

Оптимальные режимы движения ведущих колес при разгоне на прямолинейных участках пути. Границы применимости закона Кулона для материальных точек

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Статья поступила 24.01.2020, принята 14.02.2020

Оптимальные режимы разгона колесных систем достигаются, когда исключается чрезмерный рост проскальзывания колес и возможность их буксования. Для этого на скорость проскальзывания накладывается ограничение: она должна составлять неизменную часть от текущей скорости центра колеса, например, такую же, как и в начале разгона. Достичь этого можно путем правильного регулирования прижимной силы на тормозные колодки. До сих пор это удавалось делать лишь приблизительно, исходя из эмпирических правил, вводимых на основании опыта эксплуатации колесных систем в железнодорожном или автомобильном транспорте. Существующие теории ничего конкретного здесь предложить не могли, так как в них не учитывалась величина скорости проскальзывания при плоскопараллельном движении колес. И применение закона Кулона для колес было некорректно — они совершают не поступательное движение, а значит, необходимое условие для применения закона о трении не выполнялось. В новой теории качения, основанной на методе кинематических зон, эти недостатки устранены. Становится возможным устанавливать сначала оптимальные режимы движения колеса — через закон изменения скорости его центра, а затем и определять прижимную силу в зависимости от этой скорости. Тем самым, впервые предложен чисто теоретический подход, без использования эмпирических соотношений для нахождения и практической реализации оптимальных режимов движения колеса при разгоне на прямолинейных участках пути — при подъеме, спуске или их отсутствии. Приведены примеры численного моделирования оптимального разгона ведущих колес и модели локомотива. Определены границы применимости закона Кулона для материальных точек: закон о трении для материальных точек следует применять тогда, когда заменяемые ими тела совершают поступательное движение. Что дает основание не согласиться с доказательством В.В. Козлова об убывании коэффициента сухого трения с ростом скорости, обоснованном им на примере скольжения тяжелой материальной точки.

Ключевые слова: сухое трение; закон Кулона; коэффициент сухого трения; сила трения скольжения; теория качения; метод кинематических зон; материальная точка; колесо; колесные системы; тормозные колодки; оптимальный режим движения.

Optimal driving wheel acceleration on straight sections of the track. The limits of applicability of the Coulomb's law for material points

V.A. Koronатов

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Received 24.01.2020, accepted 14.02.2020

Optimum modes of acceleration of wheel systems are achieved when excessive growth of wheel slippage and the possibility of their slipping are excluded. To this end, a restriction is imposed on the slip speed: it must be an unchanged part of the current speed of the center of the wheel, for example, the same as at the beginning of acceleration. This can be achieved by properly regulating the downforce on the brake pads. Until now, it has been possible to do this only approximately, based on empirical rules introduced on the basis of experience in operating wheeled systems in rail or road transport. Existing theories could not offer anything concrete here, since they did not take into account the magnitude of the slip rate during plane-parallel motion of the wheels. And the application of the Coulomb's law for wheels was not correct — they make an inaccessible movement, which means that the necessary condition for the application of the law on friction was not fulfilled. In the new theory of rolling, based on the method of kinematic zones, these shortcomings are eliminated. It becomes possible to establish first the optimal modes of movement of the wheel — through the law of changing the speed of its center, and then determine the downforce, depending on this speed. Thus, for the first time, a purely theoretical approach has been proposed, without using empirical relationships, to find and practice the optimal modes of wheel movement during acceleration in straight sections of the path — during ascent, descent or their absence. Examples of numerical modeling of optimal acceleration of driving wheels and a locomotive model are given. The limits of applicability of the Coulomb's law for material points are defined: the law of friction for material points should be applied when the bodies replaced by them perform translational motion. All above-mentioned facts give reason to disagree with the evidence of V.V. Kozlov on the decrease in the coefficient of dry friction with increasing speed made by him on the example of sliding a heavy material point.

Keywords: dry friction; Coulomb's law; dry friction coefficient; sliding friction force; rolling theory; method of kinematic zones; material point; wheel; wheel systems; brake pads; optimal driving mode.

Введение. Наблюдения и опыт эксплуатации железнодорожного и автомобильного транспорта показывают, что оптимальные режимы движения, включая разгон и торможение, достигаются в тех случаях, когда величина скорости проскальзывания колес относительно полотна дороги составляет неизменную часть от текущей скорости колесной системы (центра колеса) — например, такую же, как и в начале режима разгона. Скорость проскальзывания можно регулировать работой тормозной системы [1; 2], увеличивая или наоборот уменьшая силу давления на тормозные колодки. Надеяться на то, что этого можно добиться какой-то фиксированной силой давления, не приходится — наблюдения говорят о том, что, как правило, сила давления должна изменяться по какому-то заранее неизвестному закону. Установление такого закона ранее не представлялось возможным. Существующая практика эксплуатации колесных систем такова, что такой закон стараются предугадать либо по заранее сформулированным эмпирическим правилам [1], исходя из имеющегося опыта, либо чисто интуитивно, методом проб и ошибок. В настоящее время, насколько известно автору, чисто теоретических методов или теорий для решения этих вопросов не существует. И прежде всего из-за отсутствия возможностей в существующих теориях качения учитывать величину скорости проскальзывания колес и их угловую скорость при нахождении сил сопротивления. Классические теории качения [3–8], по мнению автора, имели такие существенные недостатки:

1. При определении компонентов сухого трения — силы трения скольжения и момента сопротивления качению — используется напрямую закон Кулона. Что безосновательно, так как условие для применения этого закона выражает необходимость поступательного движения тел по отношению друг к другу. Именно для такого вида движения тел при скольжении Ш. Кулон и устанавливал свой закон экспериментальным путем. А движение колеса по отношению к дороге нельзя отнести к таковым.

