

Параметризация механизма двигателя Стирлинга альфа-типа

Е.А. Тихонов^{1а}, И.В. Григорьев^{2б}, О.А. Куницкая^{2с}

¹Петрозаводский государственный университет, пр. Ленина, 33, Петрозаводск, Республика Карелия

²Якутская государственная сельскохозяйственная академия, ш. Сергеляхское, 3, Якутск, Республика Саха (Якутия)

^а tihonov@petrsu.ru, ^б silver73@inbox.ru, ^с ola.ola07@mail.ru

^а <https://orcid.org/0000-0003-2136-3268>,

^б <https://orcid.org/0000-0002-5574-1725>,

^с <https://orcid.org/0000-0001-8542-9380>

Статья поступила 26.10.2019, принята 13.11.2019

Рассматривается кинематическая и силовая параметризация кривошипно-ползунной группы двигателя Стирлинга типа «альфа». Определены расчетные схемы для определения взаимного расположения элементов двигателя и величины крутящего момента в зависимости от угла поворота коленчатого вала. Получены зависимости перемещений поршня и вытеснителя при одинаковых длинах шатунов и равному 90° углу между осями цилиндров. Полученные уравнения перемещения поршня от перемещения вытеснителя не имеют в своем составе угла поворота коленчатого вала, что позволяет получить численную модель без моделирования кривошипа и шатунов и, таким образом, значительно снизить ресурсоемкость численных расчетов. Получена зависимость мгновенного крутящего момента от силы, действующей на поршень и его положения. Данная зависимость позволяет в дальнейшем получить полную динамическую модель двигателя Стирлинга при решении гидродинамической задачи перетекания, нагрева и охлаждения газа, являющегося рабочим телом. Данная модель позволит оптимизировать конструктивные параметры и режимы работы двигателя Стирлинга посредством численного исследования методом конечных элементов с учетом различных параметров коленчатого вала и шатунов, а также диаметров поршня и вытеснителя.

Ключевые слова: альфа-Стирлинг; численное моделирование; перемещение поршней; крутящий момент; параметризация.

Alpha-type Stirling engine mechanism parameterization

Е.А. Tikhonov^{1а}, I.V. Grigoriev^{2б}, O.A. Kunitskaya^{2с}

¹Petrozavodsk State University; 33, Lenin Ave., Petrozavodsk, Russia

²Yakutsk State Agricultural Academy; 3rd km, 3, Sergelyakhskoe Highway, Yakutsk, Russia

^а tihonov@petrsu.ru, ^б silver73@inbox.ru, ^с ola.ola07@mail.ru

^а <https://orcid.org/0000-0003-2136-3268>,

^б <https://orcid.org/0000-0002-5574-1725>,

^с <https://orcid.org/0000-0001-8542-9380>

Received 26.10.2019, accepted 13.11.2019

The kinematic and force parameterization of the crank-slider group of the Stirling engine of the "alpha" type is considered. The design schemes for determining the relative position of the engine elements and the magnitude of the torque depending on the angle of rotation of the crankshaft are determined. The dependences of the displacement of the piston and displacer are obtained for the same lengths of the connecting rods and the angle between the axes of the cylinders equal to 90° . The obtained equations of piston displacement from displacement of the displacer do not include the angle of rotation of the crankshaft, which allows to obtain a numerical model without modeling the crank and connecting rods and, thus, significantly reduce the resource consumption of numerical calculations. The dependence of the instantaneous torque on the force acting on the piston and its position is obtained. This dependence allows us to obtain a complete dynamic model of the Stirling engine in solving the hydrodynamic problem of flowing, heating, and cooling a gas that is a working fluid. This model will allow optimizing the design parameters and operating modes of the Stirling engine by means of a numerical study by the finite element method taking into account various parameters of the crankshaft and connecting rods, as well as the diameters of the piston and displacer.

Keywords: alpha-Stirling; numerical simulation; piston movement; torque; parameterization.

