

## Теория погружения сваи в грунт при продольно-вращательном вдавливании

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Статья поступила 18.11.2020, принята 20.11.2020

*Моделирование процесса погружения сваи в грунт предлагается делать совершенно иначе по сравнению с тем, как это принято. Принципиальные отличия заключаются в нахождении сил лобового и бокового сопротивления, действующих на сваю со стороны грунта, которые ранее определялись через силы сухого трения без учета вращательной составляющей движения. В существующих вариантах сила лобового сопротивления неудовлетворительна прежде всего тем, что она не учитывает скорость погружения сваи, а также ее угловую скорость вращательной составляющей движения. Задание прочностных свойств грунта через коэффициент трения и сама модель воспроизведения упругопластических деформаций грунта, определяемая через сухое трение, выглядят неестественно. Определение силы трения, действующей на боковую поверхность сваи, с использованием эффекта Жуковского неправомерно из-за наличия вращательной составляющей движения сваи. Перечисленные некорректности объясняются несовершенством существующей теории сухого трения для случаев не поступательного движения тел на моменты предпринимаемых попыток поиска решений для указанной задачи. Предложен новый способ вводить силу лобового сопротивления с учетом прочностных свойств грунта и скоростей поступательной и вращательной составляющих движения сваи — это позволяет делать метод кинематических зон. Метод позволяет также корректно применять закон Амонтона – Кулона для нахождения силы бокового трения без нарушения необходимого условия его применимости и с поправками на наличие вращательной и поперечной составляющих движения. Впервые определяется не лобовое сопротивление через возникающие напряжения, а наоборот — динамические напряжения грунта через динамическое лобовое сопротивление сваи. Приведен пример моделирование погружения абсолютно жесткой сваи, когда ее угловая скорость вращения не меняется. Для грунтов с известными прочностными свойствами найден способ определения минимальной угловой скорости сваи для возникновения возможности ее погружения при заданной продольной силе и наоборот — минимальной продольной силы по заданной угловой скорости.*

**Ключевые слова:** свая; шпунт, продольно-вращательное погружение; динамическое напряжение; лобовое сопротивление; боковое трение сваи; закон Амонтона – Кулона; эффект Жуковского при трении; метод кинематических зон.

## Theory of pile immersion in the ground with longitudinal-rotational indentation

V.A. Koronotov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Received 18.11.2020, accepted 20.11.2020

*Modeling the process of pile immersion into the ground is proposed to be done in a completely different way compared to how it is accepted. The fundamental differences lie in finding the forces of frontal and lateral resistance acting on the pile from the soil side, which were previously determined through the forces of dry friction without taking into account the rotational component of the motion. In the existing versions, the drag force is unsatisfactory, first of all, because it does not take into account the pile sinking speed, as well as its angular velocity of the rotational component of the movement. Setting the strength properties of the soil through the coefficient of friction and the very model of reproduction of elastic-plastic deformations of the soil, determined through dry friction, look unnatural. Determination of the friction force acting on the lateral surface of the pile using the Zhukovsky effect is illegal due to the presence of the rotational component of the pile movement. The listed incorrectness is explained by the imperfection of the existing theory of dry friction for cases of non-translational motion of bodies at the moments of attempts to find solutions for the indicated problem. A new method is proposed to introduce the force of frontal resistance, taking into account the strength properties of the soil and the speeds of the translational and rotational components of the movement of the pile - this allows the method of kinematic zones to be done. The method also makes it possible to correctly apply the Amonton - Coulomb law to find the lateral friction force without violating the necessary condition for its applicability and with corrections for the presence of rotational and transverse components of motion. For the first time, it is not the drag through the arising stresses that is determined, but, on the contrary, the dynamic stresses of the soil through the dynamic drag of the pile. An example is given of simulating the immersion of an absolutely rigid pile when its angular velocity of rotation does not change. For soils with known strength*

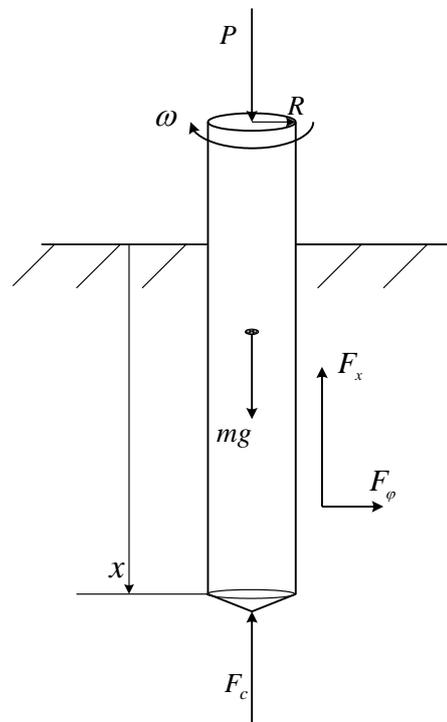
properties, a method has been found for determining the minimum angular velocity of a pile for the possibility of its immersion at a given longitudinal force and vice versa - the minimum longitudinal force at a given angular velocity.

