

Метод и программа решения прямой и обратной задачи кинематики для управления роботом-манипулятором

Д.С. Колтыгин^а, И.А. Седельников^б

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

^а kds@brstu.ru, ^б Ohtargil@yandex.ru

^а <https://orcid.org/0000-0002-8250-6907>, ^б <https://orcid.org/0000-0001-9797-9312>

Статья поступила 20.10.2020, принята 27.10.2020

В статье приведено математическое описание решения прямой и обратной задачи кинематики робота. Представлен алгоритм для определения обобщенных координат робота и координат объектов в пространстве. Суть примененного метода для решения прямой задачи заключается в последовательном вычислении координат в каждом сочленении звеньев, начиная с основания до центра схвата, по определенным правилам для различных видов движения звеньев. Вычисленные координаты служат началом системы координат для нахождения положения следующего звена. Суть метода для обратной задачи кинематики состоит в составлении системы кинематических уравнений и решении прямой задачи численным методом для каждого звена робота с заданной точностью, после чего вычисляется суммарная ошибка как сумма разницы искомым и вычисленным координат. Путем поиска минимальной ошибки и максимального приближения к искомым координатам определяются значения координат робота. Данный метод представляет однозначное решение обратной задачи кинематики для тех конструкций манипуляторов, для которых получение точного решения в аналитических выражениях не представляется возможным либо достаточно затруднительно. Кроме того, данные численные методы решения обратной задачи позволяют достичь заданной точности решения. По полученному алгоритму создана программа для ЭВМ, позволяющая автоматически получать координаты для ориентации робота на деталь либо получать координаты объекта по положению робота. Произведено описание процесса функционирования программы, приведены фрагменты программного кода, осуществляющие вычисление координат. Получено свидетельство о государственной регистрации программы «Расчет кинематики робота» в Регистре программ для ЭВМ от 19 апреля 2019 г. № RU 2019615161.

Ключевые слова: кинематика; робот; робототехника; программа управления; манипулятор; алгоритм; численные методы.

Method and program for solving direct and inverse kinematics problems for controlling a robot manipulator

D.S. Koltygin^а, I.A. Sedelnikov^б

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^а kds@brstu.ru, ^б Ohtargil@yandex.ru

^а <https://orcid.org/0000-0002-8250-6907>, ^б <https://orcid.org/0000-0001-9797-9312>

Received 20.10.2020, accepted 27.10.2020

The article provides a mathematical description of the solution of the direct and inverse problems of robot kinematics. An algorithm for determining the generalized coordinates of the robot and the coordinates of objects in space is presented. The essence of the applied method for solving a direct problem is to sequentially calculate the coordinates in each joint of the links, starting from the base to the center of the grip, according to certain rules for various types of movement of the links. The calculated coordinates serve as the origin of the coordinate system for finding the position of the next link. The essence of the method for the inverse kinematics problem is to create a system of kinematic equations and solve the direct problem numerically for each robot link with a given accuracy. After that, the total error is calculated as the sum of the difference between the desired and calculated coordinates. By searching for the minimum error and the maximum approximation to the desired coordinates, the values of the robot's coordinates are determined. The presented method allows an unambiguous solution of the inverse kinematics problem for those manipulator designs for which it is not possible to obtain an exact solution in analytical expressions, or it is rather difficult. In addition, these numerical methods for solving the inverse problem allow you to achieve the specified accuracy of the solution. Based on this algorithm, a computer program has been created that makes it possible to automatically get coordinates for the robot's orientation to the part, or to get object coordinates based on the robot's position. Descriptions of the program functioning process are made and fragments of the program code that calculate coordinates are given. The created program received a certificate of state registration of the computer program № RU 2019615161 "Calculation of the kinematics of the robot", recorded in the Register of Computer Programs on April 19, 2019.

Keywords: kinematics; robot; robotics; control program; manipulator; algorithm; numerical methods.

Введение. Промышленные роботы обычно являются одним из компонентов автоматизированных производственных систем, применяемых в гибком автоматизированном производстве, которые при неизменном

уровне качества позволяют увеличить производительность труда в целом.

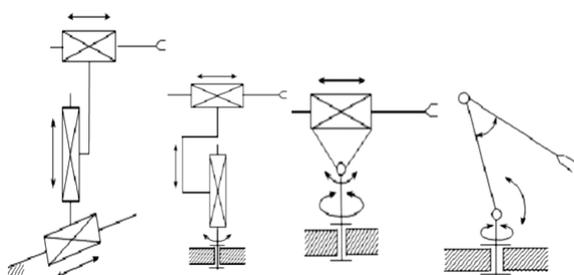
Сочетание и взаимное расположение звеньев и сочленений определяет число степеней подвижности, а также область действия манипуляционной системы робота. Обычно предполагают, что первые три сочленения в исполнительном механизме манипулятора реализуют транспортные (или переносные) степени подвижности (обеспечивая вывод рабочего органа в заданное место), а остальные реализуют ориентирующие степени подвижности (отвечая за нужную ориентацию рабочего органа) [1]. В зависимости от вида первых трех сочленений большинство роботов относят к одной из четырех категорий:

- роботы, работающие в декартовой системе координат, у которых все три начальных сочленения являются поступательными (например, робот RS-1 компании IBM);
- роботы, работающие в цилиндрической системе координат, у которых среди начальных сочленений два поступательных и одно вращательное (например, робот Versatran 600 фирмы Prab);
- роботы, работающие в сферической системе координат, у которых среди начальных сочленений одно поступательных и два вращательных (например, робот Unimate 2000В фирмы «Юнимейшн»);
- роботы, работающие в угловой, или вращательной, системе координат, у которых все три начальных сочленения являются вращательными (например, роботы PUMA фирмы «Юнимейшн» или T³ фирмы «Цинциннати Милакрон»).

Возможно сочетание различных систем координат в виде комбинированной системы [2].

Для некоторых манипуляторов подразделение степеней подвижности на переносные и ориентирующие не принято. Примером могут служить манипуляторы с кинематической избыточностью (т. е. с числом степеней подвижности, большим шести).

