

## Структурный синтез и геометрический анализ планетарных механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами

А.А. Приходько

Кубанский государственный технологический университет, ул. Московская, 2, Краснодар, Россия

sannic92@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3885-8235>

Статья поступила 14.10.2019, принята 12.11.2019

*Механизмы с прерывистым движением выходного звена широко применяются в приводах автоматических и полуавтоматических машин. В настоящее время наибольшее распространение имеют механизмы постоянной структуры с односторонней связью (храповые, анкерные) и переменной структуры (мальтийские, звездчатые механизмы, неполные зубчатые колеса), однако они характеризуются высокими нагрузками на звенья вследствие ударов, возникающих в начале или конце фазы движения. Целью настоящей работы является структурный синтез исполнительных механизмов, в которых вращательное движение входного звена преобразуется в прерывистое движение выходного, при этом во время цикла работы механизма кинематическая цепь не размыкается. В качестве метода синтеза применяется структурная математическая модель в виде системы уравнений, описывающей взаимосвязи между количественным и качественным составом звеньев и кинематических пар будущего механизма, его подвижностью, количеством присоединений к стойке и другими структурными параметрами. По результатам структурного синтеза построены схемы планетарных передач с эллиптическими зубчатыми колесами, которые при определенных размерах зубчатых колес позволяют реализовать прерывистое движение выходного вала. Проведен геометрический анализ механизмов с эллиптическими зубчатыми колесами, показан принцип их действия, построены планы положений звеньев и получены функции угла поворота выходного вала. Так как движение с остановками осуществляется без разрыва кинематической цепи, разработанные механизмы являются более надежными и компактными по сравнению с существующими аналогами и могут быть рекомендованы для широкого практического применения. Показаны возможные конструктивные исполнения синтезированных механизмов и приведены примеры использования в составе привода конвейера и смесителя с прерывистым движением рабочего органа.*

**Ключевые слова:** структурный синтез; геометрический анализ; планетарный механизм; зубчатая передача; эллиптические зубчатые колеса; планы положений; прерывистое движение.

## Structural synthesis and geometry analysis of planetary intermittent motion mechanisms with elliptical gears

A.A. Prikhodko

Kuban State Technological University; 2, Moskovskaya St., Krasnodar, Russia

sannic92@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3885-8235>

Received 14.10.2019, accepted 12.11.2019

*Mechanisms with intermittent movement of the output link are widely used in drives of automatic and semi-automatic machines. Currently, the most widespread are the mechanisms of a permanent structure with one-way coupling (ratchet, anchor mechanisms) and mechanisms of a variable structure (Maltese mechanisms, star mechanisms, incomplete gears), however, they are characterized by high loads on the links due to impacts that occur at the beginning or end of the phase movement. The aim of this work is the structural synthesis of actuators, in which the rotational motion of the input link is converted into intermittent motion of the output link, while the kinematic chain does not open during the cycle of the mechanism. As a synthesis method, a structural mathematical model is used in the form of a system of equations that describes the relationship between the quantitative and qualitative composition of the links and kinematic pairs of the future mechanism, its mobility, the number of connections to the rack and other structural parameters. Based on the results of structural synthesis, planetary gear schemes with elliptical gears are constructed, which, with certain gear sizes, allow intermittent motion of the output shaft. A geometric analysis of the mechanisms with elliptical gears is carried out, as a result of which the principle of their action is shown, link position plans are constructed and the output shaft rotation angle functions are obtained. Since the motion with stops is carried out without breaking the kinematic chain, the developed mechanisms are more reliable and compact in comparison with existing analogues, and can be recommended for wide practical application. Possible structural designs of the synthesized mechanisms and examples of use as part of a conveyor and mixer drive with intermittent movement of the impeller are shown.*

**Keywords:** structural synthesis; geometry analysis; planetary gear train; gearing; elliptical gears; position plans; intermittent motion.

**Введение.** Проектирование исполнительных цикловых механизмов, которые обеспечивают остановку выходного звена, является важной практической задачей, поскольку такие механизмы используются в различных отраслях машиностроения [1–3]. Они сообщают рабочему органу вращательное или поступательное движение с остановками при равномерном вращении входного вала. Наиболее распространенными в настоящее время являются два типа механизмов — постоянной структуры с односторонней связью (храповые, анкерные) и переменной структуры (мальтийские и звездчатые механизмы, неполные зубчатые колеса).