**Keywords:** pile; sheet pile, longitudinal-rotational immersion; dynamic stress; drag; lateral friction of the pile; Amonton-Coulomb law; Zhukovsky friction effect; method of kinematic zones.

**Введение.** Следует признать, что на сегодняшний день теория погружения свай в грунт отсутствует. Вместо четких рекомендаций, как следует моделировать этот процесс ясного понимания того, в результате чего теряются прочностные свойства грунта, — имеются лишь отдельные попытки решать задачи на погружение через упруго-вязкие свойства грунта, которые моделируются с помощью сухого трения. Но выглядит это не столь убедительно прежде всего из-за того, как определяется сила лобового сопротивления. Она либо считается постоянной величиной [1; 2], либо определяется косвенно, через часть бокового трения свай [3–11] — без учета скорости погружения и вращательной составляющей движения свай, а переменность силы противодействия со стороны грунта моделируется через упругую силу пружины, выражающей связь торца свай с грунтом [6–8]. Непосредственное определение лобового сопротивления через возникающие напряжения в грунте приводит к сложным интегральным выражениям без возможности их интегрирования аналитически, а определение их численным путем приводит к необходимости применения сложных вычислительных процедур с потерей наглядности физики процесса. Похожая картина наблюдалась ранее при определении результирующих компонент сухого трения для задач скольжения тел с вращением [12], которые было принято искать также напрямую через напряжения. Умение находить силу лобового сопротивления имеет очень важное значение. Существующее мнение о том, что лобовым сопротивлением можно пренебречь в тех случаях, когда оно значительно меньше силы бокового трения (что наблюдается при значительном погружении свай в грунт), весьма сомнительно. Ведь именно через силу лобового сопротивления свай, а не бокового трения, определяются динамические напряжения грунта в той ее области, где предполагается погружение. Через эти напряжения и должен решаться вопрос о возможности погружения свай — будет оно совершаться или нет, т. е. через прочностные свойства грунта, что является главным при решении такого рода задач. Такую связь — между силой лобового сопротивления и возникающими динамическими напряжениями в грунте — в существующих работах никак не использовали, а точнее, не могли учесть должным образом. Нелишне будет заметить, что прежние модели имели далеко не простой вид, где в качестве промежуточных звеньев между торцом свай и грунтом вводились скользящая пробка, полозья и упругие связи. Такой экзотический вид объясняется, на взгляд автора, отсутствием возможностей заложить в модель нужные свойства с помощью привычного инструментария механики. А отсутствие простоты, как известно, не является плюсом. Правильный вид лобового сопротивления так и не был найден. Следует отметить, что и волновые явления, которые иногда пытаются учесть в грунте, не смогут исправить положение, если в исходных уравне-

ниях модели не учтены основные факторы, влияющие на изучаемый процесс.

В данной статье речь пойдет о погружении свай при продольно-вращательном вдавливании без вибрационной составляющей силового воздействия. Вибрационная составляющая, которая, как правило, используется в производственной практике, не учтена лишь только для того, чтобы наиболее ясно показать достоинства вводимой здесь теории погружения для решения рассматриваемых прикладных задач, а также принципиальные отличия от существующих подходов. Кроме того, вибрационное воздействие имеет определенную специфику, о которой лучше будет говорить отдельно.



**Рис.** Динамическая модель взаимодействия свай с грунтом

**Основные принципы.** Для аналитического задания силы лобового сопротивления  $F_c$  (см. рисунок) будем использовать такой же вид, который был введен автором при построении основ строгой теории роторного бурения [13–15], где процесс погружения бурильной колонны близок к тому, что наблюдается у свай при данном способе внедрения в грунт. А именно в таком виде:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR\dot{\varphi} + \Delta}, \quad (1)$$

выражающем прямую пропорциональную зависимость от скорости погружения  $\dot{x}$  и обратную — от угловой скорости вращения  $\dot{\varphi}$  свай (здесь  $\varphi$  — угол поворота свай, а точкой  $\dot{\cdot}$  обозначается дифференцирование по

времени  $t$ ). Здесь  $\Delta, b$  – коэффициенты аппроксимации, зависящие от прочностных свойств грунта, они находятся экспериментально; сваю считаем круглым цилиндром радиуса  $R$ ; максимальное значение силы сопротивления  $F_0$  определяется из условия равновесия сваи перед началом погружения. Такая аналитическая зависимость была обоснована автором методом кинематических зон [15] и имеет практическое подтверждение промысловыми данными [16–18].