В некоторых случаях манипулятор промышленного робота устанавливают на подвижное основание, что означает надделение его дополнительными степенями подвижности. Так, манипулятор устанавливают на рельсы или же на подвижную каретку, передвигающуюся по напольной колее или вдоль подвесных направляющих [3].



Системы координат:

декартова цилиндрическая сферическая угловая

Рис. 1. Структурные кинематические схемы робота с различными системами координат

Промышленные роботы в производственном процессе способны выполнять основные и вспомога-

тельные технологические операции. К основным технологическим операциям относятся операции непосредственного выполнения формообразования, изменения линейных размеров заготовки и др. К вспомогательным технологическим операциям относятся транспортные операции, в том числе операции по загрузке и выгрузке технологического оборудования.

Среди самых распространенных действий, выполняемых промышленными роботами, можно назвать следующие [4]:

- перенос материалов;
- обслуживание станков и машин (загрузка и разгрузка станков, удерживание обрабатываемой детали);
- дуговая и точечная сварка;
- литье (особенно литье под давлением);
- ковка и штамповка;
- нанесение покрытий распылением;
- другие операции обработки (сверление, фрезерование, клепка, резка водяной струей, обдирка, очистка, шлифовка, полировка);
- сборка механических, электрических и электронных деталей;
- контроль качества продукции и др.

Постановка задачи. В робототехнике есть две основные задачи кинематики, прямая и обратная.

Прямая задача — это вычисление положения (X , Y , Z) рабочего органа манипулятора по его кинематической схеме и заданной ориентации (A_1 , $A_2 \dots A_n$) его звеньев (n — число степеней свободы манипулятора, A — углы поворота).

Обратная задача — это вычисление углов (A_1 , $A_2 \dots A_n$) по заданному положению (X , Y , Z) рабочего органа и известной схеме его кинематики.

Решение прямой задачи описывает нахождение рабочего органа манипулятора при заданных углах его звеньев, а обратная задача наоборот — какие параметры необходимо задать звеньям манипулятору, чтобы его рабочий орган оказался в заданном положении.

Наиболее распространенной и важной является именно обратная задача кинематики.

Эта задача не всегда может быть решена однозначно, потому что, хотя для углов всегда существует единственное положение рабочего органа, но не факт, что для положения существует такая же единственная комбинация углов. Достичь заданного положения возможно и при другой комбинации углов.

При решении обратной задачи аналитически эта неоднозначность проявляется в явном виде (например, через квадратные корни) [5].

Чтобы избежать многозначности выбора решений, можно вводить дополнительные условия или ограничения, например, ограничения длин звеньев, радиусов углов поворота, или особые условия необходимости обгибания препятствия, или непосредственно четко заданные траектории движения. Данные условия не всегда являются самодостаточными для конкретного решения обратной задачи кинематики, поэтому даже при их выполнении бывает так, что решение обратной задачи кинематики может отсутствовать, например, если заданные координаты находятся вне досягаемости манипулятора.

Также существуют сложности решения обратной задачи кинематики, заключающиеся в том, что аналитические формулы состоят из тригонометрических функций. Для их решения требуются обратные тригонометрические функции, которые имеют неопределенности, что, в свою очередь, добавляет еще больше неопределенности в решение обратной задачи кинематики.

Существует большое количество методов получения решений обратной задачи кинематики, которые в целом можно разделить на аналитические и численные.

К недостаткам аналитического метода относится сложность получения обобщенных координат в явном виде и неопределенность, связанная с кинематической неоднозначностью и используемыми тригонометрическими функциями. Основным недостатком все же является невозможность получения решения для произвольных конструкций манипуляторов. Манипуляторы уже проектируются с учетом того, что описание кинематики будет возможно с помощью аналитических выражений.

В случае если решение обратной задачи в виде аналитических выражений невозможно, используются численные методы.

Таким образом, система управления роботом должна включать в себя решение обратной задачи кинематики и использовать более совершенные средства чувствования. Сейчас все более широко используется система технического зрения для точного определения положения звеньев манипулятора. Уменьшение погрешности в определении обобщенных координат и точности позиционирования дают возможность эффективно использовать робот-манипулятор для работы с различными деталями, расположенными в пространстве [6].

Но в любом случае, при решении как прямой, так и обратной задач кинематики необходимо выявить уравнения связи между обобщенными координатами, скоростями и ускорениями, с одной стороны, и координатами, скоростями и ускорениями схвата (или объекта, в нем находящегося), с другой стороны. Наиболее простой и самый распространенный метод получения уравнений — это метод преобразования координат [7]. На практике метод преобразования координат должен учитывать конструктивные особенности робота, углы поворота звеньев, базовую систему координат [2].

Описание предлагаемого метода. Авторами предлагаются математическое представление и методика разработки программы для выполнения расчетов прямой и обратной задачи кинематики для робота. Результатом является функциональная универсальная программная среда.

Суть примененного метода для решения прямой задачи заключается в последовательном вычислении координат в каждом сочленении звеньев, начиная с основания до центра схвата, по определенным правилам для различных видов движения звеньев. Вычисленные координаты служат началом системы координат для нахождения положения следующего звена.

Суть метода для обратной задачи кинематики состоит в составлении системы кинематических уравнений и решении прямой задачи численным методом для каждого звена робота с заданной точностью. После

чего вычисляется суммарная ошибка, как сумма разницы искомым и вычисленных координат. Путем поиска минимальной ошибки и максимального приближения к искомым координатам определяются значения координат робота.

Математическое описание кинематической схемы. Согласно описанному выше методу для построения кинематической схемы выделены следующие обобщенные виды движений, возникающие в кинематической паре:

- 1) поворот по горизонтали;
- 2) наклон по вертикали;
- 3) параллельный сдвиг;
- 4) продольное движение вдоль оси;
- 5) подъем.

К продольному движению также можно отнести мобильные платформы.

Вращательные движения звеньев, например, вращения схвата или звена по продольной оси не учитываются, потому что данный тип движения не влияет на координату центра схвата или сочленения звеньев.

На рис. 2–6 схематически приведены графики движения звеньев и формулы (1) – (10), описывающие их закон перемещения.