2. Теории плоскопараллельного качения никак не учитывают величину скорости проскальзывания колеса относительно полотна на дороге и ее угловую скорость. Что приводит к тому, что для указанных компонентов берутся постоянные значения, которые соответствуют их максимальным значениям. Сила трения скольжения при таком подходе будет находиться, как при полном юзе, т. е. как при скольжении полностью заблокированных колес, а момент сопротивления качению — так, как если бы колесо совершало чистое качение при отсутствии проскальзывания. Но это не так. При качении с проскальзыванием компоненты сил сухого трения должны принимать лишь часть от своих максимально допустимых значений — что было ранее показано в работах автора [9–11].

3. Несправедлив закон Кулона при описании движения колесных систем и в дифференциальном виде — его пытались применять при уточнении компонентов сил сопротивления в пятне контакта, при учете возникающих деформаций колеса и полотна дороги [4].

4. В теории Картера [12–16] применительно к задачам железнодорожного транспорта компоненты сил сопротивления определяются с учетом псевдоскольжения через силы крипа, что приводит к сложным интегральным выражениям, учет которых возможен лишь численным путем. Кроме того, здесь возникают сложности с определением закона распределения контактных напряжений и изменения площади пятна контакта.

Для корректного применения закона Кулона в задачах качения была разработана новая теория [9–11; 17; 18], основанная на методе кинематических зон и принципах физической мезомеханики. В этой теории известный закон Кулона о трении был фактически обобщен и на случаи непоступательного движения тел по отношению друг к другу, а также были получены формулы для определения компонентов сил сухого трения в зависимости от кинематических скоростей — качения, верчения и проскальзывания.

В данной работе показано, как с помощью новой теории качения можно теоретически определить оптимальные режимы разгона — через закон изменения скорости центра колеса, а для их практической реализации и сами законы изменения сил прижатия тормозных колодок. Без использования каких-либо эмпирических соотношений или правил. И делается это впервые чисто теоретически на прямолинейных участках пути при разгоне, сначала на примере плоскопараллельного движения только одного ведущего колеса, а затем на примере упрощенной модели локомотива — при подъеме. За основу взят отмеченный выше критерий о постоянстве отношения скорости проскальзывания колес к скорости их центра.

В сравнении с тем, как в настоящее время принято моделировать движение колесных систем железнодорожного транспорта, в данной работе введены следующие принципиальные нововведения:

1. Сила трения скольжения F и момент трения качения M_k для колес определяются не в виде постоянных выражений:

$$F = fN; M_k = \rho N, \quad (1)$$

которые не изменяются с течением времени — что следовало бы из непосредственного применения закона Кулона напрямую (f, ρ — коэффициенты трения скольжения и качения; N — реакция со стороны полотна дороги), а в виде переменных выражений — как функции от кинематических скоростей качения и проскальзывания [10; 17; 18]:

$$F = F_0 \frac{|u| + \Delta}{|u| + br\omega + \Delta}, \quad u = |V - r\omega|, \quad (2)$$

где $F_0 = F|_{\omega=0} = fN$;

$$f = \begin{cases} f_0 \operatorname{sign} u, & npu \neq 0; \\ [-f_1, f_1], & npu \equiv 0, \left(\frac{f_1}{f_0} \geq 1\right); \end{cases}$$

$$M_k = M_0 \frac{r\omega + \Delta}{r\omega + a|u| + \Delta}, \quad (3)$$

где $M_0 = M_k|_{\omega=0} = \rho N$;

$$\rho = \begin{cases} \rho_0(1 + hV^2) \text{sign } \omega, \text{ при } \omega \neq 0; \\ [-\rho_1, \rho_1], \text{ при } \omega \equiv 0, \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \geq 1\right) \end{cases}$$

Здесь ω – угловая скорость колеса; V – линейная скорость его центра; u – скорость проскальзывания колеса относительно полотна дороги; h – коэффициент пропорциональности, определяющий вытянутость пятна контакта, введенный в работе [10] при определении момента трения качения; a, b, Δ – коэффициенты аппроксимации Паде, определяемые экспериментально согласно методике, изложенной в [19]. Что делается на основе качественно новой теории качения, основанной на методе кинематических зон и принципах физической мезомеханики. Закон Кулона здесь напрямую неприменим — колесо совершает не поступательное движение, и формулы (1) здесь несправедливы. Закон о трении применим только при соблюдении необходимого условия: тела должны совершать поступательное движение относительно друг друга. При формальном применении формул (1), что обычно и делается, получается завышенное значение силы трения скольжения — как при скольжении полностью заблокированных колес и завышенное значение момента трения качения — как при чистом качении.