Силу бокового трения — между боковой поверхностью сваи и грунтом будем определять с учетом поправок, определяемых методом кинематических зон [15]. Применять закон Амонтона – Кулона напрямую, как это делается для случаев поступательного движения тел, или использовать его следствие в виде эффекта Жуковского здесь недопустимо [19]. Закон о трении в стандартном виде или для использования его следствия следует применять только при соблюдении необходимого для этого условия: тела скольжения должны совершать поступательное движение друг относительно друга [20]. Ошибка авторов существующих работ при описании продольно-вращательного погружения сваи, что обычно делается с учетом вибрационного воздействия, как раз и заключалась в игнорировании этого условия [11]. Из-за чего, по мнению автора, исходные уравнения движения сваи записываются неправильно и нуждаются в поправках. По методу кинематических зон здесь следует использовать следующие формулы для нахождения сил трения, приходящихся на единицу площади боковой поверхности соприкосновения сваи с грунтом:

$$F_x = F_{x0} \frac{V_x + \Delta_1}{V_x + V_\phi + b_1 R \dot{\phi} + \Delta_1} = F_{x0} \frac{\dot{x} + \Delta_1}{\dot{x} + (b_1 + 1) R \dot{\phi} + \Delta_1},$$

$$F_{x0} = F_x \Big|_{\dot{\phi}=V_\phi=0} = f_x; \quad (2)$$

$$F_\phi = F_{\phi 0} \frac{V_\phi + \Delta_1}{V_\phi + V_x + b_1 R \dot{\phi} + \Delta_1} = F_{\phi 0} \frac{\dot{x} + \Delta_1}{\dot{x} + (b_1 + 1) R \dot{\phi} + \Delta_1},$$

$$F_{\phi 0} = F_\phi \Big|_{\dot{\phi}=V_x=0} = f_\phi;$$

здесь  $\Delta_1, b_1$  – коэффициенты аппроксимации, зависящие от трения соприкасающихся тел и определяемые экспериментально. Учтено также, что для любой выделяемой элементарной площадки, помимо проскальзывания сваи вдоль оси  $x$ , характеризуемой скоростью проскальзывания  $V_x = \dot{x}$ , может быть еще проскальзывание в плоскости, перпендикулярной к оси  $x$ , характеризуемой скоростью проскальзывания  $V_\phi = R \dot{\phi}$ , т. е. в направлении касательной к боковой поверхности сваи;  $f_x, f_\phi$  — погонные силы трения, приходящиеся на единицу площади в направлениях вдоль и поперек оси сваи. Будем считать, что поверхности соприкосновения изотропны по трению:

$$f_x = f_\phi = f = \begin{cases} [-f_1; f_1], & \text{при } \dot{x} \equiv 0 \text{ или } \dot{\phi} \equiv 0; \\ f_0 & \text{при } \dot{x} > 0 \text{ или } \dot{\phi} > 0 \quad (\varepsilon = f_1 / f_0 > 1); \end{cases}$$

В приведенных формулах (2) значения  $F_{x0}, F_{\phi 0}$ , определяющие наибольшие значения соответствующих сил трения, определяются из условий, когда становится

возможным применение обычного закона Амонтона – Кулона: сложное движение сваи либо становится простым поступательным в направлении  $x$ , либо полностью останавливается. Заметим, что если через  $x$  обозначить глубину погружения сваи, то суммарные значения сил бокового трения будут равны:  $\Sigma F_x = f 2\pi R x$ ;  $\Sigma F_\phi = 0$ ; последнее в силу симметрии оболочки. Приведенные формулы отличаются от ранее приведенных в работе [19] тем, что в них предполагается проскальзывание в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а раньше проскальзывание предполагалось только в одном направлении.

Пользуясь случаем, следует отметить, что в недавней работе автора [20] была допущена ошибка при введении такой поправки. А именно, при «беглом» упоминании рассматриваемой здесь задачи в той статье было «потеряно» влияние скольжения сваи от вращательной составляющей движения боковой поверхности относительно грунта; было учтено лишь скольжение только в продольном направлении. В данной статье эта ошибка будет исправлена.