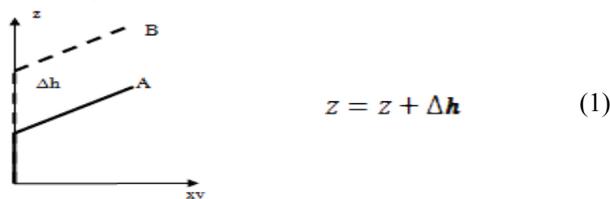


Рис. 2. Подъем

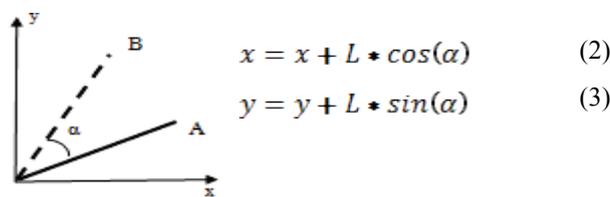


Рис. 3. Поворот по горизонтали

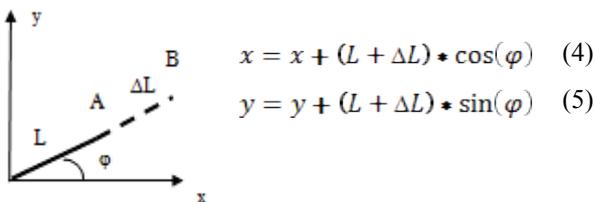


Рис. 4. Продольное движение вдоль оси

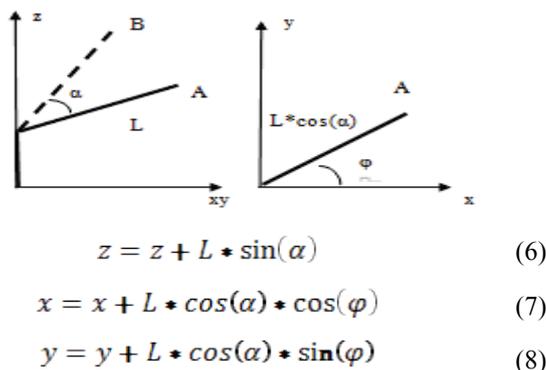


Рис. 5. Наклон по вертикали

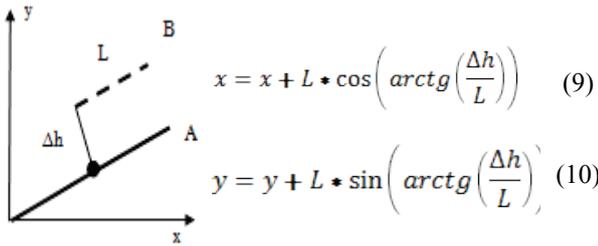


Рис. 6. Параллельный сдвиг

Например, для робота-манипулятора Delta (рис. 7) математическое описание можно представить следующим образом. Выделяем три точки на кинематической схеме (рис. 8), которые являются центрами оси изменения положения. В т. 1 происходит поворот по горизонтали, а в т. 2 и 3 — наклон по вертикали.



Рис. 7. Робот-манипулятор Delta

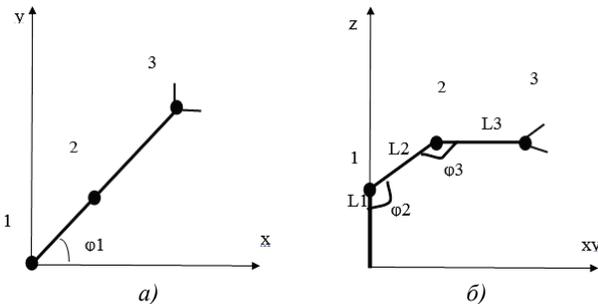


Рис. 8. Кинематическая схема манипулятора Delta: а — вид сверху; б — вид сбоку

На рис. 8: L1 — высота от основания до первого звена; L2, L3 — длины 1-го и 2-го звеньев соответственно; φ_1 — угол поворота манипулятора; φ_2, φ_3 — углы наклона 1-го и 2-го звеньев манипулятора; $\varphi'_1, \varphi'_2, \varphi'_3$ — приращение углов поворота и наклона звеньев соответственно; $\varphi_{01}, \varphi_{02}, \varphi_{03}$ — начальные углы поворота и наклона звеньев соответственно: $\varphi_1 = \varphi'_1 + \varphi_{01}$; $\varphi_2 = \varphi'_2 + \varphi_{02}$; $\varphi_3 = \varphi'_3 + \varphi_{03}$; x_i, y_i, z_i — пространственные координаты, вычисленные в соответствующих точках.

Согласно разработанному алгоритму производим последовательное вычисление координат в каждой точке сочленения звеньев. Т. е. искомая координата является суммой промежуточных координат, вычисленных в точках сочленений, что можно представить как последовательную сборку манипулятора с заданными параметрами.

Точка 1 — сочленение и первого звена. Эта точка будет являться началом отсчета:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \\ z_1 = L1 \end{cases} \quad (11)$$

Точка 2 координаты данной точки вычисляется сочетанием двух действий: поворот звена (манипулятора) и наклон первого звена (формулы (6) – (8)).

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + L2 * \cos(\varphi_2) \cos(\varphi_1) \\ y_2 = y_1 + L2 * \cos(\varphi_2) \sin(\varphi_1) \\ z_2 = z_1 + L2 * \sin(\varphi_2) \end{cases} \quad (12)$$

В данной системе в угол φ_1 заложен поворот манипулятора.

Точка 3 — координаты центра схвата, для вычисления данных координат также используются формулы (6) – (8):

$$\begin{cases} x_3 = x_2 + L3 * \cos(\varphi_3) \cos(\varphi_1) \\ y_3 = y_2 + L3 * \cos(\varphi_3) \sin(\varphi_1) \\ z_3 = z_2 + L3 * \sin(\varphi_3) \end{cases} \quad (13)$$

Подставив в выражение (13) параметры робота, получим координаты точки в декартовом пространстве координат, соответствующие центру схвата. Вычислив данную систему уравнений для всех возможных значений робота-манипулятора, получим область действия (рис. 9).

