Ogar P.M., Gorokhov D.B. Meyer law application for solving problems of surface plastic deformation by spherical indentation // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 788. pp. 199–204.
8. Bulychev S.I. Transition from indentation diagrams to stress-strain diagrams taking into consideration hardened surface layer. Def. and frac. of mat. 2010. 2. 43–48.
9. Bulychev S.I. Hardness and hysteresis at the yield strength. Def. and frac. of mat. 2011. 1. 41–45.
10. Jiang P., Zhang T., Feng Y., Yang R., Liang N. Determination of plastic properties by instrumented spherical indentation: Expanding cavity model and similarity solution approach // J. of Mat. Res. 24 (2009) 1045–1053.
11. Ogar P.M., Gorokhov D.B. The relationship between the deformation of spherical indentation and tensile deformation // Key Engineering Materials. 723 2016. V. 723. 363–368.
12. Hollomon J. H. Tensile Deformation // Transactions of the Metallurgical Society of AIME. 162 (1945) 268–290.
13. Огар П.М., Горохов Д.Б. Определение параметров упругопластического тела для расчетов характеристик контакта при вдавлении сферы // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 1 (29). С. 28–32.
14. Ogar P., Ugrumova E., Koryakyn I. The influence of the mechanical properties of copper at elevated temperatures on the tightness of the sealing joint // Materials Today: Proceedings. 2021. V. 38, Part 4, P. 1764–1768.
15. Марковец М.П. Определение механических свойств металлов по твердости. М.: Машиностроение, 1979. 191 с.
16. Булычев С.И., Алехин В.П. Испытание материалов непрерывным вдавливанием индентора. М.: Машиностроение, 1990. 224 с.
17. Gaško M., Rosenberg G. Correlation between hardness and tensile properties in ultra-high strength dual phase steels – short communication. Mat. Eng. 18 (2011) 155–159.
18. Grushko A.V. Determination of the material flow curve by standard mechanical characteristics, Bulletin of «Kiev Polytechnic Institute». Series: mech. Eng., 60 (2010) 223–227.
19. Tabor D. The hardness of metals, Oxford University press, Great Britain, 1951.
20. Зайцев Г.П. Твердость по Бринеллю как функция параметров пластичности металлов // Заводская лаборатория, 1949. № 6. С. 704–717.
21. Ogar P., Gorokhov D., Belokobylsky S. The elastic-plastic contact of a single asperity of a rough surface // MATEC Web of Conf. 2017. V. 129. 06017
22. Матюнин В.М. Оперативная диагностика механических свойств конструкционных материалов. М.: Издательский дом МЭИ, 2006. 214 с.
23. Matyunin V.M., Marchenkov A.Y. Interrelation between strains and parameters of metal strengthening upon tension and indentation in plastic region // Inorg. Mat. 2017. V. 53. 1555–1561.
24. ГОСТ Р 56232-2014. Определение диаграммы «напряжение – деформация» методом инструментального индентирования шара. М.: Стандартинформ, 2016. 38 с.
25. Ogar P., Kushnarev V., Kobzova I. Energy approach to determine mechanical properties of materials from the kinetic diagram of spherical indentation // Materials Today: Proceedings. V. 19. Part 5. 2019. P. 2342–2346.
26. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., El Abdi R., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // Int. J. of Solids and Structures. 2006. № 43. P. 4136–4153.
27. Collin J.-M., Mauvoisin G., El Abdi R. An experimental method to determine the contact radius changes during a spherical instrumented indentation // Mechanics of Materials. 2008. V.40. 401–406
28. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // J. Mech. Phys. Solids 2005. № 53. P. 2037–2069.
29. Lee H., Kim T., Lee H. A study on robust indentation techniques to evaluate elastic-plastic properties of metals // Int. J. Sol. & Struct. 2010. V. 47. 647–664.
30. Kim S.H., Lee B.W., Choi Y., Kwon D. Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials-a FEM study // Materials Science and Engineering A. 2006. V 415. P. 59–65.
31. Zhang T., Wang S., Wang W. An energy-based method for flow property determination from a single-cycle spherical indentation test (SIT) // Int. J. of Mech. Sci. 2020. V. 171. 105369.
32. Hay J.L., Wolff P.J. Small correction required when applying the Hertzian contact model to instrumented indentation data // J. Mater. Res., Vol. 16, No. 5, May 2001. 1280–1286.

## Reference

33. Collin J.-M. Correction factor for contact radius in spherical indentation measurements // *Mechanics of Materials*. 2012. V. 50. 47–52
34. Ogar P.M., Tarasov V.A. Kinetic Indentation Application to Determine Contact Characteristics of Sphere and Elastoplastic Half-Space // *Advanced Materials Research*. 2013. V. 664. 625–631.
35. Ogar P., Gorokhov D., Zhuk A., Kushnarev V. Contact geometry during indentation of a sphere into an elastoplastic half-space // *MATEC Web of Conferences*. 2019. 298, 00093
36. Collin J.-M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. V. 31. P. 636–640.
37. Zhang T., Wang S., Wang W. Method to determine the optimal constitutive model from spherical indentation tests // *Results in Physics*. 2018. V. 8. 716–727.
6. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B., Turchenko A.V. The account of hardening material characteristics in applying of Meyer's empirical law. *Syst. Meth. Tech.*. 2013. № 4. C. 50–54.
7. Ogar P.M., Gorokhov D.B. Meyer law application for solving problems of surface plastic deformation by spherical indentation // *Applied Mechanics and Materials*. 2015. Vol. 788. pp. 199–204.
8. Bulychev S.I. Transition from indentation diagrams to stress-strain diagrams taking into consideration hardened surface layer. *Def. and frac. of mat*. 2010. 2. 43–48.