Отмеченные выше неточности и некорректности при определении сил  $F_x, F_\phi$ , являются следствием несовершенства теории сухого трения и отсутствия теории погружения вращающегося твердого тела в грунт на момент попыток решения отмеченной здесь производственной задачи. В работах автора [15; 19; 20] эти вопросы, как ему представляется, были успешно решены. Нужные для этого обоснования были найдены благодаря переходу от обычного макромасштабного описания процессов в пятне контакта соприкасающихся тел — на мезомасштабный уровень, используя принципы физической мезомеханики. Еще раз подчеркнем, что источником указанных выше ошибок является несоблюдение необходимого условия применимости закона Амонтона – Кулона. Ранее за соблюдением этого весьма очевидного условия, как это ни странно, никто не следил.

При построении теории погружения будем исходить из следующих предположений:

1. Свае является абсолютно жестким телом.
2. Волновые явления в свае и грунте не учитываются.
3. Грунт является достаточно плотным и обладает определенными упругими свойствами, что не позволяет свае погружаться только под воздействием собственного веса, а также при добавлении обычной, не чрезмерно большой статической продольной силы давления — такой, какие принято применять в производственной практике.

4. Прочностные свойства грунта ухудшаются при вращательном воздействии сваи, что может проявляться сразу, без предварительной обработки, через разрушение упругого слоя в виде пластической деформации через погружение; такая возможность устанавливается через динамическое напряжение грунта.

5. Сила лобового сопротивления сваи со стороны грунта определяется в соответствии с формулой (1), которая, как будет показано ниже, позволяет учесть прочностные свойства грунта.

Заметим, что предположение об абсолютной жесткости сваи дает возможность моделировать только без-

остановочные режимы погружения, без промежуточных кратковременных остановок — заклиниваний, что может наблюдаться в действительности. Для моделирования кратковременных заклиниваний необходимо либо принимать во внимание крутильную жесткость сваи, либо ввести силы вибрационного воздействия. Из-за увеличения боковой силы трения сваи, ведущей к уменьшению силы продольного давления на грунт, рано или поздно должна произойти полная остановка погружения — когда результирующая сила давления станет достаточно малой величиной.

**Постановка задачи.** Абсолютно жесткая свая (см. рис.) круглого поперечного сечения радиуса  $R$  продольно-вращательным вдавливанием внедряется в грунт. Внедрение осуществляется за счет приложения продольной силы  $P$  дополнительно к известному собственному весу сваи  $mg$  и сообщения ей постоянной угловой скорости вращения  $\omega$  — чего можно добиться двигателем, обладающим достаточно большим запасом мощности. Тем самым, в выше приведенных формулах следует иметь в виду, что  $\dot{\varphi} = \omega$ .

Наблюдения показывают, что погружение сваи может не начаться, если при данной угловой скорости продольная сила давления на сваю невелика, и наоборот, при заданной силе давления вращательной составляющей движения сваи может быть недостаточно. Определим вначале, при каких угловых скоростях погружение сваи будет возможно, если продольная сила задана, и наоборот — по заданной угловой скорости определим, при каких продольных силах давления это будет возможно. Такого рода вопросы могут возникать либо перед началом погружения сваи, когда ее нижнее сечение еще на поверхности грунта, и когда — нужно продолжить погружение после непредвиденной остановки погружения, когда низ сваи находится на глубине  $x$ . Следует заметить, что в такой постановке задача на погружение еще никем не рассматривалась, а существующие методы навряд ли позволили бы решить такую задачу.

1. Сначала ответим на первый вопрос: продольная сила  $P$  известна, определяются угловые скорости  $\omega$ , при которых погружение сваи станет возможным; координата углубления сваи задается через  $x$ . Пусть  $\omega < \omega_*$ , где  $\omega_*$  — такая минимальная угловая скорость, при которой может начаться погружение сваи. Запишем условие равновесного состояния сваи, когда погружение еще невозможно:  $\dot{x} \equiv 0$ ;  $f_x = f \in [0; f_1]$ :

$$mg + P - F_{x0} \frac{\Delta_1}{b_1 R \omega + \Delta_1} - F_0 \frac{\Delta}{b R \omega + \Delta} = 0; \Rightarrow$$

$$rmg - F_{x0} \frac{1}{k_1} - F_0 \frac{\Delta}{k} = 0; \Rightarrow F_0 = k \left( rmg - F_{x0} \frac{1}{k_1} \right).$$

$$\text{Здесь } r = 1 + \frac{P}{mg} > 1; \quad k = 1 + \frac{bR}{\Delta} \omega; \quad k_1 = 1 + \frac{b_1 R}{\Delta_1} \omega;$$

$k$  — коэффициент динамичности, определяющий влияние вращательного движения сваи на лобовое сопротивление со стороны грунта;  $k_1$  — коэффициент динамичности, определяющий влияние вращательного движения на силу трения, возникающие на боковой по-

верхности сваи в местах соприкосновения с грунтом; этот коэффициент подправляет формулу Амонтона — Кулона для нахождения силы трения покоя при наличии вращения, уменьшая ее — что тоже наблюдается в действительности.

