

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 519.71, 51-74, 681.5, 303.732.4, 62.752, 621.534, 629.4.015

DOI:10.18324/2077-5415-2020-3-7-13

Системные подходы в динамике колебательных структур: концепция и динамические связи

А.В. Елисеев^{1а}, И.С. Ситов^{2б}, С.В. Елисеев^{3с}

^{1,3} Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

² Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

^а eavsh@ya.ru, ^б sitov@yandex.ru, ^с eliseev_s@inbox.ru

^а <https://orcid.org/0000-0003-0222-2507>, ^б <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>, ^с <https://orcid.org/0000-0001-6876-8786>

Статья поступила 28.08.2020, принята 04.09.2020

Рассматриваются вопросы разработки и развития методологических позиций в системных подходах оценки и формирования особенностей динамических состояний механических колебательных систем. Цель исследования заключается в детализации представлений о формах реализации принципа обратной связи в механических колебательных системах, применяемых в качестве расчетных схем технических объектов, при условии реализации интенсивных динамических нагрузжений. Используются методы теории систем, системного анализа и теории автоматического управления. Предложены и развиты подходы к формированию набора типовых элементов, применяемых для построения структурных математических моделей. Продемонстрированы возможности использования обобщенных подходов в формировании структурных схем на основе введения понятия об обобщенной отрицательной обратной связи системы. Предложена передаточная функция обратной связи в виде дробно-рационального выражения общего вида. Показано, что практически используемые виды типовых элементов в структурах могут быть получены упрощением передаточной функции обратной связи при приведении исходной колебательной системы к базовой форме. Приводится ряд примеров, отражающих особенности структурных преобразований систем. Предложен метод упрощенных технологий в формировании элементов с приведенной динамической жесткостью.

Ключевые слова: механическая колебательная система; принцип обратной связи; структурная схема; структурные преобразования; приведенная динамическая жесткость; передаточная функция.

System approaches in the dynamics of vibrational structures: concept and dynamic connections

A. V. Eliseev^{1а}, I. S. Sitov^{2б}, S. V. Eliseev^{3с}

^{1,3} Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevskiy St., Irkutsk, Russia

² Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^а eavsh@ya.ru, ^б sitov@yandex.ru, ^с eliseev_s@inbox.ru

^а <https://orcid.org/0000-0003-0222-2507>, ^б <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>, ^с <https://orcid.org/0000-0001-6876-8786>

Received 28.08.2020, accepted 04.09.2020

The issues of methodological positions development in the system approaches for assessing and forming the features of the dynamic states of mechanical oscillatory systems are considered. The purpose of the study is to detail the ideas about the forms of implementation of the feedback principle in mechanical oscillatory systems used as design schemes of technical objects, provided that intensive dynamic loads are implemented. The methods of systems theory, system analysis and automatic control theory are used. Approaches to the formation of a set of typical elements used to construct structural mathematical models are proposed and developed. The possibilities of using generalized approaches in the formation of structural schemes based on the introduction of the concept of generalized negative feedback of the system are demonstrated. The transfer function of feedback in the form of a fractional rational expression of general form is proposed. It is shown that practically used types of typical elements in structures can be obtained by simplifying the transfer function of feedback when bringing the original oscillatory system to the basic form. A number of examples are given that reflect the features of structural transformations of systems. A method of simplified technologies in the formation of elements with reduced dynamic stiffness is proposed.

Keywords: mechanical oscillatory system; feedback principle; block diagram; structural transformations; reduced dynamic stiffness; transfer function.

Введение. Оценка динамических свойств технических объектов различного назначения, например, транспортных или технологических машин, работающих в условиях интенсивного ди-

намического нагружения, проводится, как правило, при использовании соответствующих математических моделей [1; 2]. Способом разработки математических моделей чаще всего выступают расчетные схемы в виде механических колебательных систем с конечным числом степеней свободы. При линейных свойствах исходных объектов, совершающих малые колебания относительно положения статического равновесия или установившегося движения при действии внешних гармонических возмущений, математическая модель объекта может быть отражена системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами [3; 4].

Такие системы могут трансформироваться в рамках методов интегральных преобразований (например, преобразований Лапласа [5]) и отображаться соответствующими структурными моделями, как это используется, к примеру, в приложениях аналитического аппарата теории цепей или теории автоматического управления. Физическое содержание задачи исследования или конструкторско-технологической разработки предопределяет выбор того или иного метода структурного математического моделирования. Возможности использования различных подходов и оценка особенностей формирования математических моделей, доказательности адекватности структурных представлений рассмотрены в работах [2; 3; 9].