Прерывистое движение в данных механизмах обеспечивается за счет разрыва кинематической цепи, поэтому они не могут быть использованы в быстроходных машинах вследствие ударов, возникающих в начале или конце фазы движения. Для устранения данного недостатка разрабатываются рычажные [4] и зубчато-рычажные [5] механизмы с остановками выходного звена. Большое количество работ посвящено их структурному синтезу [6], кинематическому и динамическому анализу [7; 8], однако их синтез и проектирование являются достаточно сложной задачей, учитывая, что использование рычажных механизмов увеличивает габариты передачи.

В последнее время широко исследуются геометрия, кинематика, а также возможности практического применения передач некруглыми зубчатыми колесами [9; 10]. Например, предложены цепные приводы с переменным передаточным отношением на основе некруглых звездочек [11]; зубчатые передачи с некруглыми колесами для изменения скорости и генерации передаточных функций [12]; планетарный механизм в конструкции привода высокопроизводительного велосипеда [13]; передачи с некруглыми колесами в составе роторных гидромашин [14] и многие другие устройства. Разработка новых устройств на базе некруглых зубчатых колес стимулируется значительными успехами, достигнутыми в их проектировании и производстве [9; 10].

Включение некруглых колес в схемы планетарных передач позволяет получать механизмы с неравномерным вращением выходного звена [12], возвратно-вращательным движением [15] и движением с остановками [9; 10; 16]. Таким образом, реализуются различные законы движения выходного вала при равномерном вращательном движении входного.

*Целью настоящей работы* является структурный синтез и геометрический анализ планетарных механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами, в которых движение с остановками осуществляется без разрыва кинематической цепи.

**Структурный синтез планетарных механизмов с эллиптическими зубчатыми колесами.** Синтез структурной схемы механизма проведем с использованием структурной математической модели, которая имеет следующий вид [17]:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{2} \left( \sum_{t=T-j}^2 m_t + S \right); \\ n = \sum_{t=T-j}^2 n_t; \\ W = \sum_{i=1}^{\Pi-1} i p_i - k \Pi; \\ k = p - n; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_i; \\ T \leq k + 1, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $p$  — общее число кинематических пар;  $T$  — количество вершин базового звена;  $t$  — число вершин звеньев;  $n$  — общее число подвижных звеньев;  $n_t$  — число подвижных звеньев с  $t$  вершинами;  $p_i$  — число кинематических пар  $i$ -й подвижности;  $k$  — число независимых замкнутых контуров;  $\Pi$  — подвижность пространства, в котором синтезируется механизм;  $S$  — число присоединений к стойке;  $i, j$  — целочисленные индексы.

Проведем структурный синтез при следующих начальных условиях. Пусть будущий механизм будет существовать в трехподвижном пространстве ( $\Pi = 3$ ), иметь два замкнутых контура ( $k = 2$ ), одно трехвершинное базовое звено ( $n_3 = 1, T = 3$ ), одно- ( $p_1$ ) и двух- ( $p_2$ ) подвижные кинематические пары. Подставив условия синтеза в систему уравнений (1), получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{2} (3n_3 + 2n_2 + S); \\ n = n_3 + n_2; \\ 1 = 2p_2 + p_1 - 2 \cdot 3; \\ 2 = p - n; \\ p = p_1 + p_2; \\ 3 \leq 3. \end{array} \right. \quad (2)$$

При решении системы уравнений (2) можно выделить следующие целочисленные корни:

$$p_1=1, p_2=3, p=4, n_3=1, n_2=1, n=2, S=3; \quad (3)$$

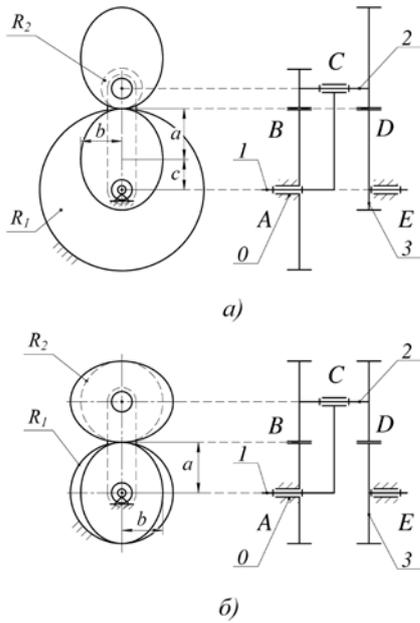
$$p_1=3, p_2=2, p=5, n_3=1, n_2=2, n=3, S=3; \quad (4)$$