Введение. В настоящее время интерес к двигателям внешнего сгорания вновь возрастает. Причин тому несколько. Во-первых, качественное углеводородное топливо не является неисчерпаемым ресурсом на планете. Цена традиционных энергоносителей постоянно растет, в том числе из-за истощения доступных запасов. При этом возрастает актуальность вопросов

получения электроэнергии. Эти вопросы особо актуальны для удаленных районов с малоразвитой инфраструктурой, различных экспедиций и исследовательских станций. Сейчас вопрос их энергоснабжения, как правило, решается за счет дизель-генераторов. Такое решение весьма дорого как само по себе (1 кВт·час «сжигает» 0,2 л дизельного топлива

[1]), так и с точки зрения его логистического обеспечения — зачастую очень накладно доставлять топливо в требуемые районы.

При этом в этих отдаленных районах бывает достаточно много других типов энергоресурсов, как правило, твердых. Это могут быть уголь, дрова, торф и т. д. Данные виды энергоресурсов отлично подойдут в качестве источника энергии для двигателя, работающего по принципу Стирлинга.

Хотя двигатели Стирлинга известны достаточно давно [2], их разработка и совершенствование основаны на базовых основах термодинамики и огромном объеме экспериментальных исследований [3]. Поэтому данные двигатели не выдержали конкуренции с двигателями внутреннего сгорания, обладающими отлично разработанной теоретической базой.

Теоретическое рассмотрение процессов, протекающих в двигателях Стирлинга, ограничено исследованием отдельных элементов и закономерностей, таких как шаттл-эффект в системе «вытеснительный поршень – цилиндр» [4], тепловые потоки системы «рабочее тело – регенератор» при изменении направления движения газа, влияние «мертвого объема» на КПД и удельную мощность [5] и т. д.

Комплексное же рассмотрение рабочего процесса двигателя Стирлинга и разработка общей теории остаются нерешенной задачей. Такая задача практически неразрешима аналитическими методами. Для ее решения необходимо применять численные методы решения связанных задач [6]. Под связанными задачами понимаются задачи гидрогазодинамики (в том числе с фазовыми переходами), теплопередачи, механики деформируемого тела в одной численной модели исследуемого механизма, в том числе в так называемой «явной постановке», т. е. позволяющей исследовать быстротекущие процессы [7].

При правильном подходе будет возможно получить оптимальные конструктивные и технологические параметры двигателя Стирлинга и максимально эффективную энергетическую машину, реализующую цикл Стирлинга без решения таких фундаментальных задач, как, например, герметизация рабочего тела [8].

Методы и материалы. Задачами теоретического исследования данной статьи являются определение кинематической зависимости положения поршней двигателя Стирлинга типа «альфа» от угла поворота коленвала [9], а также определение зависимости крутящего момента на коленчатом валу двигателя от давления в цилиндрах и положения поршня и вытеснителя за цикл.

Данные зависимости позволят разработать численную динамическую протомодель двигателя и исследовать динамику перетекания газов их горячей полости в холодную в режиме компрессора. Данное исследование позволит разработать комплексную математическую модель двигателя Стирлинга и определить оптимальные конструктивные параметры конструкции для получения максимально эффективных эксплуатационных характеристик.

Кинематическая схема двигателя к определению взаимного положения поршня и вытеснителя представ-

лена на рис. 1, схема к определению крутящего момента на валу двигателя — на рис. 2.

Постановка задачи к определению взаимного положения поршня и вытеснителя следующая: перемещение вертикального поршня (Y) будет задано гармонической функцией. Так как на данном этапе исследуется исключительно газодинамическая задача, то в моделировании механической части нет необходимости. Далее необходимо вывести зависимость положения горизонтального поршня от положения вертикального $X(Y)$, что позволит в дальнейшем исследовать взаимное изменение объемов горячей и холодной полостей и динамику перетекания газа.