2. Коэффициент сухого трения считается не переменной величиной, а постоянной. В железнодорожном транспорте принято считать, что коэффициент трения скольжения обратно пропорционален скорости движения поезда [1; 2; 20–22], что, по мнению автора, нуждается в доказательстве. Эмпирические соотношения для коэффициента трения, выражающие зависимость коэффициента от скорости движения, выбирались на основании обработки опытных данных эксплуатации железнодорожного транспорта с использованием закона Кулона, что, по указанной выше причине, делалось неправильно [19]. Интересно заметить, что отмеченные некорректности в первых двух пунктах для общепринятых подходов как бы нивелируют друг друга и делают их в итоге похожими на итоговые аналитические выражения для компонентов сил сопротивления, полученные автором. Но лишь приблизительно и, как уже отмечалось, на основе эмпирических соотношений.

3. При торможении силы трения отождествляются только с силами трения, возникающими между колесом и тормозной колодкой — что, по мнению автора, неправильно. Силами трения между колесом и рельсом пренебрегать нельзя, они также оказывают заметное влияние на торможение. Разница между значениями коэффициентов трения скольжения между колесом, тормозной колодкой и рельсом компенсируется разницей между прижимной силой тормозной колодки и силой давления на рельсы со стороны поезда. Кроме того, сила трения между колесом и колодкой также не будет постоянной величиной, определяемой напрямую с помощью закона Кулона. Ее следует определять, согласно новой теории, по формуле:

$$T = T_0 \frac{r\omega + \Delta}{r(b+1)\omega + \Delta}, \quad (4)$$

где $T_0 = T|_{\omega=0} = \mu Q$;

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 \text{sign } \omega, \text{ при } \omega \neq 0; \\ [-\mu_1, \mu_1], \text{ при } \omega \equiv 0, \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \geq 1\right) \end{cases}$$

Здесь T, μ – сила трения скольжения и коэффициент трения между колесом и колодкой. Основание: согласно записанной выше формуле (2), с учетом, что $u = r\omega$.

Ниже приведены примеры математического описания и численного моделирования разгона сначала только одного ведущего колеса, а затем упрощенной модели локомотива — на прямолинейных участках дороги, в соответствии с качественно новой теорией качения.

Разгон ведущего колеса на горизонтальном участке дороги. Расчетная схема для такого колеса приведена на рис. 1.

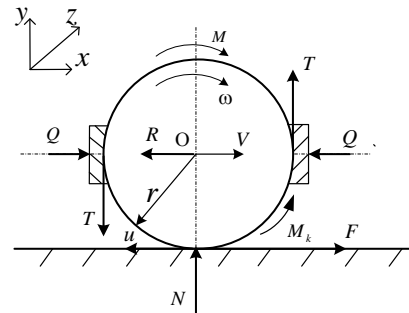


Рис. 1. Ведущее колесо на горизонтальном участке пути

Примем следующие обозначения: $\langle \cdot \rangle$ – точка означает производную по времени t ; m, r, I – масса, радиус и осевой момент инерции колеса; M – движущий момент, создаваемый двигателем, постоянный по модулю и направлению; R, v – сила и коэффициент пропорциональности силы сопротивления со стороны окружающей среды; Q – сила давления на тормозную колодку, закон изменения которой заранее неизвестен; \hat{q}, q – коэффициент и приведенный коэффициент, определяющие отношение окружной скорости колеса к текущей скорости его центра, через которые задается, какую часть от скорости центра колеса будет составлять скорость проскальзывания. На скорость проскальзывания накладывается ограничение: она должна составлять неизменную часть от текущей скорости колесной машины (центра колеса) — например, такую же, как и в начале режима разгона. Будем считать, что $N = mg$; $M = const$; $R = vV^2$, и колесо катится с проскальзыванием $f = f_0$; $\mu = \mu_0$; $\rho = \rho_0(1 + hV^2)$. Скорость проскальзывания определяется как:

$$u = |V - r\omega| = \begin{cases} V - r\omega, \text{ при } V > r\omega; \\ r\omega - V, \text{ при } V < r\omega; \end{cases} \quad (5)$$

Пусть $V < r\omega$, тогда:

$$u = r\omega - V = V \left(\frac{r\omega}{V} - 1 \right) = V(\hat{q} - 1);$$

$$\hat{q} = \frac{r\omega}{V} = const > 1 \Rightarrow$$

$$r\omega = u + V = u + \frac{r\omega}{\hat{q}} \Rightarrow r\omega = \frac{\hat{q}u}{\hat{q} - 1}.$$

Обозначим $q = \frac{\hat{q}}{\hat{q}-1} \Rightarrow \hat{q} = \frac{q}{q-1}$. Тогда:

$$r\omega = qu; \quad V = r\omega - u = \frac{\hat{q}u}{\hat{q}-1} - u \Rightarrow V = \frac{u}{\hat{q}-1}$$

$$\Rightarrow V = (q-1)u.$$

$$\begin{cases} r\omega = qu, \\ V = (q-1)u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r\dot{\omega} = q\dot{u}, \\ \dot{V} = (q-1)\dot{u}. \end{cases}$$