Вместе с тем, набор типовых элементов структурных математических моделей, выбираемых с учетом специфики физических процессов исходных объектов, может быть достаточно широким в зависимости от отображаемых структурными моделями эффектов; это могут быть особенности электрических, механических систем и др. [10–12].

В предлагаемой работе рассматриваются особенности изменения динамических состояний технических объектов, возможности которых отображаются механическими цепями с типовым набором элементов, расширенным за счет введения новых элементов, обладающих свойствами устройств для преобразования движения (УПД). Такие устройства, в конструктивно-техническом плане, реализуются различными дополнительно вводимыми (например, как демпфер вязкого трения) механизмами. В качестве таковых могут использоваться зубчатые, рычажные, винтовые не самотормозящиеся механизмы и др. [13–15]. Авторами статьи предлагается использование и развитие методов структурного математического моделирования, в рамках которых исходному техническому объекту, работающему в условиях вибрационных нагрузок, сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении система автоматического управления. При этом структурная схема в

такой интерпретации, по сути своей, является специальной формой «графической интерпретации» адекватной ей системы линейных дифференциальных уравнений, предварительно полученных на основе известных подходов [2; 4; 5; 12].

Задача предлагаемого исследования заключается в обосновании возможностей введения новых элементов типового набора, отражающих специфику динамических состояний при наличии (или введении) в структуре исходной системы дополнительных связей.

I. Некоторые исходные положения.

1. Во многих практических случаях технический объект при построении линейных моделей рассматривается как механическая колебательная система. Такая система состоит (при отсутствии сил вязкого трения) из маcсоинерционных элементов и упругих звеньев (пружины). Расчетная схема объекта приведена на рис. 1, а. Структурная схема (интерпретация) соответствующего объекта при действии кинематического гармонического воздействия $z(t)$ и силового возмущения $Q(t)$ приведена на рис. 1, б. Подробности построения структурных схем, передаточных функций и др. приводятся, например, в [2; 4; 8].

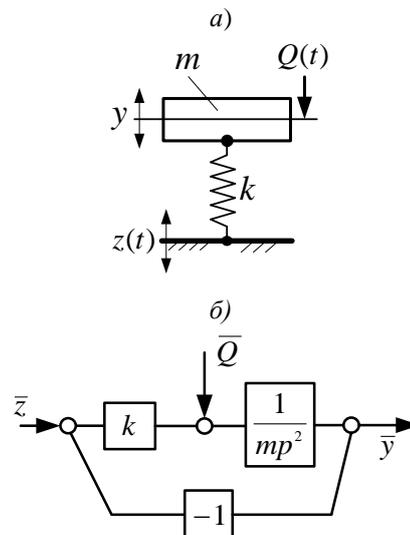


Рис. 1. Расчетная (а) и структурная (б) схемы технического объекта с одной степенью свободы; $p = j\omega$ — комплексная переменная, значок $\bar{\cdot}$ над переменной означает ее изображение по Лапласу [2; 5]

Свойства системы при действии внешних возмущений могут быть определены передаточными функциями вида:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{1}{mp^2 + k}, \quad (1)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k}{mp^2 + k}. \quad (2)$$

Из сравнения (1) и (2) следует, что форма внешнего воздействия оказывает влияние на выходной сигнал.

Физическая сущность соотношения (1), т. е. передаточная функция системы, отображает свойство механической колебательной структуры, характеризующее как «податливость», т. е. смещение элемента системы, приходящееся на единицу силового воздействия.

Что касается соотношения (2), то оно дает представление о связи двух смещений в системе (\bar{y} — на объекте m и основании — \bar{z}), т. е. передаточная функция (2) отображает рычажные свойства системы. В этом плане можно механическую систему, в физическом смысле, рассматривать как «виртуальное» рычажное устройство: при этом передаточная функция (2) дает представление об особенностях виртуального рычага, в частности, о динамических свойствах, поскольку передаточное отношение виртуального рычага зависит от частоты кинематического возмущения.

Если рассматривать схему на рис. 1, а как задачу вибрационной защиты или виброизоляции, то массоинерционный элемент массой m может рассматриваться как объект защиты. В этом случае пружина с жесткостью k является «виброзащитным средством». На основе представленных передаточных функций (1) и (2) могут быть построены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) и т. д. [2; 4; 14].