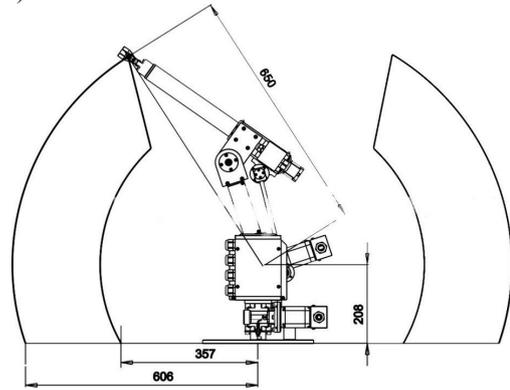


Рис. 9. Область действия робота-манипулятора Delta

Алгоритмы. Алгоритм работы программы представлен на рис. 10.

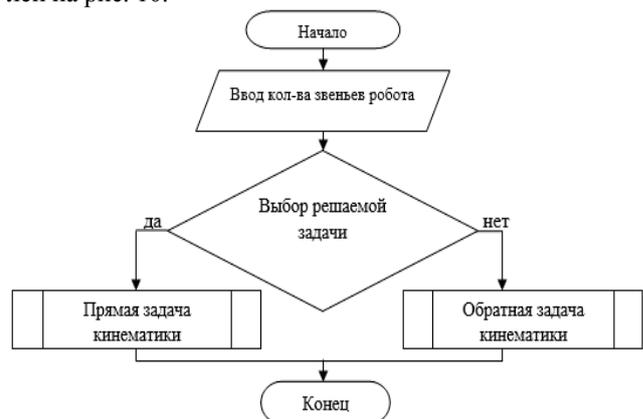


Рис. 10. Алгоритм работы программы

Алгоритмы расчета прямой и обратной задачи кинематики представлен на рис. 11 и 12.

Ниже представлен алгоритм, описывающий работу рекурсивной функции, выполняющей расчет параметров робота (рис. 13).

На рис. 14 представлен алгоритм выбора и расчета системы уравнений согласно кинематическим схемам (рис. 2–6) и формулам (1) – (10).



Рис. 11. Алгоритмы прямой задачи кинематики

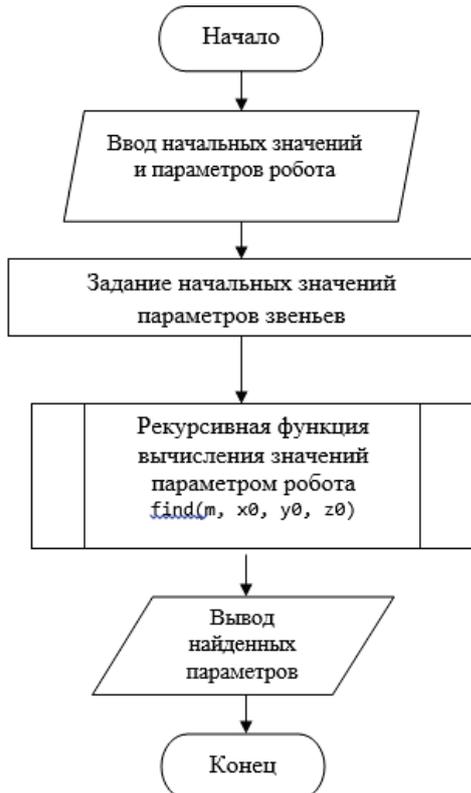


Рис. 12. Алгоритмы обратной задачи кинематики

Следует отметить, что при реализации данного алгоритма при выборе «Поворот» возможно только изменение угла поворота робота, например, при повороте основания без изменения координат.

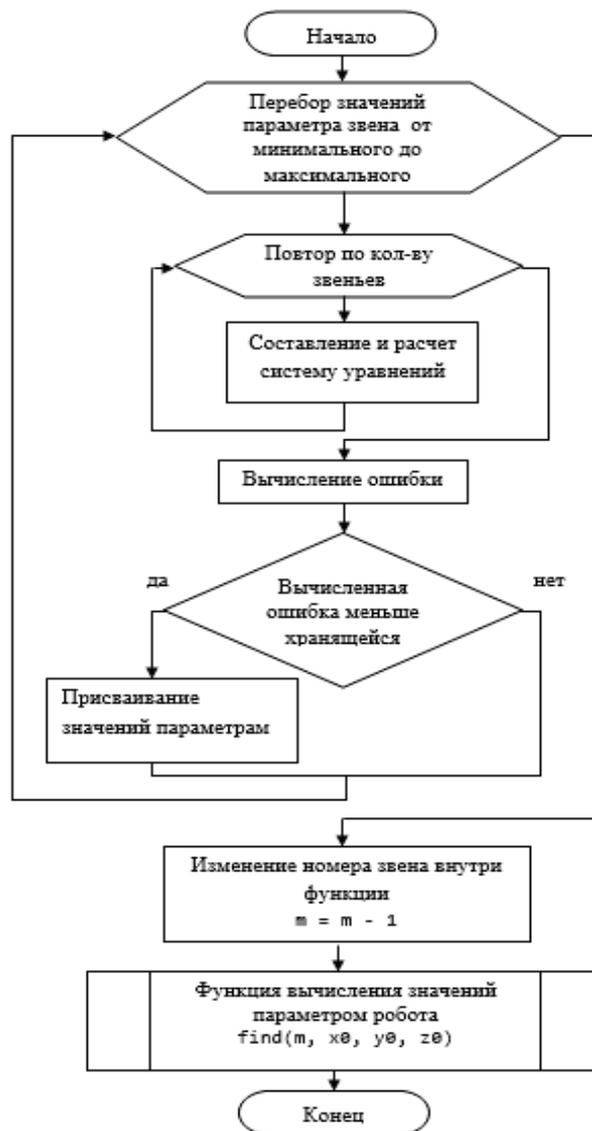


Рис. 13. Алгоритм выбора и расчета системы уравнений

Формы и функции программы. Методика разработки программы, включающая в себя алгоритм, представлена в статье [6].

Программа служит для расчета прямой и обратной кинематической задачи робота. Программный код написан на языке Visual Basic (Visual Studio, 2013). ПО реализует решение обеих задач кинематики и вынесена на отдельные формы.