Откуда следует такое равенство:

$$\left( rmg - F_{x0} \frac{1}{k_1} \right) - k \frac{rmg - F_{x0} \frac{1}{k_1}}{k} = 0,$$

деля которое на площадь торцевого сечения сваи  $\pi R^2$ , получим:

$$\left( \sigma - \frac{2fx}{Rk_1} \right) - k \frac{\sigma - \frac{2fx}{Rk_1}}{k} = 0 \Rightarrow$$

$$\tilde{\sigma} - k \frac{\tilde{\sigma}}{k} = 0 \Rightarrow \tilde{\sigma}_\sigma = \frac{\tilde{\sigma}}{k} \Rightarrow \tilde{\sigma}_{\sigma 1} = \frac{\tilde{\sigma}_1}{k_*}.$$

Здесь  $\sigma = \frac{rmg}{\pi R^2} = r\sigma_0$  — обычное статическое нормальное напряжение грунта, возникающее под действием заданных продольных сил сваи ( $\sigma_0 = \frac{mg}{\pi R^2}$  —

напряжение, создаваемое весом самой сваи);

$\tilde{\sigma} = \sigma - \frac{2fx}{Rk_1}$  — приведенное статическое нормальное

напряжение, возникающее в грунте под торцом сваи; оно создается суммарной продольной силой, действующей на сваю, с учетом разгрузки за счет касательных напряжений, возникающих от сил сухого трения на

боковой поверхности;  $\tilde{\sigma}_\sigma = \frac{\sigma - \frac{2fx}{Rk_1}}{k} = \frac{r\sigma_0 - \frac{2fx}{Rk_1}}{k}$  —

динамическое приведенное нормальное напряжение, возникающее в грунте за счет вращательного воздействия сваи и приводящее к потере прочностных

свойств грунта;  $\tilde{\sigma}_{\sigma 1} = \frac{\sigma_1 - \frac{2f_1 x}{Rk_{1*}}}{k_*}$  — приведенное пре-

дельное динамическое нормальное напряжение, возникающее в грунте в начале необратимых разрушений, которые возникают перед началом погружения сваи и когда  $f = f_1$  — сила трения покоя достигает своего

предельного значения ( $\sigma_1$  — предельное статическое нормальное напряжение для данного грунта, определяемое экспериментально;  $k_*, k_{1*}$  — критические значения коэффициентов динамичности лобового сопротивления и силы бокового трения, которые, согласно приведенным выше формулам, определяются через критическую угловую скорость вращения сваи  $\omega_*$ , достигнув которой, начинается погружение — она подлежит определению).

Очевидно, что начала погружения сваи следует ожидать только тогда, когда  $\tilde{\sigma}_{\sigma 1} = \sigma - \frac{2f_1 x}{Rk_{1*}}$ , т. е. когда приведенное предельное динамическое нормальное

напряжение, уменьшаясь, сравнивается с текущим приведенным нормальным напряжением грунта — что достигается вращательным действием сваи. Это условие позволяет записать алгебраическое квадратное уравнение для определения критической угловой скорости  $\omega_*$  вращения сваи:

$$\frac{\sigma b(b_1 + 1)R^2}{\Delta \Delta_1} \omega_*^2 - \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma)(b_1 + 1)R^2}{\Delta_1} + \frac{b}{\Delta} (\sigma R - 2f_1 x) \right] \omega_* - (\sigma_1 - \sigma) = 0, \quad (3)$$

из которого находится значение критической угловой скорости  $\omega_*$ , через которое будет определяться диапазон всех возможных скоростей, при которых будет возможно погружение сваи:  $\omega \geq \omega_*$ .

В частном случае, когда погружение сваи планируется начать с поверхности грунта  $x = 0$ , критическая угловая скорость будет равна:  $\omega_* = \frac{\Delta}{bR} \left( \frac{n_1}{r} - 1 \right)$ , где

$n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$  — запас прочности грунта под действием только силы тяжести сваи.