2. Развивая структурный подход, отметим, что параллельно упругому элементу на рис. 1, а может быть введен дополнительный элемент, например, диссипативный элемент в виде демпфера вязкого трения (коэффициент b отражает силы вязкого трения). На рис. 2 представлены расчетная и структурная схемы системы с дополнительными элементами. Такой подход представляет собой «платформу» для расширения динамических свойств систем при введении дополнительных элементов (или динамических связей) на основе использования других звеньев, в том числе и механизмов различной природы.

Передаточная функция системы при внешних воздействиях \bar{Q} и \bar{z} будут иметь вид:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}=0} = \frac{1}{mp^2 + bp + k}, \quad (3)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}=0} = \frac{k + bp}{mp^2 + bp + k}. \quad (4)$$

Введение диссипативного элемента с параметром b изменяет вид амплитудно-частотных, особенно в области частот, собственных колебаний; в этом случае передаточные функции системы, соответствующие структурной схеме на рис. 2, б, принимают вид:

$$W_1'(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}=0} = \frac{1}{mp^2 + bp + k}, \quad (5)$$

$$W_2'(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}=0} = \frac{k + bp}{mp^2 + bp + k}. \quad (6)$$

Детализированные представления амплитудно-частотных характеристик систем с одной степенью свободы приводятся в работе [5].

Введение дополнительной динамической связи (или дополнительного звена) с передаточной функцией Lp^2 , где L — приведенная масса устройства для преобразования движения. Конструктивно-технические реализации таких звеньев могут быть достаточно разнообразными. Примеры таких устройств на основе винтовых не самотормозящихся механизмов приводятся в работах [4; 13]; варианты, использующие возможности рычажных механизмов, приводятся в работах [8; 16]. Если заменить на рис. 2, а–в диссипативный элемент с передаточной функцией bp на элемент с передаточной функцией Lp^2 , то соответствующие передаточные функции системы с одной степенью свободы примут вид:

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}=0} = \frac{1}{(m+L)p^2 + k}, \quad (7)$$

$$W_2''(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}=0} = \frac{Lp^2 + k}{(m+L)p^2 + k}. \quad (8)$$

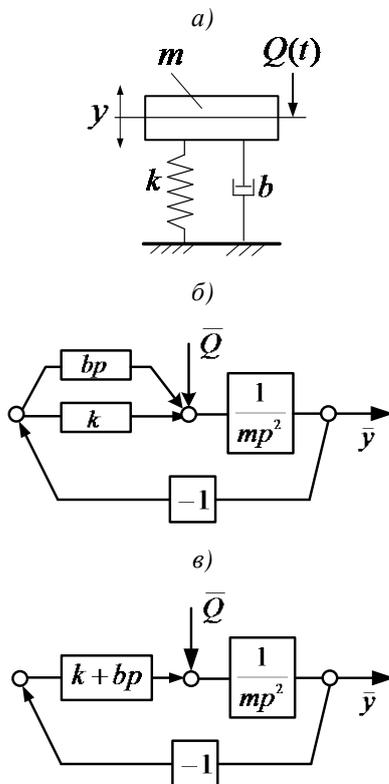


Рис. 2. Расчетная и структурные схемы технического объекта с одной степенью свободы: а) расчетная схема объекта при параллельном введении диссипативного элемента; б) диссипативный элемент как дополнительная (вводимая параллельно) связь; в) дополнительная динамическая связь в обобщенном виде

Дополнительная динамическая связь с передаточной функцией Lp^2 может быть названа устройством для преобразования движения (УПД), которое реализуется на основе различных, к примеру, рычажных или зубчатых механизмов. Введение таких связей приводит к существенным изменениям динамических свойств систем. При этом необходимо отметить влияние особенностей внешнего возмущения:

а) при факторах силовой природы ($\bar{z} = 0$) введение L приводит к формированию приведенной массы ($m + L$), а частота собственных колебаний снижается;

б) при действии кинематического возмущения картина динамических состояний становится более сложной из-за проявления особенностей режима динамического гашения колебаний на частоте:

$$\omega_{дин}^2 = \frac{k}{L}; \quad (9)$$

в) частота собственных колебаний определяется выражением:

$$\omega_{соб}^2 = \frac{k}{m + L}; \quad (10)$$

г) при высоких частотах кинематического возмущения отношение амплитуд колебаний объекта массой m (координата y) и движения опорной поверхности (z) стремятся к предельному значению:

$$\frac{W(p)}{\bar{Q}=0, p \rightarrow \infty} = \frac{1}{m + L}. \quad (11)$$

Из приведенных примеров следует, что введение УПД с передаточной функцией Lp^2 оказывает существенное влияние на изменение спектра возможных свойств исходной системы. Некоторые задачи динамики систем с УПД рассмотрены в работах [2; 4; 13].