Тем самым получим:

$$F = F_0 \frac{u + \Delta}{u + br\omega + \Delta} = f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta},$$

$$T = T_0 \frac{r\omega + \Delta}{(b+1)r\omega + \Delta} = \mu_0 Q \frac{u + \Delta}{(b+1)qu + \Delta}, \quad (6)$$

$$M_k = M_0 \frac{r\omega + \Delta}{r\omega + au + \Delta} = \rho_0 (1 + hV^2) mg \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta},$$

Тогда уравнения движения для колеса запишутся так:

$$\begin{cases} m\dot{V} = F - R, \\ I\dot{\omega} = M - r(F + 2T) - M_k, \\ \frac{1}{2} \left[\frac{M - M_k}{r} - F \right] > T > 0, \Rightarrow \\ \dot{V} = r\dot{\omega} - \dot{u} = (q-1)\dot{u}; \\ m(q-1)\dot{u} = F - R, \\ \frac{qI}{r} \dot{u} = M - r(F + 2T) - M_k, \\ \frac{1}{2} \left[\frac{M - M_k}{r} - F \right] > T > 0, \Rightarrow \\ \dot{V} = (q-1)\dot{u}; \\ \dot{\omega} = \frac{q}{r} \dot{u} \\ u = u(t); \\ T = \frac{1}{2} \left[\frac{M - M_k}{r} - F - \frac{qI}{mr^2(q-1)} (F - R) \right] = \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{M - M_k}{r} - \left(1 + \frac{qI}{mr^2(q-1)} \right) F + \frac{qI}{mr^2(q-1)} R \right] > 0; \\ M > r(F + 2T) + M_k. \end{cases}$$

Окончательный вид уравнений:

$$\begin{cases} m(q-1)\dot{u} = f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} - v(q-1)^2 u^2, \\ Q(u) = \frac{(b+1)qu + \Delta}{2\mu_0(qu + \Delta)} \left\{ \frac{M}{r} - \frac{\rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2]}{r} \right\} \times \\ \times \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} - f_0 mg \left(1 + \frac{qI}{mr^2(q-1)} \right) \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + \\ + \frac{vq(q-1)I}{mr^2} u^2 \Big\} > 0, \\ M > r \left[f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + 2\mu_0 Q \frac{qu + \Delta}{(b+1)qu + \Delta} \right] + \\ + \rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2] \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta}. \end{cases} \quad (7)$$

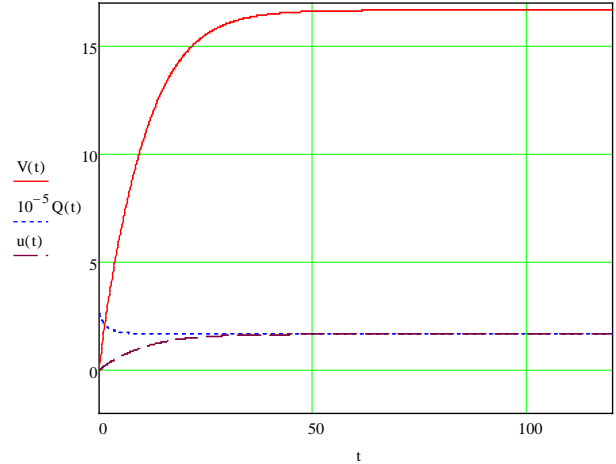


Рис. 2. Результаты численного моделирования при разгоне колеса по горизонтальному участку пути

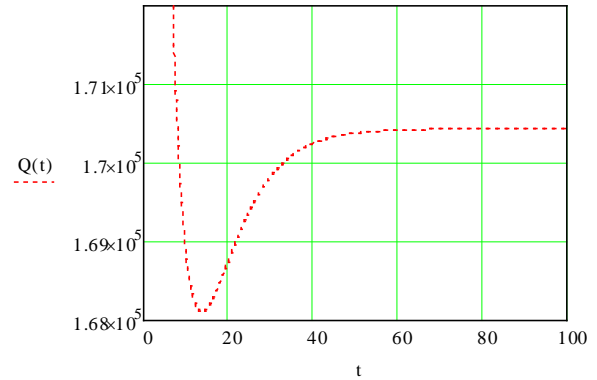


Рис. 3. Укрупненный график изменения прижимной силы $Q(t)$

Первое уравнение системы (7) позволяет определить закон изменения скорости проскальзывания $u(t)$, что можно сделать, например, путем численного интегрирования, а по ней и закон изменения скорости центра колеса $V(t)$, а также закон изменения прижимной силы $Q(t)$, действующей на тормозные колодки при оптимальном разгоне. Величина движущего момента, создаваемого двигателем, должна удовлетворять третьему условию системы (7). На рис. 2 и 3 приведен пример численного моделирования оптимального разгона колеса при следующих исходных данных, приведенных в системе СИ:

$$m = 1000; r = 0.5; I = 125; f = 0.2; \rho_0 = 0.005;$$

$$v = 3.5; \mu_0 = 0.6; M = 10^5; h = 4.5 \times 10^{-4}; a = 0.25;$$

$$b = 0.12; \Delta = 0.5; \hat{q} = 1.1; u(0) = 1.0.$$

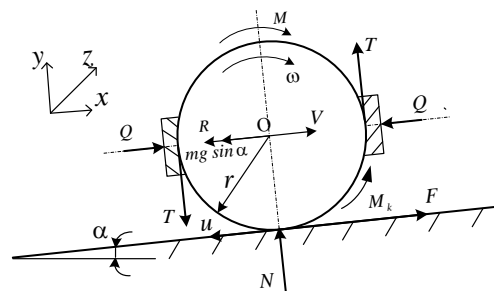


Рис. 4. Ведущее колесо на подъеме

Разгон ведущего колеса при подъеме и спуске. Расчетные схемы для таких колес приведены на рис. 4 и 6.

Проводя аналогичные рассуждения, получим уравнения движения при разгоне колеса на подъеме:

$$\left\{ \begin{aligned}
 m(q-1)\dot{u} &= f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} - v(q-1)^2 u^2 - mg \sin \alpha, \\
 Q(u) &= \frac{(b+1)qu + \Delta}{2\mu_0(qu + \Delta)} \left\{ \frac{M}{r} - \frac{\rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2]}{r} \right\} \times \\
 &\times \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} - f_0 mg \left(1 + \frac{qI}{mr^2(q-1)} \right) \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + \\
 &+ \frac{qI}{(q-1)mr^2} [v(q-1)^2 u^2 + mg \sin \alpha] \Big\} > 0, \\
 M &> r \left[f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + 2\mu_0 Q \frac{qu + \Delta}{(b+1)qu + \Delta} + \right. \\
 &\left. + \rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2] \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} \right];
 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Результаты численного моделирования для этого случая при тех же данных ($\alpha = 5^\circ$) показаны на рис. 5.

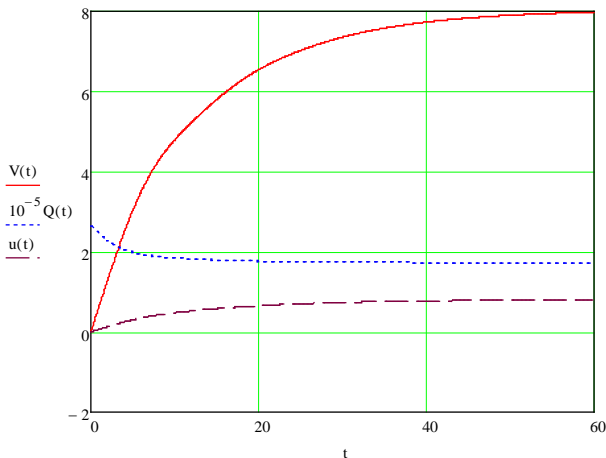


Рис. 5. Результаты численного моделирования при разгоне колеса на подъеме

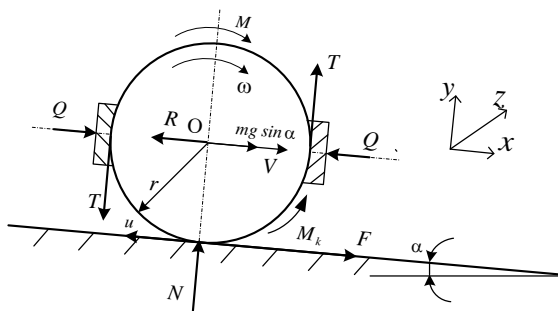


Рис. 6. Ведущее колесо на спуске

При спуске уравнения движения примут вид:

$$\left\{ \begin{aligned}
 m(q-1)\dot{u} &= f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} - v(q-1)^2 u^2 + \\
 &+ mg \sin \alpha, \\
 Q(u) &= \frac{(b+1)qu + \Delta}{2\mu_0(qu + \Delta)} \left\{ \frac{M}{r} - \frac{\rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2]}{r} \right\} \times \\
 &\times \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} - f_0 mg \left(1 + \frac{qI}{mr^2(q-1)} \right) \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + \\
 &+ \frac{qI}{(q-1)mr^2} [v(q-1)^2 u^2 - mg \sin \alpha] \Big\} > 0, \\
 M &> r \left[f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + 2\mu_0 Q \frac{qu + \Delta}{(b+1)qu + \Delta} + \right. \\
 &\left. + \rho_0 mg [1 + h(q-1)^2 u^2] \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} \right];
 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Результаты численного моделирования для этого случая при прежних данных ($\alpha = 5^\circ$) показаны на рис. 7.