2. Теперь поставим задачу иначе: при заданной угловой скорости вращения сваи  $\omega < \omega_*$  определяем, при каких силах  $P$  продольного давления может начаться погружение. Здесь условие равновесного состояния сваи, когда погружение еще невозможно, будет аналогично ранее записанному (3), полагая в нем вместо  $\omega_*$  заданную  $\omega$ , причем для общности снова полагаем наличие предварительного погружения сваи на глубину  $x$ . Из уравнения (3) следует, что:

$$r_* = \frac{1}{k} \left[ n_1 + \frac{2f_1 x}{R\sigma_0 k_1} (k - 1) \right], \text{ т. е.:}$$

$$P_* = \frac{mg}{k} \left[ n_1 + \frac{2f_1 x}{R\sigma_0 k_1} (k - 1) - k \right].$$

Здесь через  $P_*$  обозначена минимальная продольная сила (критическая сила), которая необходима для начала погружения сваи при заданной угловой скорости; эта сила определяется через  $r_*$  с учетом связи между ними:  $P_* = mg(r_* - 1)$ . Для частного случая, когда погружение сваи должно начаться с поверхности грунта ( $x = 0$ ), получим:  $r_* = \frac{n_1}{k}$ , а значит

$$P_* = mg \left( \frac{n_1}{k} - 1 \right).$$

Тем самым, заключаем, что начало погружения сваи при угловых скоростях вращения, меньших критического значения, будет возможно, когда  $P \geq P_*$ .

3. Далее рассмотрим вопрос о погружении сваи, когда угловая скорость вращения или продольная сила превышают свои критические значения по отдельности или одновременно. Здесь надо будет принять во внимание,

что  $f_x = f_0 = \frac{f_1}{\varepsilon}$ ;  $F_{0*} = k_* \left( rmg - F_{x0} \frac{1}{k_{1*}} \right)$ , и

сделанные выше замечания о силах лобового сопротивления и бокового трения. Тогда процесс погружения сваи будет описываться следующим нелинейным дифференциальным уравнением (см. рис.):

$$m\ddot{x} = rmg - \frac{F_{0*}}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR\omega + \Delta} - \frac{2\pi r f_1 x}{\varepsilon} \frac{\dot{x} + \Delta_1}{\dot{x} + (b_1 + 1)R\omega + \Delta_1},$$

где величинами  $\varepsilon > 1$ ,  $\tilde{\varepsilon} > 1$  устанавливается скачок в сторону уменьшения сил лобового сопротивления и бокового трения при переходе от состояния покоя сваи к состоянию погружения-скольжения вдоль оси  $x$ ; такой скачок подтверждают наблюдения. В безразмерном виде уравнение примет вид:

$$\ddot{\eta} = \chi - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + br_0\Omega + \delta} - \frac{\dot{\eta} + \delta_1}{\dot{\eta} + (b_1 + 1)r_0\Omega + \delta_1},$$

здесь в качестве безразмерных переменных принято:

$$\tau = 4 \sqrt{\frac{2\pi r f_1 F_{0*}}{\varepsilon m^2}} t; \quad \eta = \sqrt{\frac{2\pi r f_1 F_{0*}}{\varepsilon}} x,$$

а в качестве безразмерных параметров следующие величины:

$$\Omega = 4 \sqrt{\frac{\varepsilon m^2}{2\pi r f_1 F_{0*}}} \omega; \quad \chi = \frac{rgm}{F_{0*}}; \quad r_0 = \sqrt{\frac{2\pi r f_1 F_{0*}}{\varepsilon}} R;$$

$$\delta = 4 \sqrt{\frac{2\pi r f_1 F_{0*}}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{m}{F_{0*}}} \Delta; \quad \delta_1 = 4 \sqrt{\frac{2\pi r f_1 F_{0*}}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{m}{F_{0*}}} \Delta_1.$$

Это уравнение, как уже отмечалось выше, не предусматривает возможности кратковременных остановок-заклиниваний в погружении — данная модель такое исключает. Остановка может быть только окончательная, когда погружение сваи полностью прекращается при заданном силовом воздействии. Поэтому для проведения численного моделирования такое уравнение не будет представлять каких-либо трудностей. Заметим также, что сила бокового трения  $F_\phi$  в поперечном направлении при нахождении ответов на поставленные здесь вопросы не потребовалась, она могла быть восстановлена, например, при описании вращательного движения сваи, если бы угловая скорость вращения была не задана.

**Выводы.** Вышеизложенное дает основание считать, что, по сути, предложена новая теория продольно-вращательного вдавливания сваи в грунт, которая предлагает такие нововведения:

1. Предложен новый вид аналитического задания силы лобового сопротивления со стороны грунта, позволяющий учесть скорость погружения сваи и влияние вращательной составляющей движения.

2. Впервые определяется не лобовое сопротивление через возникающие напряжения, а наоборот — динамические напряжения грунта через динамическое лобовое сопротивление сваи.

3. Выявлены ошибки авторов существующих работ по определению бокового трения, вызванные использованием эффекта Жуковского без соблюдения необходимого на то условия: тела скольжения должны совершать поступательное движение друг относительно друга.