II. Системы с двумя степенями свободы; формирование динамических связей.

Типовой элемент в виде УПД обладает массоинерционными свойствами, которые могут формироваться как «приведенные», что вызывает интерес к определению различий по отношению к простейшим формам типовых звеньев механических колебательных систем. Например, это наблюдается в схемах вибрационной защиты или виброизоляции объектов — объект, динамическое состояние которого определяется передаточной функцией типового элементарного звена интегрального типа 2-го порядка $\frac{1}{mp^2}$; такие представления объектов защиты рассматриваются, в частности, в работе [4].

1. Рассмотрим особенности представления динамических свойств на основе учета возмож-

ностей упомянутых выше звеньев. Принципиальная схема технического объекта с двумя степенями свободы представлена на рис. 3, а и образована двумя массоинерционными элементами с массами m_1 и m_2 , которые соединены между собой упругими звеньями с жесткостями k_1, k_2, k_3 .

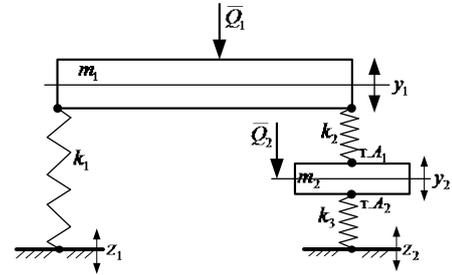


Рис. 3. Принципиальная схема технического объекта с двумя степенями свободы

Структурная математическая модель соответствующей системы (рис. 3) сформирована с использованием методов, изложенных в [8; 16], имеет вид, как показано на рис. 4.

Если решается задача динамики, в которой оцениваются виброзащитные свойства системы с объектом защиты m_1 , то структурная схема (рис. 4) может быть преобразована к виду, показанному на рис. 5 (полагается, что $\bar{Q}_1 \neq 0$ и $\bar{Q}_2 = 0$, $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = 0$).

При решении задач вибрационной защиты объект защиты (в данном случае при силовом возмущении \bar{Q}_1) имеет вид интегрирующего звена 2-го порядка с передаточной функцией $\frac{1}{m_1 p^2}$, как это показано на рис. 5.

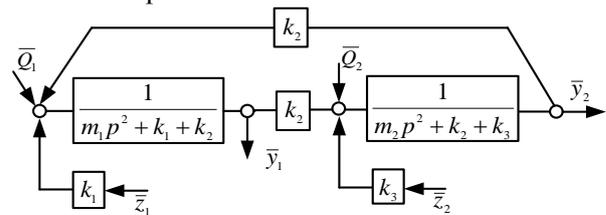


Рис. 4. Структурная схема (структурная математическая модель) технического объекта с двумя степенями свободы (по рис. 3)

Цепь обратной отрицательной связи, по физической сути, отображает приведенную динамическую жесткости системы по отношению к объекту защиты m_1 ; при этом исходная система приводится формально к системе с одной степенью свободы [17–19].

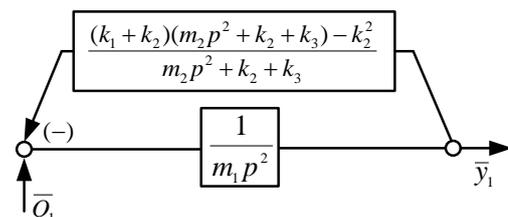


Рис. 5. Структурная схема исходной системы на рис. 3

2. При частоте внешнего воздействия:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2} \quad (12)$$

приведенная динамическая жесткость принимает формально бесконечное значение, что интерпретируется как «остановка» движения элемента m_1 . Таким образом реализуется режим «динамического гашения колебаний».

В свою очередь, при частоте:

$$\omega_0^2 = \frac{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}{(k_1 + k_2) m_2} \quad (13)$$

приведенная динамическая жесткость системы может принять нулевые значения. В этом случае объект массой m_1 совершает движения, формируемые только внешней возмущающей силой \bar{Q}_1 , т. е. массоинерционный элемент m_1 совершает независимые гармонические колебания под действием силы \bar{Q}_1 .