$$p_1=5, p_2=1, p=6, n_3=1, n_2=3, n=4, S=3; \quad (5)$$

$$p_1=7, p_2=0, p=7, n_3=1, n_2=4, n=5, S=3. \quad (6)$$

Для выбора одного из решений (3) – (6) введем ограничения на количество двухподвижных кинематических пар ( $p_2 \leq 2$ ) и общее количество кинематических пар ( $\sum p \leq 5$ ). Данные ограничения являются рациональными с точки зрения простоты и надежности синтезируемого механизма. Поставленным условиям отвечает решение (4), которому соответствует двухрядный планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями. Данная передача является общеизвестной и, в зависимости от соотношения размеров зубчатых колес, может выполнять функции мультипликатора или редуктора. Включение в схему передачи некруглых зубчатых колес позволяет получить различные виды

движения выходного вала [15], в том числе движение с остановками [16]. Рассмотрим планетарные механизмы с применением эллиптических зубчатых колес (рис. 1).



**Рис. 1.** Планетарные механизмы прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами:  $a$  — оси вращения в фокусе делительного эллипса;  $b$  — оси вращения в центре делительного эллипса

Механизм состоит из трех одноподвижных ( $A, C, E$ ) и двух двухподвижных кинематических пар ( $B, D$ ); одного трехвершинного (звено 2) и двух двухвершинных звеньев (звенья 1, 3); трех присоединений к стойке 0 ( $S = 3$ ). Таким образом, структурные схемы механизмов на рис. 1 полностью соответствуют решению (4). Замена цилиндрических зубчатых колес на некруглые не влияет на структуру механизма.

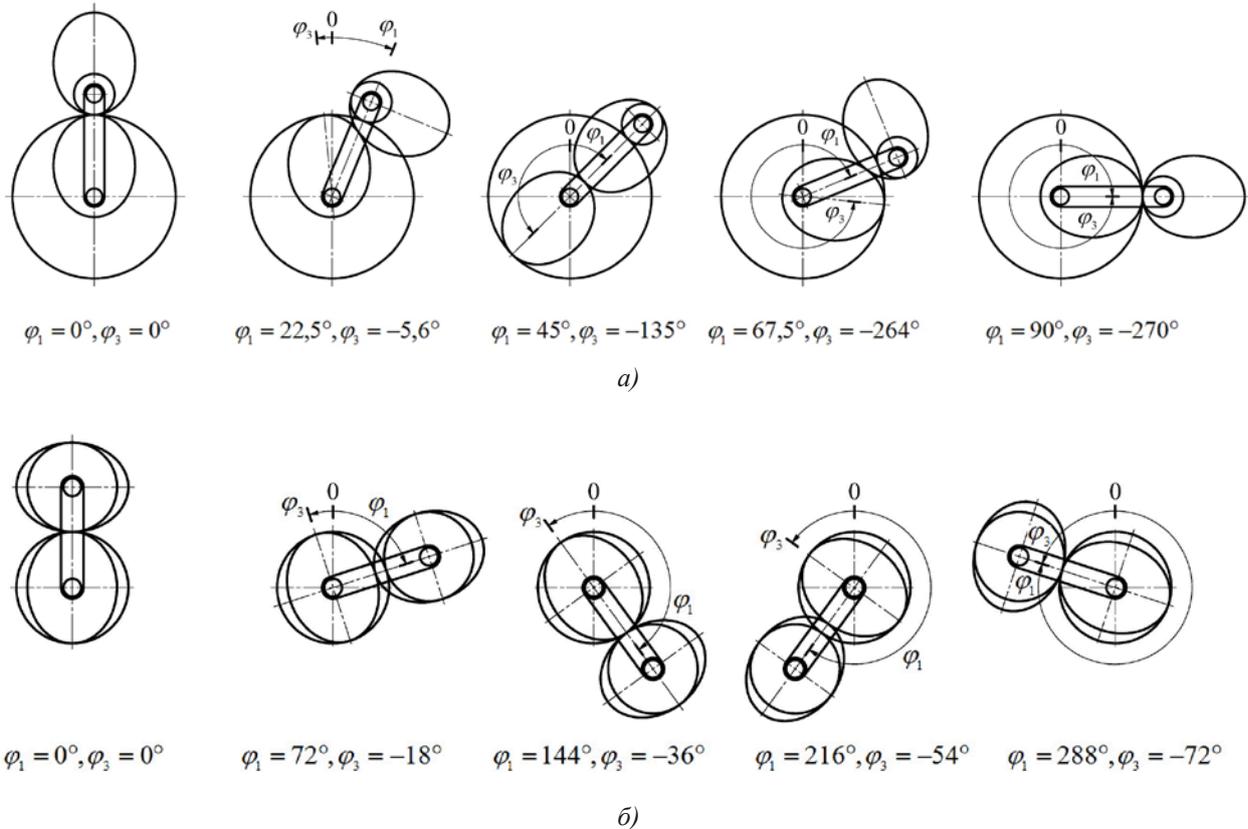
**Геометрический анализ планетарных механизмов прерывистого движения.** Синтезированные механизмы отличаются применением различных видов эллиптических зубчатых колес: пара зубчатых колес с осями вращения в фокусе делительного эллипса (рис. 1а) и в центре делительного эллипса (рис. 1б). Для обеспечения прерывистого движения выходного звена механизма по рис. 1а необходимо следующее соотношение радиусов цилиндрических колес:

$$R_1 = a + c; \quad (7)$$

$$R_2 = a - c, \quad (8)$$

где  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси делительного эллипса;  $c$  — фокальное расстояние делительного эллипса.

Проведем анализ механизма со следующими геометрическими параметрами:  $a = 25$  мм,  $b = 20$  мм,  $c = 15$  мм,  $R_1 = 40$  мм,  $R_2 = 10$  мм. Построим планы положений механизма для одного оборота цилиндрического колеса сателлита (рис. 2а).



**Рис. 2.** Планы положений механизма:  $a$  — оси вращения в фокусе делительного эллипса;  $b$  — оси вращения в центре делительного эллипса

Прерывистое движение выходного звена механизма по рис. 1б обеспечивается при следующем соотношении радиусов цилиндрических колес:

$$R_1 = a; \quad (9)$$

$$R_2 = b. \quad (10)$$

Проведем анализ механизма со следующими геометрическими параметрами:  $a = 25$  мм,  $b = 20$  мм,  $R_1 = 25$  мм,  $R_2 = 20$  мм. Построим планы положений механизма для одного оборота цилиндрического колеса сателлита (рис. 2б).

Построив планы положений в промежуточных точках и измерив углы поворота входного и выходного валов, получим функции положения каждого механизма (рис. 3).

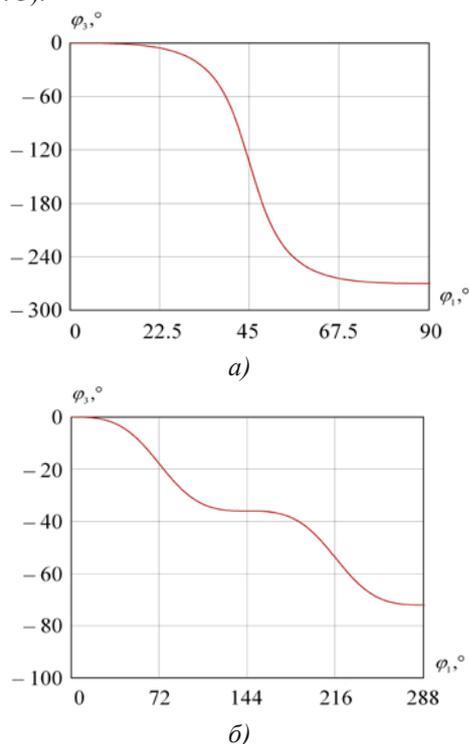


Рис. 3. Функции положения механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами: а — оси вращения в фокусе делительного эллипса; б — оси вращения в центре делительного эллипса

Как видно на графиках, за один оборот сателлита выходной вал механизма с осью вращения в фокусе делительного эллипса делает одну остановку, а выходной вал механизма с осью вращения в центре делительного эллипса — две остановки. Угол поворота входного вала, за который вал сателлита делает один оборот, определяется передаточным отношением цилиндрических зубчатых колес.