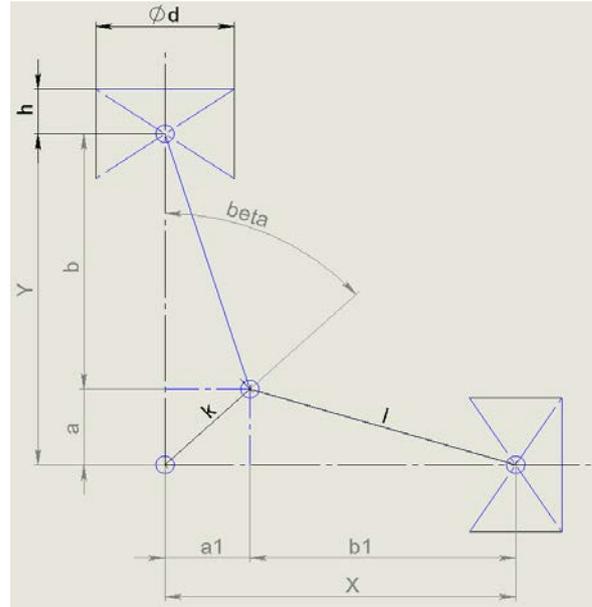


Рис. 1. Кинематическая схема двигателя Стирлинга типа «альфа»

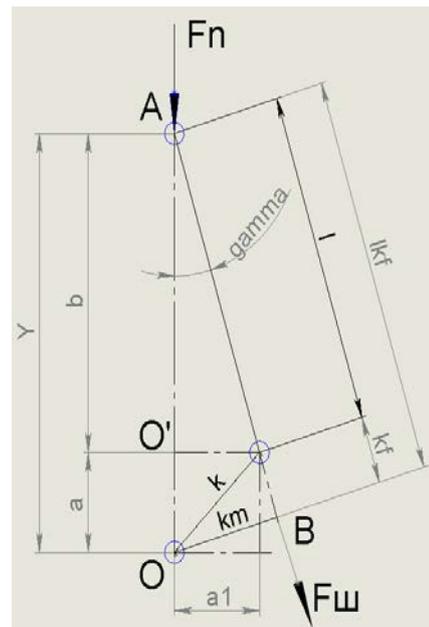


Рис. 2. Схема к определению крутящего момента

Для определения зависимости крутящего момента от положения коленвала определим следующие исход-

ные данные: F_n — сила, действующая на поршень от давления в цилиндре, H ; l — длина шатуна, m ; k — плечо коленвала, m .

Сила F_n в дальнейшем будет определяться путем решения тепловой газодинамической задачи. Крутящий момент необходимо определить как функцию от положения поршня (Y) и силы, действующей на поршень (F_n).

Получив данные зависимости, мы сможем комплексно моделировать рабочий процесс двигателя Стирлинга с решением газодинамической задачи и динамических задач. Так как кривошипно-ползунный механизм полностью моделируется математически, то численного решения потребует только газодинамическая задача, и в моделировании механической части нет необходимости. Это позволит существенно сократить ресурсоемкость выполнения моделирования. Инерционную составляющую кривошипно-ползунного механизма учтем моментом инерции маховика J_m . Это позволит определять моментальное ускорение и частоту вращения коленвала в любой момент времени итерационного моделирования.

Как видно на рис. 1, угол между осями поршней составляет 90° . Данный параметр многими исследователями считается оптимальным для получения максимальной удельной мощности. На данном этапе мы примем данную гипотезу, но в дальнейшем подвергнем ее проверке в процессе численного моделирования. Система уравнений координат перемещений вертикального и горизонтального поршней в зависимости от угла поворота коленчатого вала будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} Y = k \cdot \cos \beta + \sqrt{l^2 - (k \cdot \sin \beta)^2} \\ X = k \cdot \sin \beta + \sqrt{l^2 - (k \cdot \cos \beta)^2} \end{cases} \quad (1)$$

Далее необходимо определить вид уравнения $X(Y)$?. Для этого определим координату горизонтального поршня X в виде:

$$X = a_1 + b_1 \quad (2)$$

или (см. рис. 1):

$$X = \sqrt{k^2 - a^2} + \sqrt{l^2 - a^2} \quad (3)$$

При этом параметр a будет равен:

$$a = Y - b \quad (4)$$

Таким образом, подставляя (4) в зависимость (3), получаем:

$$X = \sqrt{k^2 - (Y - b)^2} + \sqrt{l^2 - (Y - b)^2} \quad (5)$$

Далее рассмотрим параметр b . Данный параметр может быть определен как через разность $X - a$, так и через треугольник $\Delta(l a_1 b)$ (см. рис. 1). Сведем данные зависимости в систему:

$$\begin{cases} b = Y - a \\ b = \sqrt{l^2 - a_1^2} \end{cases} \quad (6)$$

Как видно из системы, в ней присутствуют параметры a и a_1 . Учитывая жесткость треугольника $\Delta(Y l k)$, так как l и k являются константами, отношение параметров a и a_1 будет отражать угол положения коленвала β . Тогда:

$$a_1^2 = k^2 - a^2 \quad (6)$$

Подставляя эту зависимость во второе уравнение системы (6), получим следующее:

$$b = \sqrt{l^2 - (k^2 - a^2)} = \sqrt{l^2 + k^2 + a^2} \quad (7)$$

Учитывая (1), получаем:

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{l^2 + k^2 + (Y - b)^2} = \\ &= \sqrt{l^2 + k^2 + Y^2 - 2Yb + b^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Возведем полученное уравнение в квадрат:

$$b^2 = l^2 + k^2 + Y^2 - 2Yb + b^2 \quad (9)$$

Выразим b :

$$\begin{aligned} b^2 + 2Yb - b^2 &= l^2 + k^2 + Y^2 \\ 2Yb &= l^2 + k^2 + Y^2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$b = \frac{l^2 + k^2 + Y^2}{2Y}$$

Подставим полученное выражение в уравнение (5):

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{k^2 - \left(Y - \frac{l^2 + k^2 + Y^2}{2Y}\right)^2} + \\ &+ \sqrt{l^2 - \left(Y - \frac{l^2 + k^2 + Y^2}{2Y}\right)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Рассмотрим вычитаемое подкоренной разности. Упростим его:

$$\begin{aligned} Y - \frac{l^2 + k^2 + Y^2}{2Y} &= Y - \left(\frac{l^2 + k^2}{2Y} + \frac{Y^2}{2Y}\right) = \\ &= Y - \frac{l^2 + k^2}{2Y} - \frac{Y}{2} = \frac{Y}{2} - \frac{l^2 + k^2}{2Y} \end{aligned} \quad (12)$$

Окончательно имеем вид уравнения, описывающего взаимосвязь координаты горизонтального поршня относительно координаты вертикального:

$$\begin{aligned} X(Y) &= \sqrt{k^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{l^2 + k^2}{2Y}\right)^2} + \\ &+ \sqrt{l^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{l^2 + k^2}{2Y}\right)^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Как видно на рис. 2, крутящий момент относительно точки O может быть определен по формуле:

$$M = F_u \cdot k_u \quad (14)$$

где $F_{uw} = \frac{F_n}{\cos \gamma}$ — сила, действующая вдоль шатуна, H ;

$k_{uw} = \sqrt{k^2 - (l_{kf} - l)^2}$ — плечо действия силы, m .

Согласно рис. 2 l_{kf} будет равно:

$$l_{kf} = Y \cdot \cos \gamma. \quad (15)$$

Угол положения шатуна определим через $\Delta AO'B$:

$$\cos \gamma = \frac{Y - a}{l}. \quad (16)$$

Далее подставим данную зависимость в формулу (15):

$$l_{kf} = Y \cdot \cos \gamma = \frac{Y(Y - a)}{l}. \quad (17)$$

Теперь определим параметр a из следующей системы уравнений (см. рис. 2):

$$\begin{cases} a_1^2 = l^2 - (Y - a)^2 \\ a_1^2 = k^2 - a^2 \end{cases}$$

Откуда:

$$l^2 - (Y - a)^2 = k^2 - a^2.$$

Выполним некоторые преобразования:

$$\begin{aligned} l^2 - (Y^2 - 2Ya + a^2) &= k^2 - a^2 \\ l^2 - Y^2 + 2Ya - a^2 &= k^2 - a^2 \\ 2Ya &= k^2 - l^2 + Y^2 \\ a &= \frac{k^2 - l^2 + Y^2}{2Y} = \frac{Y}{2} + \frac{k^2 - l^2}{2Y} \end{aligned} \quad (18)$$