Подробности формирования упругой части структуры виброзащитной системы можно обозначить принципиальной схемой в операторной форме (рис. 6), где представлен упругий блок с приведенной динамической жесткостью.

2. Упругая часть (блок) виброзащитной системы (в операторной форме) состоит из двух параллельных пружин; при этом одна пружина обладает жесткостью k_1 , другая пружина имеет динамическую приведенную жесткость, определяемую механической цепью из элементов k_3 , m_2 и k_2 (рис. 6).

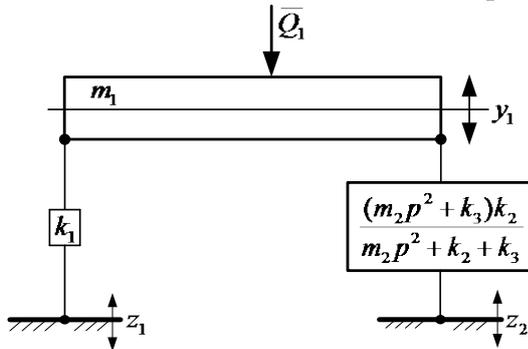


Рис. 6. Принципиальная расчетная схема с учетом взаимодействия типовых элементарных звеньев в виброзащитной системе, представленных приведенной динамической жесткостью (квазипружина)

Последовательная «сборка» такой механической цепи осуществляется следующим образом:

а) параллельное соединение элементов k_3 и $m_2 p^2$ образует блок $k_3 + m_2 p^2$;

б) последовательное соединение блока $(k_3 + m_2 p^2)$, рассматриваемого как упругий элемент, и пружины с жесткостью k_2 формирует элемент с приведенной (динамической) жесткостью. Таким образом, соединение опорной поверхности z_2 с

массой m_1 реализуется упругим элементом с приведенной динамической жесткостью в виде:

$$k_{np} = \frac{k_2(m_2 p^2 + k_3)}{m_2 p^2 + k_2 + k_3} \quad (14)$$

Отметим, что массоинерционный элемент m_2 в системе последовательно соединенных звеньев имеет особенности в формировании приведенной жесткости. Рассмотренное совпадает с правилами преобразования механических цепей и правилами преобразования на основе методов структурного математического моделирования [2; 4; 11].

Дальнейшая свертка сводится к параллельному соединению k_1 и k_{np} . Параллельные динамические связи на рис. 6, состоящие из упругого элемента с жесткостью k_1 и динамической жесткости k_{np} структурного образования из элементов k_2 , m_2 и k_3 (квазипружины), дают возможность приведения исходной расчетной схемы к обобщенной форме (базовой) модели с одной степенью свободы, представленной на рис. 5.

III. Особенности структурных представлений механических колебательных систем.

Предлагаемая методологическая основа рассмотрения задач динамики технических объектов (в частности, задачи виброизоляции или вибрационной защиты), расчетные схемы которых могут быть отображены механическими колебательными системами с конечным числом степеней свободы, могут отображаться структурными образованиями с выделением объекта, динамическое состояние которого оценивается, и соответствующим образом построенной цепи обратной отрицательной связи.

Формирование структурной математической модели может осуществляться на основе развития методов теории автоматического управления, предполагающей выделение определенного набора звеньев (усилительное, дифференцирующее звено 1-го рода, колебательное и др.). Вместе с тем, обратная отрицательная связь может в каждом конкретном случае формироваться на основе упрощения передаточной функции цепи обратной связи в виде дробно-рационального выражения. Варьируя параметры числителя и знаменателя передаточной функции, можно отобразить динамические свойства возможного реализуемого практически набора решений.

Вместе с тем, системный анализ механических колебательных систем может быть проведен и на других основах, связанных с учетом особенностей построения самих колебательных систем, содержащих структурные образования из различных элементов, что допускает принципиальные возможности объединения цепей в опреде-

ленные структуры, которые можно рассматривать как квазипружины (квазиэлементы, квазиупругие элементы, обобщенные пружины, компакты), обладающие приведенной динамической жесткостью.

Такие структурные образования (компакты) вписываются в набор элементов, служащих для формирования структурных математических моделей (структурных схем, эквивалентных в динамическом отношении, систем автоматического управления) и позволяют разрабатывать специфические подходы для определения особенностей динамических свойств технических объектов, работающих в условиях реализации интенсивных вибрационных воздействий.

Заключение.