**Практическое применение планетарных механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами.** Геометрический анализ синтезированных механизмов показал, что применение эллиптических колес с заданными размерами обеспечивает движение выходного звена с остановками при непрерывном движении входного звена. Конструктивное исполнение планетарных механизмов по рис. 1а, б показано на рис. 4.

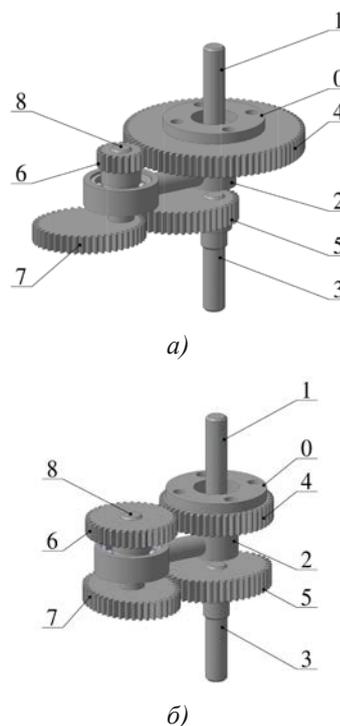


Рис. 4. Конструктивное исполнение планетарных механизмов: а — оси вращения в фокусе делительного эллипса; б — оси вращения в центре делительного эллипса

Разработанные механизмы работают следующим образом. Входному валу 1 сообщается вращательное движение, которое передается водилу 2, благодаря чему цилиндрическое зубчатое колесо 6 обкатывается вокруг неподвижного зубчатого колеса 4. Вращательное движение цилиндрического колеса 6 передается валу 8 сателлита и эллиптическому зубчатому колесу 7, которое приводит в движение эллиптическое зубчатое колесо 5 и, соответственно, выходной вал 3. В момент времени, когда передаточное отношение пары эллиптических колес равно передаточному отношению пары цилиндрических колес, выходной вал 3 останавливается. Далее, скорость выходного вала увеличивается до максимального значения, затем опять уменьшается до нуля. Таким образом, обеспечивается прерывистое движение с остановками выходного звена.

Механизмы прерывистого движения используются преимущественно в конвейерах автоматических линий. Пример использования синтезированного механизма в системе привода конвейера показан на рис. 5.

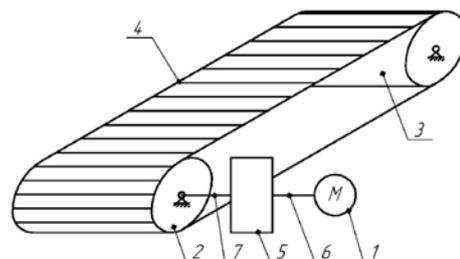
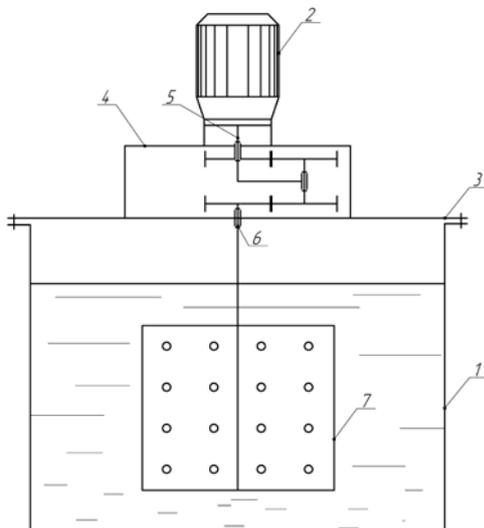


Рис. 5. Привод конвейера дискретного действия: 1 — двигатель; 2 — ведущий шкив; 3 — ведомый шкив; 4 — конвейерная лента; 5 — планетарный механизм прерывистого движения; 6, 7 — входной и выходной валы механизма

Также разработанные передачи можно использовать в качестве исполнительного механизма перемешивающего устройства (рис. 6). Соединив вал двигателя с входным валом планетарного механизма, а на выходном разместив мешалку, получим перемешивающее устройство с прерывистым движением рабочего органа.