4. Методом кинематических зон введены необходимые поправки к закону Амонтона – Кулона при определении бокового трения, вызванные вращательной составляющей движения сваи, а использование самого закона о трении стало корректным.

5. На примере модельной задачи показан способ определения минимальной угловой скорости сваи для возникновения возможности ее погружения при заданной продольной силе и наоборот — минимальной продольной силы по заданной угловой скорости.

В приведенном примере, хотя и не моделировался режим погружения сваи с кратковременными остановками, но предложенная теория не исключает и такие варианты. Это можно было бы продемонстрировать, например, когда свая не абсолютно жесткая или при наличии переменной продольной силы вдавливания.

**Послесловие.** Вызывает определенное удивление и недоумение молчание специалистов по поводу нового взгляда автора на применение законов сухого трения при сложном движении тел — закона Амонтона – Кулона и законов Кулона для нахождения силы трения и моментов трения скольжения и верчения. Не слышно никакой критики, несогласия принципиального характера или указаний на отдельные допущенные ошибки или неточности — а последнее, что было замечено самим автором, имеется. Нет и признания правоты новой точки зрения, одним словом — полное молчание (или это такой способ замалчивания?). А ведь данный вопрос весьма актуален и может существенным образом отразиться на уже имеющихся решениях многих задач механики, в том числе и неголономной. О том, что традиционный подход при сложном движении тел имеет существенный изъян, говорит более чем очевидный факт нарушения необходимых условий применения законов о трении, так как не соблюдается: поступа-

тельное движение контактирующих тел друг относительно друга — при использовании закона Амонтона – Кулона, чистое качение или чистое верчение — в применении законов Кулона при нахождении моментов трения. По той же причине автором указывалось на ошибочность принятия гипотезы о справедливости закона Амонтона – Кулона в дифференциальном виде — весьма популярного приема в таких случаях. Согласитесь, но вызывает, мягко говоря, удивление, когда необходимые в таких случаях обоснования о применимости закона о трении, подменяются заявлением: «...опираясь исключительно на классическую формулировку закона Кулона о трении». И это наблюдалось во время недавней защиты докторской [21], да еще в ведущем вузе страны! Значит ли это, если следовать такому примеру, что можно будет больше не заниматься поиском обоснований и в применении других законов?.. Удивляет и то, что некоторые авторы (например, [22]) продолжают публиковать свои работы ровно так, как это делалось лет десять назад, как будто ничего нового не произошло. Они не только не объясняют свою сохранившуюся приверженность, например, теории поликомпонентного сухого трения в сравнении с новым подходом, но и не находят нужным упомянуть о существовании иного понимания данного вопроса — а ведь это обычно принято делать во введении статьи.

И хотя публикации автора были сделаны не в центральных изданиях, а на страницах журнала «Системы. Методы. Технологии», но отпечатки статей были доведены до сведения большинства специалистов по трению, и это делалось в течение трех последних лет. С учетом существования интернета и базы данных eLIBRARY говорить о недоступности упомянутых здесь работ не приходится. Коллеги, все-таки хотелось бы услышать Ваше мнение!

#### Литература

- Баркан Д.Д. Виброметод в строительстве. М.: Гостройиздат, 1959. 316 с.
- Савинов О.А., Лускин А.Я. Вибрационный способ погружения свай и его применение в строительстве. Л.: Гостройиздат, 1960. 252 с.
- Неймарк Ю.И. Теория вибрационного погружения и вибровыдергивания. Инженерный сборник, 1953, Т. XVI.
- Кушуль М.Я., Шляхтин А.В. К вопросу вибрационного погружения цилиндрического стержня в упругопластическую среду. Известия АН СССР, ОТН, 1954, № 1.
- Блехман И.И. Исследование процесса вибрационной забивки свай и шпунтов, Инженерный сборник, 1954, Т. XIX.
- Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 412 с.
- Блехман И.И. Вибрационная техника. М.: Физматлит, 1994. 400 с.
- Блехман И.И. Что может вибрация? О «вибрационной механике» и вибрационной технике. М.: ЛЕНАНД, 2017. 216 с.
- Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. М.: Машиностроение, 1981. Т. 4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Левендела. 1981. 509 с.
- Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
- Цейтлин М.Г., Верстов В.В., Азбель Г.Г. Вибрационная техника и технология в свайных и буровых работах. Л.: Стройиздат, Ленингр. Отд-ние, 1987. 263 с.
- Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика». Институт компьютерных исследований, 2010. 164 с.
- Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 4 (32). С. 83–94.
- Коронатов В.А. Элементы строгой теории бурения. В сб.: Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО17). Материалы VI Международной конференции. 2017. С. 221–226.
- Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурении, проникании, сверлении и заглаживании // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 3 (39). С. 24–32.
- Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.
- Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. М.: Недра, 1983. 132 с.
- Балицкий П.В. Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважины. М.: Недра, 1975. 293 с.
- Коронатов В.А. О корректном применении закона Кулона при использовании экспериментальных характеристик трения. Аппроксимация кривой Штрибека // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 3 (43). С. 35–43.