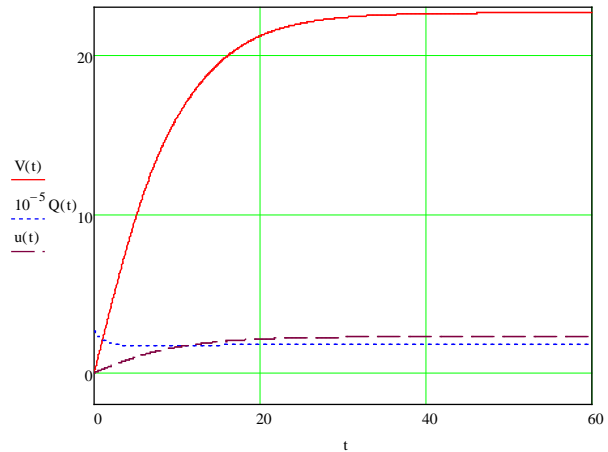


Рис. 7. Результаты численного моделирования при разгоне колеса на спуске

Разгон локомотива при подъеме. Расчетная схема для упрощенной модели локомотива приведена на рис. 8.

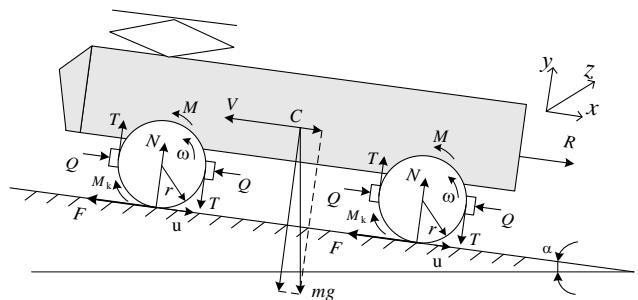


Рис. 8. Разгон локомотива на подъеме

Под локомотивом будем понимать простейшую модель, изображенную на рис. 8. Здесь все колеса являются ведущими, и к ним приложены одинаковые силы и моменты. Уравнения движения для локомотива будут соответствовать системе уравнений (10). Здесь надо будет учитывать, что в этих уравнениях m – это масса всего локомотива ($m = 50000 \text{ кг}$), m_1 – масса одного

колеса, а движущий момент со стороны двигателя равномерно распределен между всеми ведущими колесами (например, их 8). Результаты моделирования показаны на рис. 9.

$$\begin{cases}
 m(q-1)\dot{u} = f_0 mg \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} - \\
 \quad - v(q-1)^2 u^2 - mg \sin \alpha, \\
 Q(u) = \frac{(b+1)qu + \Delta}{2\mu_0(qu + \Delta)} \left\{ \frac{M}{r} - \frac{\rho_0 m_1 g [1 + h(q-1)^2 u^2]}{r} \right\} \times \\
 \times \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta} - f_0 g \left(m_1 + \frac{qI}{r^2(q-1)} \right) \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + \\
 \quad + \frac{qI}{(q-1)mr^2} [v(q-1)^2 u^2 + mg \sin \alpha] \Big\} > 0, \\
 M > r \left[f_0 m_1 g \frac{u + \Delta}{u + bqu + \Delta} + 2\mu_0 Q \frac{qu + \Delta}{(b+1)qu + \Delta} \right] + \\
 \quad + \rho_0 m_1 g [1 + h(q-1)^2 u^2] \frac{qu + \Delta}{(q+a)u + \Delta}.
 \end{cases} \quad (10)$$

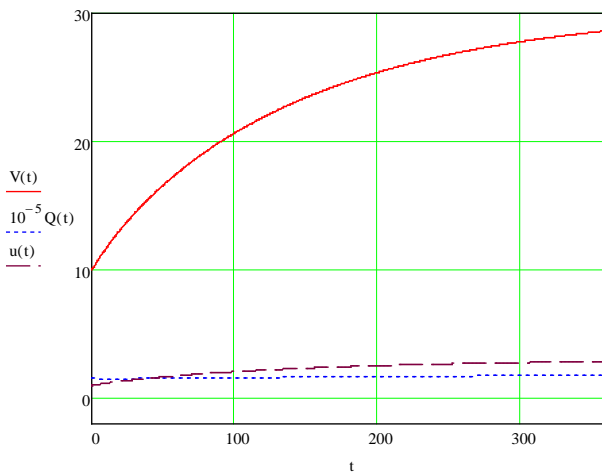


Рис. 9. Результаты численного моделирования при разгоне локомотива на подъеме

Границы применимости закона Кулона для материальных точек. Закон Кулона, как известно [20; 21], был сформулирован не для материальных точек, а для реальных тел, совершающих скольжение. Казалось бы, применение этого закона и для материальных точек не должно вызывать сомнений — что, собственно, и подразумевалось до сих пор. Такая практика общепринята в настоящее время и широко используется, например, при рассмотрении соответствующих примеров в учебниках по теоретической механике. И, тем не менее, это неправильно. Ш. Кулон формулировал свой закон на основе опытных данных, полученных для тел, совершающих поступательное движение [20; 21]. Это говорит о том, что для применения закона Кулона следует соблюдать необходимое для этого условие: трущиеся тела должны совершать поступательное движение друг относительно друга. Для других случаев движения соприкасающихся тел, например, при качении или скольжении с верчением, закон о трении, вообще говоря, не соблюдается. Об этом гово-