Далее подставим полученное выражение в формулу (17):

$$\begin{aligned} l_{kf} &= \frac{Y(Y - a)}{l} = \frac{Y(Y - (\frac{Y}{2} + \frac{k^2 - l^2}{2Y}))}{l} = \\ &= \frac{Y(Y - \frac{Y}{2} - \frac{k^2 - l^2}{2Y})}{l} = \frac{Y^2 - \frac{Y^2}{2} - \frac{Y(k^2 - l^2)}{2Y}}{l} = \\ &= \frac{\frac{Y^2}{2} + \frac{k^2 - l^2}{2}}{l} = \frac{Y^2 + k^2 - l^2}{2l} = \frac{l(Y^2 + k^2 - l^2)}{2} \end{aligned}$$

Преобразуем формулу (14), подставив в нее формулы (16), (19):

$$\begin{aligned} M &= F_{uw} \cdot k_{uw} = \frac{F_n}{\cos \gamma} \cdot \sqrt{k^2 - (l_{kf} - l)^2} = \\ &= \frac{F_n \cdot l}{Y - a} \cdot \sqrt{k^2 - (\frac{l(Y^2 + k^2 - l^2)}{2} - l)^2} = \\ &= \frac{F_n \cdot l}{Y - \frac{Y}{2} - \frac{k^2 - l^2}{2Y}} \cdot \sqrt{k^2 - (\frac{l(Y^2 + k^2 - l^2)}{2} - l)^2} = \\ &= \frac{F_n \cdot l}{\frac{Y}{2} - \frac{k^2 - l^2}{2Y}} \cdot \sqrt{k^2 - (\frac{l(Y^2 + k^2 - l^2)}{2} - l)^2} \end{aligned}$$

Окончательно имеем уравнение, описывающее взаимосвязь крутящего момента от силы давления на поршень — F_n , положения поршня — Y , длины шатуна — l и плеча коленвала — k :

$$M = \frac{2Y \cdot F_n \cdot l}{Y^2 - k^2 + l^2} \cdot \sqrt{k^2 - (\frac{l(Y^2 + k^2 - l^2)}{2} - l)^2}.$$

Взаимосвязь крутящего момента с углом поворота коленвала через положение поршня отразим следующей зависимостью:

$$Y = k \cdot \cos \beta + \sqrt{l^2 - (k \cdot \sin \beta)^2}.$$

Результаты и обсуждение. Полученное уравнение взаимного положения поршня и вытеснителя позволит достаточно просто смоделировать циклическое перетекание газа из горячей полости в холодную. Далее, увеличивая частоту вращения коленвала, можно будет исследовать возрастание аэродинамического сопротивления газа в рабочем объеме. Отсутствие в итоговом уравнении угла поворота коленвала позволит упростить численную модель системы и снизить ресурсоемкость выполнения расчета.

В дальнейшем при решении связанной газодинамической задачи и задачи теплопереноса уравнение крутящего момента позволит комплексно смоделировать рабочий процесс двигателя Стирлинга типа «альфа».

В данном моделировании приняты определенные ограничения, например, одинаковые длины шатунов l (см. рис. 1). В дальнейшем система будет приведена к общему виду, который позволит учитывать и варьировать большинство конструктивных и эксплуатационных параметров.

Выводы. Одной из причин отсутствия полностью разработанной теории проектирования двигателей Стирлинга являются малые экспериментальные наработки по исследованию влияния различных параметров на эффективность работы данных двигателей. Исследование соотношений ходов поршня и вытеснителя, их диаметров, а также масштабируемости двигателя Стирлинга сопряжены с необходимостью изготовления большого количества экспериментальных образцов. Данное обстоятельство вынуждает исследователей использовать при создании лабораторных образцов стандартные компоненты двигательной промышленности с минимальными доработками. Это обстоятельство значительно ограничивает параметрическую область экспериментальных исследований и не позволяет определить взаимозависимости параметров, определяющих эффективную работу двигателя Стирлинга.

Разработка методов полномасштабного моделирования рабочего процесса двигателя Стирлинга на базе численных методов (метод конечных элементов) позволит исследовать рабочий процесс в полном диапазоне и номенклатуре рабочих параметров и перейти к натурным исследованиям образцов с параметрами, близкими к оптимальным, с учетом диапазона расчетных мощностей проектируемых двигателей, использующих цикл Стирлинга.