20. Коронатов В.А. О применении закона Кулона при скольжении тел, движущихся не поступательно, и парадоксах Пенлеве // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 4 (44). С. 25–35.
21. Сумбатов А.С. Некоторые задачи аналитической механики систем с неидеальными связями и со связями с трением: дис... докт. физ. мат. наук. М.: 2019. 285 с.
22. Муницына М.А. Переходные процессы в динамике волчка тип-топ // Прикладная математика и механика. 2020. № 4. т. 84. С. 433–441.
11. Cejtin M.G., Verstov V.V., Azbel' G.G. Vibration equipment and technology in piling and drilling operations. L.: Strojizdat, Lenigr. Otd-nie, 1987. 263 p.
12. Andronov A.A., ZHurvlev V.F. Dry friction in the problems of mechanics. M.: Izhevsk, NIC «Regulyarnaya i haotichnaya mekhanika». Institut komp'yuternyh issledovanij, 2010. 164 p.
13. Koronатов V.A. Beginning of constructing a rigorous theory of drilling // Systems. Methods. Technologies. 2016. № 4 (32). P. 83–94.
14. Koronатов V.A. Elements of a rigorous theory of drilling in the collection. V sb.: Matematika, ee prilozheniya i matematicheskoe obrazovanie (MPMO17). Materialy VI Mezhdunarodnoj konferencii. 2017. P. 221–226.
15. Koronатов V.A. General approach to the determination of resistance forces during rolling, sliding bodies with spinning, drilling, penetration, drilling and smoothing // Systems. Methods. Technologies. 2018. № 3 (39). P. 24–32.
16. YUnin E.K., Hegaj V.K. Deep drilling dynamics. M.: Nedra-Biznescentr, 2004. 286 p.
17. YUnin E.K. Low frequency vibrations of the drilling tool. M.: Nedra, 1983. 132 p.
18. Balickij P.V. Interaction of the drill string with the bottom hole. M.: Nedra, 1975. 293 p.
19. Koronатов V.A. On the correct application of Coulomb's law when using experimental characteristics of friction. Approximation of the Stribeck curve // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 3 (43). P. 35–43.
20. Koronатов V.A. On the application of Coulomb's law for sliding bodies that are not moving translationally, and Painlevé paradoxes // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 4 (44). P. 25–35.
21. Sumbatov A.S. Some problems of analytical mechanics of systems with imperfect couplings and with couplings with friction: dis... dokt. fiz. mat. nauk. M.: 2019. 285 p.
22. Munitsyna M.A. Transient Processes in the Dynamics of a Tip-Top Top // Applied Mathematics and Mechanics. 2020. No. 4. v. 84. S. 433–441.

#### *References*

1. Barkan D.D. Vibration method in construction. M.: Gostroizdat, 1959. 316 p.
2. Savinov O.A., Luskin A.YA. Vibration method of driving piles and its application in construction. L.: Gostroizdat, 1960. 252 p.
3. Nejmark YU.I. Theory of vibration immersion and vibration pulling // Inzhenernyj sbornik, 1953, V. XVI.
4. Kushul' M.YA., SHlyahtin A.V. On the issue of vibrational immersion of a cylindrical rod in an elastic-plastic medium // Izvestiya AN SSSR, OTN, 1954, № 1.
5. Blekhman I.I. Investigation of the process of vibrational driving of piles and sheet piles // Inzhenernyj sbornik, 1954, V. XIX.
6. Blekhman I.I., Dzhanelidze G.YU. Vibration movement. M.: Nauka, 1964. 412 p.
7. Blekhman I.I. Vibration technology. M.: Fizmatlit, 1994. 400 p.
8. Blekhman I.I. What can vibration do? About «vibration mechanics» and vibration technology. M.: LENAND, 2017. 216 p.
9. Vibrations in technology: Spravochnik. V 6-ti t. M.: Mashinostroenie, 1981. V. 4. Vibracionnye processy i mashiny / pod red. E.E. Levendela. 1981. 509 p.
10. Byhovskij I.I. Foundations of the theory of vibration technology. M.: Mashinostroenie, 1968. 362 p.