рят, например, публикации [4; 5; 16; 23–25], подкрепленные опытными данными. То есть, критерием применения закона Кулона является выполнение необходимого для этого условия. И на этот неоспоримый факт автор обращал внимание в своих предыдущих работах [9–11; 19]. Очевидно, что и при использовании закона о трении для материальных точек тоже необходимо следить, чтобы заменяемые ими тела совершали поступательное движение. Тем самым, при идеализации путем введения материальных точек, помимо прочего, следует обращать внимание и на то, какое движение совершает исходное тело, если предполагается учитывать силы трения скольжения. Иначе получаемая модель будет некорректной, что приведет к неверным результатам. Например, при определении пройденного пути на прямолинейном участке движения вращающейся шайбы: при отсутствии сил трения шайбу можно принять за материальную точку, а при учете сил трения — нет. Иначе в последнем случае длина пути получилась бы заниженной по сравнению с действительностью.

Подобная некорректность, по мнению автора, была допущена и в публикации В.В. Козлова [26], где приводилось теоретическое обоснование того, что коэффициент сухого трения уменьшается при росте скорости. Для доказательства этого факта в данной статье рассматривалась тяжелая материальная точка, которая скользила в вертикальной плоскости по гладкой периодической кривой под действие силы тяжести и постоянной горизонтальной силы. Здесь для реального тела, заменяемого материальной точкой, вопрос о возможности совершать поступательное движение под действием указанных сил при скольжении по периодической гладкой кривой и взаимодействуя с ней как со связью никак не обсуждался. Ответ на этот вопрос, как следует из вышесказанного, определяет, корректна принятая модель или нет. Поэтому, опуская детали приведенных рассуждений, следует сразу заметить, что в рассматриваемом случае применение закона Кулона было необоснованно. А значит, и утверждение об уменьшении коэффициента сухого трения от скорости все еще остается под вопросом.

Замечу попутно, что и в другой статье уважаемого академика [27], где описывалась работа тормозной колесной пары, применение закона Кулона делалось для тел, совершающих не поступательное движение — что, опять же, было некорректно. Это говорит о том, что раньше при использовании закона Кулона соблюдение необходимого условия для этого почему-то считалось необязательным.

Заключение. Получены следующие результаты:

1. Сформулирован критерий оптимальности разгона для колесных машин.
2. Предложен алгоритм, дающий возможность автоматического регулирования работы тормозной системы, в зависимости от профиля прямолинейной дороги.
3. Приведены примеры численного моделирования разгона для ведущих колес и простейшей модели локомотива.
4. Определены границы применимости закона Кулона для материальных точек: для материальных точек

при использовании закона о трении тоже необходимо следить, чтобы заменяемые ими тела совершали поступательное движение, т. е. выполнялось необходимое условие для применения закона о трении.

5. Показано, что нельзя назвать корректным доказательство об убывании коэффициента сухого трения

Литература

1. Крылов В.И., Крылов В.В. Автоматические тормоза подвижного состава. М.: Транспорт, 1983. 360 с.
2. Энергоэффективное управление движением поездов с электрической тягой: моногр. / под ред. В.Х. Пешехонова. СПб., 2018. 320 с.
3. Левин М.А., Фуфаев Н.А. Теория качения деформируемого колеса. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 272 с.
4. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т комп. исслед., 2010. 164 с.
5. Мур Д. Основы и применения трибоники. М.: Мир. 1978. 488 с.
6. Кожевников И.Ф. Динамика колес с деформируемой периферией: обзор. М.: Вычис. центр им. А.А. Дородницына РАН, 2009. С. 53–84.
7. Голечков Ю.И., Корольков Е.П. О моделях контактного взаимодействия колеса и рельса в динамике транспортных систем // Наука и техника транспорта. 2011. № 3. 39–43 с.
8. Ляпушкин Н.Н., Савоськин А.Н. Модель физических процессов в пятне контакта при движении колеса по рельсу со скольжением // Наука и техника транспорта. 2008. № 1. С. 33–42.
9. Коронатов В.А. О применении закона Кулона при скольжении тел движущихся не поступательно, и парадоксах Пенлеве // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 4 (44). С. 25–35.
10. Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурением, проникании, сверлении и заглаживании // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 3 (39). С. 24–32.
11. Коронатов В.А. О сухом трении при непоступательном скольжении тела и критика теории Контенсу – Журавлева // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 1 (41). С. 21–28.
12. Carter F.M. On the stability of running of locomotives // Proc. of the Roy. Soc. of London, 1928. Vol.121. ser. A 788. P. 585–611.
13. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221–252. Discussion pages 253–289.
14. Kalker J.J. Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact // Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, 1990.
15. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol. 1. P. 1–10.
16. Гарг В.К., Дуккипати Р.В. Динамика подвижного состава. М.: Транспорт, 1988.
17. Коронатов В.А. Представление новой теории качения колеса на примере описания движения ведомого колеса локомотива (автомобиля) // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2018. № 1 (57). С. 49–60.
18. Коронатов В.А. Новый вариант теории движения колеса на примере описания явления шимми // Проблемы механики современных машин: материалы VII Междунар. науч. конф. 2018. С. 209–215.
19. Коронатов В.А. О корректном применении закона Кулона при использовании экспериментальных характеристик трения. Аппроксимация кривой Штрибека // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 3 (43). С. 35–43.