**Рис. 6.** Перемешивающее устройство с прерывистым движением рабочего органа: 1 — реактор; 2 — двигатель; 3 — крышка реактора; 4 — исполнительный механизм; 5, 6 — входной и выходной валы исполнительного механизма; 7 — рабочий орган

Многие исследователи отмечают [18–20], что традиционные смесители с постоянной скоростью вращения рабочего органа не позволяют добиться максимальной эффективности процесса перемешивания. Применение механизма прерывистого движения в системе привода перемешивающего устройства позволит повысить перепад скоростей обрабатываемой среды, что приведет к увеличению интенсивности перемешивания и ликвидации застойных зон в реакторе.

**Заключение.** В результате структурного синтеза получены планетарные механизмы с эллиптическими зубчатыми колесами, переменное передаточное отношение которых позволяет реализовать различные виды движения выходного вала. Геометрические исследования показали, что разработанные передачи при определенных размерах звеньев позволяют обеспечить прерывистое движение выходного вала при непрерывном равномерном вращении входного. Так как во время цикла работы не возникает разрыва кинематической цепи, полученные механизмы можно рекомендовать к широкому практическому применению.

*Работа выполнена при поддержке стипендии президента РФ (СП-2763.2019.1).*

#### Литература

1. Фролов К.В. Теория механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1987. 496 с.
2. Popkonstantinovic B., Jeli Z., Miladinovic L. 3D Modeling and Motion Analysis of the Maltese cross (Geneva) Mechanisms

// Proceedings of the 14th IFToMM World Congress. 2015. P. 165–170.

3. Тимофеев Г.А., Барбашов Н.Н., Цибровский А.Н. Проектирование механизма прерывистого движения на базе волновой зубчатой передачи с генератором волн внутреннего деформирования // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2016. № 2. С. 113–124.

4. Харжевский В.А. Синтез рычажных механизмов с выстоем выходного звена с использованием точек распрямления пятого порядка // Вестн. ГГТУ им П.О. Сухого. 2016. № 4. С. 21–27.

5. Семин А.Г., Тимофеев А.М., Локтионов А.В. Исследование механизма с прерывистым движением выходного звена // Вестн. ГГТУ им. П.О. Сухого. 2002. № 3–4. С. 12–16.

6. Шагиахметов А.И. Структурный синтез и анализ зубчато-рычажных механизмов периодического движения с некруглыми зубчатыми колесами // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Машиностроение. 2007. № 25. С. 23–30.

7. Хомченко В.Г., Гебель Е.С., Солонин Е.В. Кинематический анализ рычажных механизмов IV класса с выстоем выходного звена // Омский науч. вестн. 2007. № 2 (56). С. 62–65.

8. Шагиахметов А.И. Динамика зубчато-рычажных механизмов на основе эллиптических колес // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Машиностроение. 2007. № 11. С. 42–47.

9. Zheng F., Hua L., Han X., Li B., Chen D. Linkage model and manufacturing process of shaping non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2016. Vol. 96. P. 192–212.

10. Zheng F., Hua L., Han X., Li B., Chen D. Synthesis of indexing mechanisms with non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2016. Vol. 105. P. 108–128.

11. Freudenstein F., Chen C.K. Variable-ratio chain drives with noncircular sprockets and minimum slack-theory and application // Journal of Mechanical Design. 1991. Vol. 113, № 3. P. 253–262.

12. Litvin F.L., Gonzalez-Perez I., Fuentes A., Hayasaka K. Design and investigation of gear drives with non-circular gears applied for speed variation and generation of functions // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2008. Vol. 197, № 45–48. P. 3783–3802.

13. Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2006. Vol. 41. P. 456–472.

14. Ан И.-К. Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин: дис. ... д-ра техн. наук. Томск, 2001. 220 с.

15. Приходько А.А., Смялягин А.И. Кинематический анализ планетарного зубчатого механизма преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное // Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение. 2016. № 12. С. 21–27.

16. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I., Tsybin A.D. Kinematics of planetary mechanisms with intermittent motion // Procedia Engineering. 2017. Vol. 206. P. 380–385.