Полученные зависимости взаимного положения поршня и вытеснителя и уравнение крутящего момента являются инструментами для дальнейшей разработки

методики численного моделирования полномасштабного моделирования рабочего процесса двигателя Стирлинга.

Литература

References

1. Бабкин А.В., Колпаков В.И., Охитин В.Н. Численные методы в задачах физика быстропротекающих процессов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 516 с.
2. Бояршинов М.Г., Скутин А.А. Разработка методики замены натуральных испытаний численным моделированием динамических характеристик двигателя // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. 2015. № 1. С. 5–22.
3. Корнеев С.А. Двигатель Стирлинга (история, настоящее и перспектива) // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 2. С. 132–135.
4. Куликов Е.Е. Термодинамическая модель работы двигателя стрлинга альфа-схемы / ИГЭУ им. В.И. Ленина // Тринадцатая международная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых: сб. тр. науч.-практ. конф. Иваново, 2018. С. 3–126.
5. Лукачев С.В., Довгылло А.И., Белозерцев В.Н. Термомеханические преобразователи с сифонными рабочими полостями // Проблемы и перспективы развития двигателестроения. 1998. № 1. С. 127–139.
6. Тестоедов Н.А., Косенко В.Е., Бартенев В.А. Устройство герметизации емкости с рабочим телом и способ его изготовления: пат. 2372258 Рос. Федерация. № 2008125364/11; заявл. 23.06.08; опубл. 20.08.09, Бюл. № 23 (II ч.). 3 с.
7. Расход дизельного генератора [Электронный ресурс] // Машинерия: сайт URL: http://machineries.ru/a_19.html (дата обращения: 06.12.2018).
8. Савченко В.А., Стопыров С.П. Об интенсификации теплового потока в систему охлаждения от деталей цилиндропоршневой группы двигателя стирлинга вследствие шатл-эффекта // Труды С.-Петербург. гос. морского ун-та. 2014. № 1. С. 31–37.
9. Шалай В.В., Макушев Ю.П. Двигатель внешнего сгорания // Ом. науч. вестник. 2008. № 3. С. 65–71.

1. Babkin A.V., Kolkpakov V.I., Ohitin V.N. Numerical methods in problems of physics of fast-flowing processes. M.: MG TU im. N.E. Bauman, 2000. 516 p.
2. Boyarshinov M.G., Skutin A.A. Development of a technique of replacement of full-scale tests by numerical modeling of dynamic characteristics of the engine // Transport. Transport facilities. Ecology. 2015. № 1. P. 5–22.
3. Korneev S.A. Stirling Engine (history, present and perspective) // Engineering and Automation Problems. 2011. № 2. P. 132–135.
4. Kulikov E.E. Thermodynamic model of the alpha striling engine / IG EU im. V.I. Lenina // Trinadcataya mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferenciya studentov, aspirantov i molodyh uchenyh: sb. tr. nauch.-prakticheskoy konf. Ivanovo, 2018. P. 3–126.
5. Lukachev S.V., Dovgyallo A.I., Belozercev V.N. Thermomechanical converters with bellows working cavities // Problemy i perspektivy razvitiya dvigatelestroeniya. 1998. № 1. P. 127–139.
6. Testoedov N.A., Kosenko V.E., Bartenev V.A. Device for sealing a container with a working body and a method for its manufacture: pat. 2372258 Ros. Federaciya. № 2008125364/11; yayavl. 23.06.08; opubl. 20.08.09, Byul. № 23 (II ch.). 3 p.
7. Consumption of diesel generator [Elektronnyj resurs] // Mashineriya: sayt URL: http://machineries.ru/a_19.html (data obrashcheniya: 06.12.2018).
8. Savchenko V.A., Stopyarov S.P. On the intensification of heat flow into the cooling system from the parts of the cylinder-piston group of the Stirling engine due to the Shuttle effect // Trudy S.-Peterb. gos. morskogo un-ta. 2014. № 1. P. 31–37.
9. Shalaj V.V., Makushev Yu.P. External combustion engine // Omsk Scientific Bulletin. 2008. № 3. P. 65–71.