9. Bulychev S.I. Hardness and hysteresis at the yield strength. *Def. and frac. of mat*. 2011. 1. 41–45.
10. Jiang P., Zhang T., Feng Y., Yang R., Liang N. Determination of plastic properties by instrumented spherical indentation: Expanding cavity model and similarity solution approach // *J. of Mat. Res*. 24 (2009) 1045–1053.
11. Ogar P.M., Gorokhov D.B. The relationship between the deformation of spherical indentation and tensile deformation // *Key Engineering Materials*. 723 2016. V. 723. 363–368.
12. Hollomon J. H. Tensile Deformation // *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*. 162 (1945) 268–290.
13. Ogar P.M., Gorokhov D.B. Parameters for elastic-plastic body to calculate contact characteristics under the sphere indentation // *Syst. Meth. Tech.*. 2016. № 1 (29). P. 28–32.
14. Ogar P., Ugryumova E., Koryakyn I. The influence of the mechanical properties of copper at elevated temperatures on the tightness of the sealing joint // *Materials Today: Proceedings*. 2021. V. 38, Part 4, P. 1764–1768.
15. Markovets M.P., Determining metal mechanical properties by their hardness, *Mashinostroenie*, Moscow, 1979.
16. Bulychev S.I., Alekhin V.P. Testing of materials by continuous depression of an indenter, *Mashinostroenie*, Moscow, 1990.
17. Gaško M., Rosenberg G. Correlation between hardness and tensile properties in ultra-high strength dual phase steels – short communication. *Mat. Eng*. 18 (2011) 155–159.
18. Grushko A.V. Determination of the material flow curve by standard mechanical characteristics, *Bulletin of "Kiev Polytechnic Institute"*. Series: mech. Eng., 60 (2010) 223–227.
19. Tabor D. The hardness of metals, Oxford University press, Great Britain, 1951.
20. Зайцев Г.П. Твердость по Бринеллю как функция параметров пластичности металлов // *Заводская лаборатория*, 1949. № 6. С. 704–717.
21. Ogar P., Gorokhov D., Belokobylsky S. The elastic-plastic contact of a single asperity of a rough surface // *MATEC Web of Conferences*. 2017. V. 129. 06017
22. Matyunin V.M. Express-diagnosis of mechanical properties of constructional materials, *Izd. dom MEI*, Moscow, 2006. 214 p.
23. Matyunin V.M., Marchenkov A.Y. Interrelation between strains and parameters of metal strengthening upon tension
1. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. Contact problems in hermetic sealing studies of fixed joint, BrGU, Bratsk, 2017.
2. Meyer E. Untersuchen uber Harteproofung und Harte. *Zeitschrift des Vereins Deutschen Ingenieure*. 1908. 52. 645–654.
3. Demkin N.B. Contacting rough surfaces, Nauka, Moscow, 1970. 227 p.
4. Myshkin N.K., Petrokovets M.I. Friction, lubrication, wear. Physical basis and engineering applications of tribology., Fizmatlit, Moscow, 2007. 368 p.
5. Bolotov A.N., Meshkov V.V., Sutyagin O.V., Vasiliev M.V. Influence of hardening on the characteristics of elastic-plastic contact surface roughness. *Bulletin of Samara Scientific Center RAS-tion*. 15 (2013) 313–315.
- and indentation in plastic region // *Inorg. Mat*. 2017. V. 53. 1555–1561.
24. GOST R 56232-2014. Determination of the stress-strain diagram by the method of instrumental ball indentation. *Standartinform*, Moscow, 2015.
25. Ogar P., Kushnarev V., Kobzova I. Energy approach to determine mechanical properties of materials from the kinetic diagram of spherical indentation // *Materials Today: Proceedings*. V. 19. Part 5. 2019. P. 2342–2346.
26. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., El Abdi R., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // *Int. J. of Solids and Structures*. 2006. № 43. P. 4136–4153.
27. Collin J.-M., Mauvoisin G., El Abdi R. An experimental method to determine the contact radius changes during a spherical instrumented indentation // *Mechanics of Materials*. 2008. V.40. 401–406
28. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical-indentation techniques for material property evaluation // *J. Mech. Phys. Solids* 2005. № 53. P. 2037–2069.
29. Lee H., Kim T, Lee H, A study on robust indentation techniques to evaluate elastic-plastic properties of metals // *Int. J. Sol. & Struct*. 2010. V. 47. 647–664.
30. Kim S.H., Lee B.W., Choi Y., Kwon D. Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials-a FEM study // *Materials Science and Engineering A*. 2006. V 415. P. 59–65.
31. Zhang T., Wang S., Wang W. An energy-based method for flow property determination from a single-cycle spherical indentation test (SIT) // *Int. J. of Mech. Sci*. 2020. V. 171. 105369.
32. Hay J.L., Wolff P.J. Small correction required when applying the Hertzian contact model to instrumented indentation data // *J. Mater. Res.*, Vol. 16, No. 5, May 2001. 1280–1286.
33. Collin J.-M. Correction factor for contact radius in spherical indentation measurements // *Mechanics of Materials*. 2012. V. 50. 47–52
34. Ogar P.M., Tarasov V.A. Kinetic Indentation Application to Determine Contact Characteristics of Sphere and Elastoplastic Half-Space // *Advanced Materials Research*. 2013. V. 664. 625–631.
35. Ogar P., Gorokhov D., Zhuk A., Kushnarev V. Contact geometry during indentation of a sphere into an elastoplastic half-space // *MATEC Web of Conferences*. 2019. 298, 00093
36. Collin J.-M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. V. 31. P. 636–640.
37. Zhang T., Wang S., Wang W. Method to determine the optimal constitutive model from spherical indentation tests // *Results in Physics*. 2018. V. 8. 716–727.