Программа включает в себя три формы. При запуске программы открывается главная форма программы «Расчет кинематики робота» (рис. 15), на которой представлены кнопки выбора расчета прямой и обратной задачи кинематики, а так же поле ввода количества звеньев робота. Данная форма является динамической, статически заполненной. Заполнение формы «Прямая задача кинематики» (рис. 16.) происходит динамически с учетом введенного количества звеньев, формируется требуемое количество строк Table layout panel.

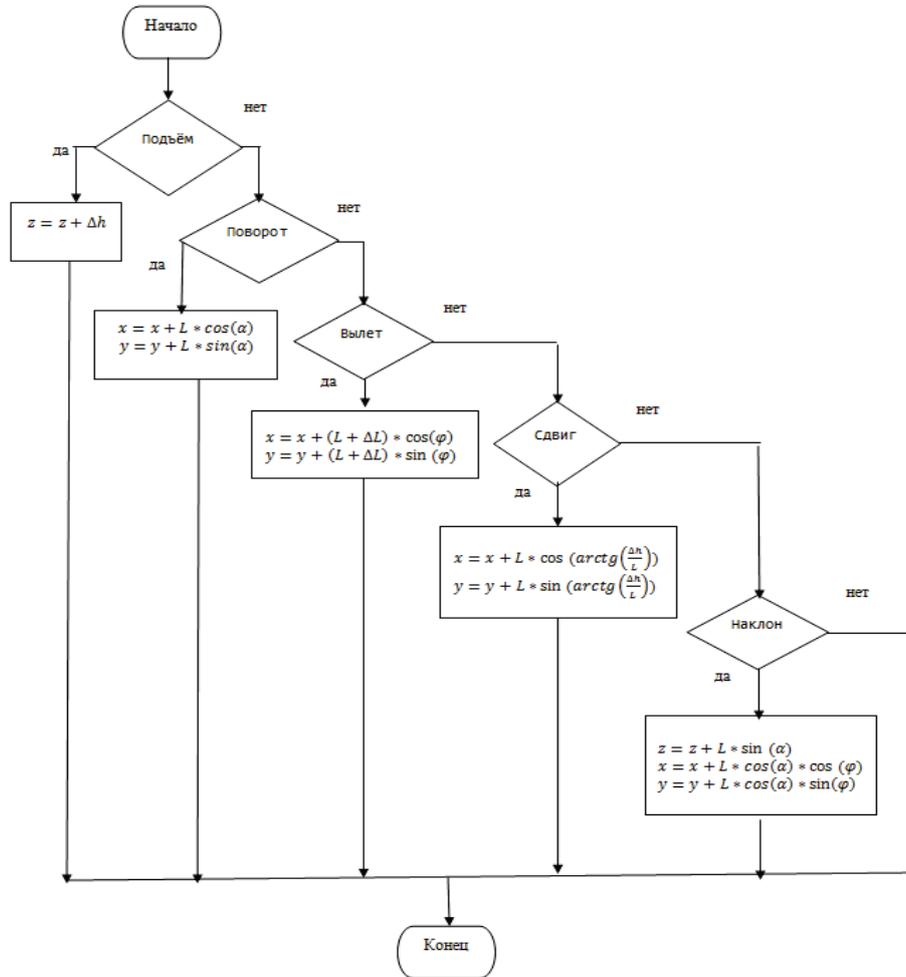


Рис. 14. Алгоритм рекурсивной функции вычисления значений параметром робота find(m, x0, y0, z0)

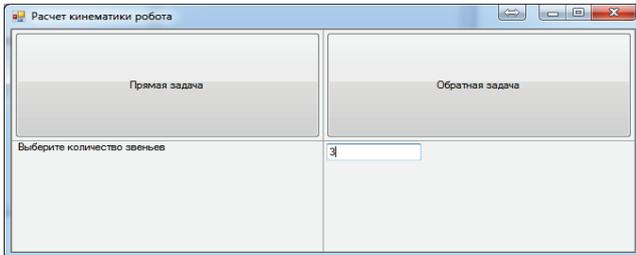


Рис. 15. Форма «Расчет кинематики робота»

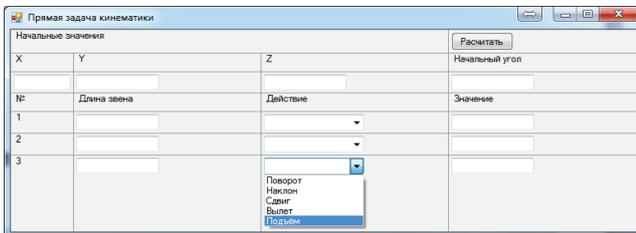


Рис. 16. Форма «Прямая задача кинематики»

В колонке «Значение» вводятся значения перемещения звеньев робота (углов поворота, величины вертикального или продольного перемещения)

Для расчета прямой задачи необходимо ввести начальные (текущие) значения координат, начальный угол поворота манипулятора в горизонтальной плоскости и параметры звеньев робота, выбрать вид движения

звеньев и задать значение перемещения. Все значения следует вводить в идентичной системе измерений.

При заполнении строки начальных значений необходимо указать значения декартовых координат основания робота при начальном положении либо координаты текущего положения робота. В зависимости от начальных значений возможно получить положение схвата или вычислить значение изменения декартовых координат при изменении положения звеньев.

В колонке «№» указан номер звена по порядку, начиная с основания.

В колонке «Длина звена» необходимо указать длину (высоту) звена соответствующего номеру.

В программе описаны пять видов движения, которых достаточно для расчета координат робота. В выпадающем списке в колонке «Движение» поворот в горизонтальной плоскости обозначен как «Поворот», поворот в вертикальной плоскости — «Наклон», параллельный сдвиг — «Сдвиг», продольное движение вдоль оси — «Вылет», подъем или опускание звена — «Подъем».

Вычисление положения схвата робота происходит по средствам выполнения цикла, с числом повторений, равным количеству звеньев. В ходе выполнения каждой итерации цикла вычисляются координаты в центре сочленения звеньев (схвата), для этого составляются математические выражения для координат X, Y, Z в зависимости от выбранного типа движения (формулы

(1) – (10)) с параметрами, соответствующими длинам звеньев и значениям перемещений.