с ростом скорости, приведенное академиком В.В. Козловым на страницах журнала «Доклады Академии наук», на примере скольжения тяжелой материальной точки. Правомерность перехода от реального тела к материальной точке была необоснованна и вызывает сомнения.

20. Крагельский И.В., Щедров В.С. Развитие науки о трении. М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1956. 234 с.
21. Крагельский И.В. Трение и износ. Изд. 2-е перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.
22. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. М.: Наука, 1967. 232 с.
23. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики. Кн. 2. Механика упругих и абсолютно твердых тел. М.: Наука, 1986. 416 с.
24. Марюта А.Н. Фрикционные колебания в механических системах. М.: Недра, 1993. 240 с.
25. Коган А.Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Вестн. ВНИИЖТа. 2004. № 5. 33–40 с.
26. Козлов В.В. О механизме сухого трения // Доклады Академии наук. 2011. Т. 437, № 6. С. 766–767.
27. Козлов В.В. Трение по Пенлеве и лагранжева механика // Доклады Академии наук. 2011. Т. 438, № 6. С. 758–761.

References

1. Krylov V.I., Krylov V.V. Automatic brakes of rolling stock. M.: Transport, 1983. 360 p.
2. Energy-efficient traffic control of trains with electric traction: monogr. / pod red. V.H. Peshekhonova. SPb., 2018. 320 p.
3. Levin M.A., Fufaev N.A. The theory of rolling a deformable wheel. M.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989. 272 p.
4. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.; Izhevsk, NIC «Regulyarnaya i haotichnaya mekhanika»: In-t komp. issled., 2010. 164 p.
5. Mur D. Fundamentals and applications of tribonics. M.: Mir. 1978. 488 p.
6. Kozhevnikov I.F. Dynamics of wheels with deformable periphery: obzor. M.: Vychis. centr im. A.A. Dorodnicyna RAN, 2009. P. 53–84.
7. Golechkov YU.I., Korol'kov E.P. On models of contact interaction of a wheel and a rail in the dynamics of transport systems // Science and Technology in Transport. 2011. № 3. 39–43 p.
8. Lyapushkin N.N., Savos'kin A.N. A model of physical processes in the contact patch during wheel movement along a rail with sliding // Science and Technology in Transport. 2008. № 1. P. 33–42.
9. Koronotov V.A. On the application of the Coulomb law when sliding bodies moving not progressively, and Painlevé paradoxes // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 4 (44). P. 25–35.
10. Koronotov V.A. A general approach to determining the resistance forces during rolling, sliding of bodies with turning, drilling, penetration, drilling and smoothing // Systems. Methods. Technologies. 2018. № 3 (39). P. 24–32.
11. Koronotov V.A. On dry friction during inaccessible gliding of the body and criticism of the Contensu-Zhuravlev theory // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 1 (41). P. 21–28.
12. Carter F.M. On the stability of running of locomotives // Proc. of the Roy. Soc. of London, 1928. Vol.121. ser. A 788. P. 585–611.
13. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221–252. Discussion pages 253–289.
14. Kalker J.J. Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact // Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, 1990.

15. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol. 1. P. 1–10.
16. Garg V.K., Dukkipati R.V. The dynamics of rolling stock. M.: Transport, 1988.
17. Koronotov V.A. Presentation of a new theory of wheel rolling on the example of a description of the movement of a driven wheel of a locomotive (car) // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2018. № 1 (57). P. 49–60.
18. Koronotov V.A. A new version of the theory of wheel motion on the example of a description of the phenomenon of shimmy // Problemy mekhaniki sovremennyh mashin: materialy VII Mezhdunar. nauch. konf. 2018. P. 209–215.
19. Koronotov V.A. On the correct application of the Coulomb law when using the experimental characteristics of friction. Approximation of the Stribek Curve // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 3 (43). P. 35–43.
20. Kragel'skij I.V., SHCHedrov V.S. The development of friction science. M.: Izd-vo Akad. nauk SSSR, 1956. 234 p.
21. Kragel'skij I.V. Friction and wear. Izd. 2-e pererab. i dop. M.: Mashinostroenie, 1968. 480 p.
22. CHichinadze A.V. Calculation and study of external friction during braking. M.: Nauka, 1967. 232 p.
23. Ishlinskij A.YU. Applied problems of mechanics. Kn. 2. Mekhanika uprugih i absolyutno tverdyh tel. M.: Nauka, 1986. 416 p.
24. Maryuta A.N. Frictional vibrations in mechanical systems. M.: Nedra, 1993. 240 p.
25. Kogan A.YA. The interaction of wheels and rail during rolling // Vestnik VNIIZHT «Vestnik of the Railway Research Institute». 2004. № 5. 33–40 p.
26. Kozlov V.V. On the mechanism of dry friction // Doklady Akademii nauk. 2011. V. 437, № 6. P. 766–767.
27. Kozlov V.V. Painlevé friction and Lagrangian mechanics // Doklady Akademii nauk. 2011. V. 438, № 6. P. 758–761.