17. Смялягин А.И. Теория механизмов и машин. М.; Новосибирск: Инфра-М, 2006. 262 с.

18. Мудров А.Г. Конструкции и модель смешения в аппаратах с мешалкой // Изв. КГАСУ. 2018. № 1. С. 226–233.

19. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Dynamics of rotationally reciprocating stirred tank with planetary actuator // Journal of Physics: Conference Series. 2017. T. 858, № 1. 012026.

20. Date T., Komoda Y., Suzuki H., Hidema R., Suzuki K. Application of a rotationally reciprocating plate impeller on crystallization process // Journal of Chemical Engineering of Japan. 2018. T. 51, № 2. С. 159–165.

## References

1. Frolov K.V. Theory of mechanisms and machines. M.: Vysshaya shkola, 1987. 496 p.
2. Popkonstantinovic B., Jeli Z., Miladinovic L. 3D Modeling and Motion Analysis of the Maltese cross (Geneva) Mechanisms // Proceedings of the 14th IFToMM World Congress. 2015. P. 165–170.
3. Timofeev G.A., Barbashov N.N., Cibrovskij A.N. Designing the intermittent motion mechanism on the basis of wave gear with the internal deformation waves generator // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering. 2016. № 2. P. 113–124.
4. Harzhevskij V.A. Synthesis of linkage mechanisms with output link dwell using fifth-order extension points // Vestn. GGTU im P.O. Suhogo. 2016. № 4. P. 21–27.
5. Semin A.G., Timofeev A.M., Loktionov A.V. Investigations of the mechanism with output link intermittent motion // Vestn. GGTU im P.O. Suhogo. 2002. № 3–4. P. 12–16.
6. Shagiahmetov A.I. Structural synthesis and analysis of gear-link mechanisms of periodic movement with non-circular gears // Bulletin of South Ural State University. Series «Mechanical Engineering Industry». 2007. № 25. P. 23–30.
7. Homchenko V.G., Gebel' E.S., Solonin E.V. Kinematical analysis of linkages of IV class with dwell // Omsk Scientific Bulletin. 2007. № 2 (56). P. 62–65.
8. Shagiahmetov A.I. Dynamics of gear-link mechanisms based on elliptical gears // Bulletin of South Ural State University. Series «Mechanical Engineering Industry». 2007. № 11. P. 42–47.
9. Zheng F., Hua L., Han X., Li B., Chen D. Linkage model and manufacturing process of shaping non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2016. Vol. 96. P. 192–212.
10. Zheng F., Hua L., Han X., Li B., Chen D. Synthesis of indexing mechanisms with non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2016. Vol. 105. P. 108–128.
11. Freudenstein F., Chen C.K. Variable-ratio chain drives with noncircular sprockets and minimum slack-theory and application // Journal of Mechanical Design. 1991. Vol. 113, № 3. P. 253–262.
12. Litvin F.L., Gonzalez-Perez I., Fuentes A., Hayasaka K. Design and investigation of gear drives with non-circular gears applied for speed variation and generation of functions // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2008. Vol. 197, № 45–48. P. 3783–3802.
13. Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2006. Vol. 41. P. 456–472.
14. An I.-K. Synthesis, geometric and strength calculations of rotor hydromachines planetary mechanisms with non-circular gears: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Tomsk, 2001. 220 p.
15. Prihod'ko A.A., Smelyagin A.I. The cinematic analysis of a planetary gear mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion // Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building. 2016. № 12. P. 21–27.
16. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I., Tsybin A.D. Cinematics of planetary mechanisms with intermittent motion // Procedia Engineering. 2017. Vol. 206. P. 380–385.
17. Smelyagin A.I. Theory of mechanisms and machines. M.; Novosibirsk: Infra- M, 2006. 262 p.
18. Mudrov A.G. Design and model mixing in the apparatus with stirrer // News of the Kazan State University of Architecture and Engineering. 2018. № 1. P. 226–233.
19. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Dynamics of rotationally reciprocating stirred tank with planetary actuator // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 858, № 1. 012026.
20. Date T., Komoda Y., Suzuki H., Hidema R., Suzuki K. Application of a rotationally reciprocating plate impeller on crystallization process // Journal of Chemical Engineering of Japan. 2018. Vol. 51, № 2. P. 159–165.