Выбор вида движения осуществляется с помощью выпадающего списка (ComboBox) и последующему множественному выбору прописанных формул согласно условию.

Следует отметить момент: если поворот осуществляется в первую очередь, то в графе «Длина звена» следует указать 0, и при этом будет увеличен первоначальный угол поворота без изменения координат.

Результат вычислений будет представлен сообщением (рис. 17).

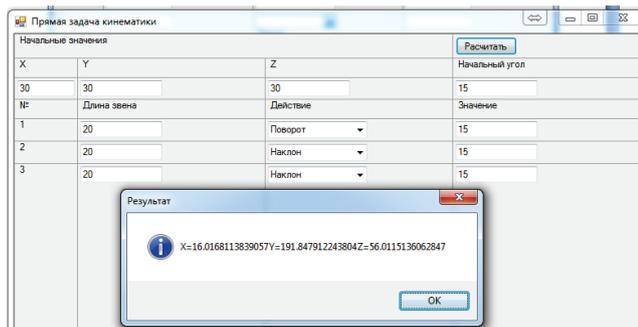


Рис. 17. Результат расчета прямой задачи кинематики

При выборе на форме «Расчет кинематики робота» кнопки «Обратная задача кинематики» будет сформирована, как и в случае с прямой задачей, динамически заполненная форма, соответствующая требуемому количеству звеньев робота.

Входными параметрами для расчета обратной задачи кинематики являются:

- 1) искомые значения координат точки пространства (X, Y, Z), в котором находится робот, либо где он должен находиться;
- 2) начальный угол поворота робота;
- 3) параметры звеньев робота (длина звена, максимальное и минимальное значение диапазона перемещения);
- 4) Тип движения, которое осуществляет звено робота.

Форма «Обратная задача кинематики» представлена на рис. 18.

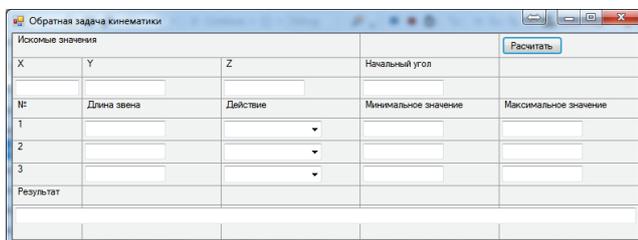


Рис. 18. Форма «Обратная задача кинематики»

В целях удобства и унификации все возможные параметры можно записать в массивы.

Поскольку программа универсальная и заранее неизвестны объемы вычислений, целесообразно использовать рекурсивную функцию вместо цикла.

Входными значениями для данной функции являются искомые значения координат и номер звена робота. При вызове данной функции будут перебираться значения перемещения звена из диапазона допусти-

мых, шаг приращения следует выбирать в зависимости от требований точности либо соответствующий точности робота [8; 9]. На каждой итерации выполняется цикл, аналогичный решению прямой задачи, составляется и решается система уравнений с текущим значением перемещения в качестве неизвестного параметра. После чего найденные значения координат сравниваются с заданными (исходными), и вычисляется погрешность. Значения параметров, соответствующие минимальной ошибке, и значение самой ошибки хранятся во временном массиве. После выполнения всех вычислений будут найдены параметры, соответствующие минимальной результирующей ошибке. Процесс вычисления обратной задачи кинематики для робота-манипулятора дельта представлен в статьях [6; 10].

Результат вычислений выводится в специальную строку (рис. 19).

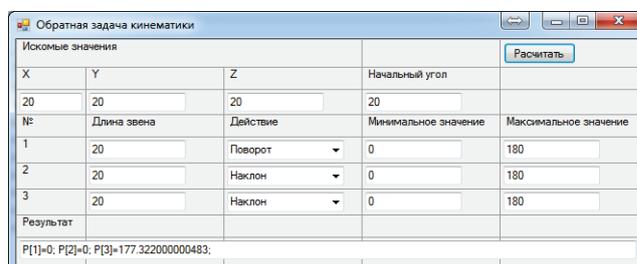


Рис. 19. Результат расчета обратной задачи кинематики

Программная реализация отдельных функций.

1) Составление и расчет системы уравнений:

x_0, y_0, z_0, f_0 — начальные значения координат и угла;
 v_x, v_y, v_z — рассчитываемые значения координат;
 $l(i)$ — массив, содержащий длины (высоты) звеньев;
 $z(i)$ — массив, содержащий значения параметров звеньев (приращение);
 $d(i)$ — массив, содержащий вид движения;
 x_v — временное значение координаты X, требуемое для вычисления параметров угла поворота;
 n — количество звеньев робота.

```

For i As Integer = 0 To Form1.n - 1
Step 1
If d(i) = "Подъем" Then
vz = vz + z(i)
Else
If d(i) = "Поворот" Then
vx = vx + l(i) * Math.Cos(z(i))
vy = vy + l(i) * Math.Sin(z(i))
If l(i) = 0 Then f0 = z(i)
Else
If d(i) = "Вылет" Then
vx = vx + (l(i) + z(i)) * Math.Cos(f0)
vy = vy + (l(i) + z(i)) * Math.Sin(f0)
Else
If d(i) = "Наклон" Then
vz = vz + Math.Sin(z(i)) * l(i)
If i >= 1 Then
vx = vx + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Cos((xv(i) - xv(i - 1)) / l(i -
1))
    
```

```

vy = vy + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Sin((xv(i) - xv(i - 1)) / l(i -
1))
Else
vx = vx + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Cos(f0)
vy = vy + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Sin(f0)
End If
Else
If d(i) = "Сдвиг" Then
vx = vx + l(i) *
Math.Cos(Math.Atan(z(i) / l(i)))
vy = vy + l(i) *
Math.Sin(Math.Atan(z(i) / l(i)))
End If
End If
End If
End If
xv(i) = vx
Next

```

2) Рекурсивная функция вычисления значений параметров робота:

x_0, y_0, z_0, f_0 — начальные значения координат и угла;
 v_x, v_y, v_z — временные рассчитываемые значения координат;
 x_1, y_1, z_1 — рассчитываемые значения координат;
 $l(i)$ — массив, содержащий длины (высоты) звеньев;
 A_{\min} — массив, содержащий минимальное значение звеньев;
 A_{\max} — массив, содержащий максимальное значение звеньев;
 V — значение параметров звеньев (приращение), изменяемое в ходе цикла в пределах допустимых значений;
 $d(i)$ — массив, содержащий вид движения;
 x_v — временное значение координаты X , требуемое для вычисления параметров угла поворота;
 er_{\min} — минимальное значение ошибки;
 er — вычисляемое значение ошибки;
 R — массив, содержащий найденные значения звеньев;
 P — массив, содержащий временные расчетные значения звеньев;
 m — номер звена робота (параметр, изменяемый в функции, требуется для задания количества повторения рекурсивной функции).