1. Предложена концепция формирования структурных математических моделей для технических объектов (при условии реализации дина-

мического нагружения) с расчетными схемами в виде механических колебательных систем. Показаны возможности формирования и преобразования структурных математических моделей систем на основе использования принципов обратной связи в динамических системах.

2. Предложена концепция системного подхода в формировании набора типовых элементов структурных образований, рассматриваемых как структурные математические модели механических колебательных систем различного назначения.

3. Предложена алгоритмика формирования передаточных функций элементов в форме структурных образований с функциями приведенных упругих элементов, обладающих динамической жесткостью.

4. Приведены примеры формирования структурных образований и учета их особенности.

Литература

1. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Московских А.О. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов: монография. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 381 с.
2. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016. 459 с.
3. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 432 с.
4. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: ИГУ, 2008. 523 с.
5. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. М.: Наука, 1959. 368 с.
6. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
7. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
8. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи): монография. Иркутск: ИРГУПС, 2018. 692 с.
9. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом удерживающих связей. Новосибирск: Наука, 2015. 332 с.
10. Бакалов А.Н. Теория цепей. М.: Наука, 2006. 657 с.
11. Дружинский И.А., Механические цепи. Л.: Машиностроение, 1977. 240 с.
12. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.
13. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Publishing Irkutsk State University, 2006. 316 p.
14. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И., Паршута Е.А., Каимов Е.В. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи вибрационной защиты машин, приборов и оборудования. Иркутский гос. ун-т путей сообщения. Иркутск, 2013. 460 с. Деп. в ВИНТИ 02.08.13 № 230.
15. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Динамика: в 2 т. М.: Наука, 1983. Т 2. 640 с.
16. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control. Springer International Publishing, Cham, 2020. V. 252. 521 p.
17. Хэммонд П. Теория обратной связи и её применения. М.: Физматгиз, 1961. 423 с.
18. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи: управление при неопределенности. М.: Наука, Физматлит, 1997. 352 с.
19. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 375 с.

References

1. Eliseev A.V., Kuznecov N.K., Moskovskih A.O. Dynamics of machines. System representations, structural schemes and connections of elements: monogr. M.: Innovacionnoe mashinostroenie, 2019. 381 p.
2. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Applied theory of vibrations in problems of dynamics of linear mechanical systems. Novosibirsk: Nauka, 2016. 459 p.
3. Ganiev R.F., Kononenko V.O. Vibrations of solids. M.: Nauka, 1976. 432 p.
4. Eliseev S.V., Reznik YU.N., Homenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. Irkutsk: IGU, 2008. 523 p.
5. Lur'e A.I. Operational calculus and application in technical applications. M.: Nauka, 1959. 368 p.
6. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
7. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
8. Eliseev S.V. Applied system analysis and structural mathematical modeling (dynamics of transport and technological machines: connectivity of movements, vibration interactions, lever connections): monogr. Irkutsk: IRGUPS, 2018. 692 p.

9. Eliseev A.V., Sel'vinskij V.V., Eliseev S.V. Dynamics of vibrational interactions of elements of technological systems taking into account non-restraining connections. Novosibirsk: Nauka, 2015. 332 p.
10. Bakalov A.N. Theory of chains. M.: Nauka, 2006. 657 p.
11. Druzhinskij I.A. Mechanical chains. L.: Mashinostroenie, 1977. 240 p.
12. Eliseev S.V., Reznik YU.N., Homenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillatory systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 384 p.
13. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Publishing Irkutsk State University, 2006. 316 p.
14. Homenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Parshuta E.A., Kaimov E.V. Mechanisms in elastic vibrational systems: features of dynamic properties accounting, problems of vibration protection of machines, devices and equipment. Irkutskij gos. un-t putej soobshcheniya. Irkutsk, 2013. 460 p. Dep. v VINITI 02.08.13 № 230.
15. Lojcyanskij L.G., Lur'e A.I. Course of theoretical mechanics: in 2 vols. V. 2. Dynamics M.: Nauka, 1983. V. 2. 640 p.
16. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control. Springer International Publishing, Cham, 2020. V. 252. 521 p.
17. Hemmond P. Feedback theory and its applications. M.: Fizmatgiz, 1961. 423 p.
18. Emel'yanov S.V., Korovin S.K. New types of feedback: Control under uncertainty. M.: Nauka, Fizmatlit, 1997. 352 p.
19. Eliseev S.V., Homenko A.P. Dynamic damping of vibrations: the concept of feedback and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 375 p.