Программная реализация специально разработанной функции описывается следующим образом:

```

Private Sub find(m, x0, y0, z0)
If (m > 0) Then
Dim x1, y1, z1, er, V As Double
'перебор параметра
For V = Amin(m - 1) To Amax(m - 1) Step
0.001
Dim vx, vy, vz, xv(Form1.n - 1) As Double
vx = 0
vz = 0
vy = 0

```

```

For i As Integer = 0 To Form1.n - 1
Step 1
If d(i) = "Подъем" Then
vz = vz + V
Else
If d(i) = "Поворот" Then
vx = vx + l(i) * Math.Cos(V)
vy = vy + l(i) * Math.Sin(V)
If l(i) = 0 Then f0 = V
Else
If d(i) = "Вылет" Then
vx = vx + (l(i) + V) * Math.Cos(f0)
vy = vy + (l(i) + V) * Math.Sin(f0)
Else
If d(i) = "Наклон" Then
vz = vz + Math.Sin(z(i)) * l(i)
If i >= 1 Then
vx = vx + l(i) * Math.Cos(V) *
Math.Cos((xv(i) - xv(i - 1)) / l(i -
1))
vy = vy + l(i) * Math.Cos(V) *
Math.Sin((xv(i) - xv(i - 1)) / l(i -
1))
Else
vx = vx + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Cos(f0)
vy = vy + l(i) * Math.Cos(z(i)) *
Math.Sin(f0)
End If
If d(i) = "Сдвиг" Then
vx = vx + l(i) * Math.Cos(Math.Atan(V /
l(i)))
vy = vy + l(i) * Math.Sin(Math.Atan(V /
l(i)))
xv(i) = vx
End If
End If
End If
End If
End If
Next
'система уравнений составленная
x1 = vx
y1 = vy
z1 = vz
'вычисление ошибки и переписывание
er = (x0 - x1) + (y0 - y1) + (z0 - z1)
If (er < ermin) Then
ermin = er
R = P
P(m - 1) = V
End If
Next
m = m - 1
find(m, x0, y0, z0)
End If
End Sub

```

Заключение. Система уравнений обратной кинематической задачи составляется аналогично прямой задаче, что показывает универсальность представленных расчетов.

Численный метод позволяет решить обратную задачу кинематики для тех конструкций манипуляторов, для которых получение точного решения в аналитических выражениях не представляется возможным либо достаточно затруднительно. Это является основным достоинством при использовании численного метода применительно к поставленной задаче.

Кроме того, численные методы решения обратной задачи позволяют достичь требуемой точности реше-

ния. Однако время сходимости и затраты вычислительных мощностей заранее неизвестны и во многом зависят от начального приближения и количества переменных целевой функции.

Разработанные методы, алгоритмы и программы могут быть использованы для разработки конфигураций роботов, программ и систем управления а также при обучении студентов и специалистов.

Литература

- Zenkevich S.L., Yushchenko A.S. Основы управления манипуляционными роботами. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 480 с.
- Колтыгин Д.С., Седельников И.А. Основные признаки классификации промышленных роботов // Проблемы современной науки. 2016. № 22. С. 19–27.
- Грувер М., Зиммерс Э. САПР и автоматизация производства. М.: Мир, 1987. 528 с.
- Яцун С.Ф., Яцун А.С., Ворочаева Л.Ю. Математическое моделирование движения двухмассового вибрационного мобильного робота // Фундаментальные исследования. 2015. № 12–4. С. 729–734.
- Юревич Е.И. Основы робототехники. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 416 с.
- Колтыгин Д.С., Седельников И.А., Петухов Н.В. Аналитический и численный методы решения обратной задачи кинематики для робота Delta // Вестн. Иркутского гос. технического ун-та. 2017. Т. 21. № 5 (124). С. 87–95.
- Курьшкин Н.П. Основы робототехники. Кемерово: КузГТУ, 2012. 166 с.
- Колтыгин Д.С., Седельников И.А., Павлюк Е.Ю. Определение точности позиционирования роботов-манипуляторов Delta и Omega // Труды Братского гос. ун-та. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. Т. 2. С. 121–126.
- Азарян Д.К., Чалышев М.С., Шандыбина И.М., Полянчикова М.Ю. Методика определения позиционной точности учебного робота // Актуальные вопросы проф. образования. 2017. № 4 (9). С. 9–11.
- Колтыгин Д.С., Седельников И.А. Алгоритм определения обобщенных координат для робота Delta // Труды Братского гос. ун-та. Сер. Естественные и инженерные науки. 2016. Т. 2. С. 127–130.
- Krakhmalev O.N. Mathematical model manipulator robots // International Journal of Advanced Studies (IJAS). St. Louis, USA: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd. 2015. V. 5. № 4. P. 31–35.
- Харюнин А.С., Кильдишев М.Г., Борисов Н.А. Решение задачи инверсной кинематики методом фабрик // Современные информационные технологии и ИТ-образование: сб. науч. тр. III Междунар. науч. конф. «Конвергентные когнитивно-информационные технологии» (29 нояб. – 2 дек. 2018 г.). М., 2019. С. 212–219.
- Рыжиченко А.И. Решение обратной задачи кинематики для шестистепенного робота численным методом // XXVIII Междунар. инновационно-ориентированная конф. молодых ученых и студентов (МИКМУС-2016): сб. тр. конф. (7–9 дек. 2016 г.). М., 2017. С. 275–278.
- Dunaev M.P., Nguyen V.V. Kinematics modeling of a robotic arm «ABB IRB 2400-10» in the enviroment matlab simmechanics // Вестн. Ангарского гос. технического ун-та. 2016. № 10. С. 47–52.
- Zhang L., He J., Wang S. Inverse Kinematic Solutions of Dual Redundant Camera Robot Based on Genetic Algorithm // Mathematical Problems in Engineering, 2017. P. 1–10.
- Wang X., Zhang D., Zhao C. The inverse kinematics of a 7R 6-degree-of-freedom robot with non-spherical wrist. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9(8), 1687814017714985.
- Momani S., Abo-Hammour Z.S., Alsmadi O.M. K. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms // *Applied Mathematics & Information Sciences*. 2016. V. 10. № 1. P. 225.
- Samuel G.G., Rajan C.C. A modified shuffled frog leaping algorithm for long-term generation maintenance scheduling. *Proc. Third International Conference on Soft Computing for Problem Solving*, 2014. P. 11–24. Springer, New Delhi.
- Ibrahim I.N. Obtaining the kinematics solution of an aerial manipulator using the shuffled frog-leaping algorithm // *Vestn. IzhGTU im. M.T. Kalashnikova*. 2018. V. 21. № 4. P. 28–34.
- Panchanand J., Bibhuti B., Prakash S. Inverse Kinematic Solution of Robot Manipulator Using Hybrid Neural Network // *Intern. J. Materials Sci. and Eng.* 2015. V. 3. № 1. P. 31–38.
- Седельников И.А. Расчет кинематики робота: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № RU 2019615161. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 19 апр. 2019 г.

References

- Zenkevich S.L., Yushchenko A.S. Fundamentals of control of manipulation robots. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 480 p.
- Koltygin D.S., Sedel'nikov I.A. The main features of the classification of industrial robots // *Problemy sovremennoj nauki*. 2016. № 22. P. 19–27.
- Gruver M., Zimmers E. CAD and automation of production. М.: Mir, 1987. 528 p.
- YAcun S.F., YAcun A.S., Vorochaeva L.YU. Mathematical modeling of the motion of a two-mass vibrating mobile robot // *Fundamental research*. 2015. № 12–4. P. 729–734.
- YUrevich E.I. Fundamentals of Robotics. SPb.: BHV-Peterburg, 2005. 416 p.
- Koltygin D.S., Sedel'nikov I.A., Petuhov N.V. Analytical and numerical methods for solving the inverse kinematics problem for the Delta robot // *Bulletin of Irkutsk State Technical University*. 2017. V. 21. № 5 (124). P. 87–95.
- Kuryshkin N.P. Fundamentals of Robotics. Kemerovo: KuzGTU, 2012. 166 p.
- Koltygin D.S., Sedel'nikov I.A., Pavlyuk E.YU. Determination of positioning accuracy of Delta and Omega robotic arm // *Trudy Bratskogo gos. un-ta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2016. V. 2. P. 121–126.
- Azaryan D.K., CHalyshev M.S., SHandybina I.M., Polyanchikova M.YU. Methodology for determining the positional accuracy of an educational robot // *Actual'nye voprosy professional'nogo obrazovaniya (Actual problems of professional education)*. 2017. № 4 (9). P. 9–11.
- Koltygin D.S., Sedel'nikov I.A. An algorithm for determining generalized coordinates for a Delta robot // *Trudy Bratskogo gos. un-ta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki*. 2016. V. 2. P. 127–130.
- Krakhmalev O.N. Mathematical model manipulator robots // *International Journal of Advanced Studies (IJAS)*. St. Louis,

- USA: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd. 2015. V. 5. № 4. P. 31–35.
12. Haryunin A.S., Kil'dishev M.G., Borisov N.A. The solution of the inverse kinematics problem by the fabrik method // *Sovremennye informacionnye tekhnologii i IT-obrazovanie: sb. nauch. tr. III Mezhdunar. nauch. konf. «Konvergentnye kognitivno-informacionnye tekhnologii»* (29 noyab. – 2 dek. 2018 g.). M., 2019. P. 212–219.
 13. Ryzhichenko A.I. Solving the inverse kinematics problem for a six-step robot by the numerical method // *XXVIII Mezhdunar. innovacionno-orientirovannaya konf. molodyh uchenyh i studentov (MIKMUS-2016): sb. tr. konf. (7-9 dek. 2016 g.)*. M., 2017. P. 275–278.
 14. Dunaev M.P., Nguyen V.V. Kinematics modeling of a robotic arm «ABB IRB 2400-10» in the enviroment matlab simmechanics // *Bulletin of the Angarsk state technical university*. 2016. № 10. P. 47–52.
 15. Zhang L., He J., Wang S. Inverse Kinematic Solutions of Dual Redundant Camera Robot Based on Genetic Algorithm // *Mathematical Problems in Engineering*, 2017. P. 1–10.
 16. Wang X., Zhang D., Zhao C. The inverse kinematics of a 7R 6-degree-of-freedom robot with non-spherical wrist. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9 (8), 1687814017714985.
 17. Momani S., Abo-Hammour Z.S., Alsmadi O.M. K. Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms // *Applied Mathematics & Information Sciences*. 2016. V. 10. № 1. P. 225.
 18. Samuel G.G., Rajan C.C. A modified shuffled frog leaping algorithm for long-term generation maintenance scheduling. *Proc. Third International Conference on Soft Computing for Problem Solving*, 2014. P. 11–24. Springer, New Delhi.
 19. Ibrahim I.N. Obtaining the kinematics solution of an aerial manipulator using the shuffled frog-leaping algorithm // *Bulletin of Kalashnikov ISTU*. 2018. V. 21. № 4. P. 28–34.
 20. Panchanand J., Bibhuti B., Prakash S. Inverse Kinematic Solution of Robot Manipulator Using Hybrid Neural Network // *Intern. J. Materials Sci. and Eng.* 2015. V. 3. № 1. P. 31–38.
 21. Sedel'nikov I.A. Calculation of the robot's kinematics: svidetel'stvo o gos. registracii programmy dlya EVM № RU 2019615161. Zaregistrovano v Reestre programm dlya EVM 19 apr. 2019 g.