

Прогнозирование напряжений и токов в линии электропередачи трехпроводного исполнения по нагрузке

Г.А. Большанин^{1a}, Е.Г. Скулина^{2b}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Новосибирский государственный технический университет, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирск, Россия

^abolshaning@mail.ru, ^bdream.len@yandex.ru

^a<https://orcid.org/0000-0003-0218-7334>,

^b<https://orcid.org/0000-0003-0080-0684>

Статья поступила 23.07.2019, принята 4.08.2019

Физическую сущность передачи электрической энергии по однородному участку ЛЭП отражает схема распределения волн электромагнитного поля по линейному проводу линии электропередачи. Именно она и использована при формировании методики определения численных значений постоянных интегрирования по выходным напряжениям и токам. Постоянные интегрирования вместе с постоянными распространения волн электромагнитного поля и волновыми сопротивлениями позволяют получить сведения об амплитудных значениях падающих и отраженных волн, обеспечивающих передачу электрической энергии по однородному участку трехпроводной линии электропередачи. Выходные характеристики электрической энергии в составе постоянных интегрирования вместе с взаимными волновыми сопротивлениями позволяют учесть практически все электромагнитные связи между токоведущими частями ЛЭП. Это дает возможность разработать наиболее приемлемые способы оптимизации передачи электрической энергии. Применение предлагаемой методики возможно и в условиях пониженного качества электрической энергии. В этом случае все расчеты выполняются для каждой гармонической составляющей напряжения и тока.

Ключевые слова: отраженная и падающая волна; постоянные интегрирования; волновые сопротивления; напряжение; ток; электромагнитное поле.

Prediction of voltages and currents in the transmission line of the three-conductor version according to the load

G.A. Bolshanin^a, E.G. Skulina^{2a}

¹Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

²Novosibirsk State Technical University; 20, Karl Marks Ave., Novosibirsk, Russia

^abolshaning@mail.ru, ^bdream.len@yandex.ru

^a<https://orcid.org/0000-0003-0218-7334>,

^b<https://orcid.org/0000-0003-0080-0684>

Received 23.07.2019, accepted 4.08.2019

The physical nature of the transmission of electric energy over a homogeneous section of power transmission lines is shown in the scheme of the distribution of waves of an electromagnetic field over a linear wire of a transmission line. This scheme was used in the formation of the methodology for determining the numerical values of the integration constant over the output voltages and currents. The constants of integration, together with the constants of the propagation of waves of the electromagnetic field and the wave resistances, provide information about the amplitude values of the incident and reflected waves, which ensure the transmission of electric energy over a homogeneous section of the three-wire transmission line. The output characteristics of electrical energy in the composition of the integration constant together with mutual wave impedances make it possible to take into account practically all the electromagnetic connections between the current-carrying parts of the transmission lines. It allows to develop the most appropriate ways to optimize the transmission of electrical energy. The application of the proposed technique is possible in the conditions of low quality of electrical energy. In this case, all calculations are performed for each harmonic component of voltage and current.

Keywords: reflected and incident wave; integration constant; wave resistance; voltage; current; electromagnetic field.

Введение

Передача электрической энергии напряжением 35 кВ и выше до отдаленного потребителя обычно выполняется линиями электропередачи (ЛЭП) трехпроводного исполнения. Монтажу, наладке и эксплуатации

ЛЭП, как правило, предшествует прогнозирование результатов передачи электрической энергии. Результаты прогнозирования используются при планировании режимов и оперативном управлении электроснабжением промышленных и иных объектов. При этом, как прави-

ло, известны лишь требования к электрической нагрузке — мощность электрической энергии, которая должна быть доставлена потребителю, и соответствующие ей напряжения и токи.

При прогнозировании передачи электрической энергии сравнительно непротяженные воздушные линии напряжением до 35 кВ традиционно принимают за линии с сосредоточенными параметрами [1]. Однако в ЛЭП протяженностью свыше 200–400 км заметно проявляется волновой характер распространения электрической энергии в проводящей среде, и такие линии электропередачи приходится принимать за линии с распределенными параметрами [2; 3]. При плохом качестве электрической энергии протяженность ЛЭП, при которой приходится учитывать волновые процессы передачи электрической энергии, уменьшается [4].

Передача электрической энергии обеспечивается волнами электромагнитного поля. Этот факт является следствием того, что электричество есть результат действия электромагнитного поля.

Традиционно анализ результатов транспортировки электрической энергии по ЛЭП выполняется для одно-

го провода, а затем распространяется на остальные провода ЛЭП простым умножением на соответствующий коэффициент. При этом полностью игнорируются электромагнитные связи между токоведущими частями ЛЭП [5; 6]. Это справедливо только при условии практически идеального качества электрической энергии.

Передача электрической энергии по ЛЭП трехпроводного исполнения обеспечивается тремя парами волн электромагнитного поля — тремя падающими и тремя отраженными [7]. Этот факт подтверждается уравнениями распределения фазных напряжений и линейных токов по однородному участку трехпроводной ЛЭП [4]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{A(2i-1)} e^{\gamma_i l} + A_{A2i} e^{-\gamma_i l}); \\ \dot{U}_B &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{B(2i-1)} e^{\gamma_i l} + A_{B2i} e^{-\gamma_i l}); \\ \dot{U}_C &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{C(2i-1)} e^{\gamma_i l} + A_{C2i} e^{-\gamma_i l}); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$i_A = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{A2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cAi}} - \frac{A_{A(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cAi}} + \frac{A_{B2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cABi}} - \frac{A_{B(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cABi}} + \frac{A_{C2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cCAi}} - \frac{A_{C(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cCAi}} \right) \right]; \quad (2)$$

$$i_B = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{B2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cBi}} - \frac{A_{B(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cBi}} + \frac{A_{A2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cABi}} - \frac{A_{A(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cABi}} + \frac{A_{C2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cBCi}} - \frac{A_{C(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cBCi}} \right) \right]; \quad (3)$$

$$i_C = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{C2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cCi}} - \frac{A_{C(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cCi}} + \frac{A_{A2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cCAi}} - \frac{A_{A(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cCAi}} + \frac{A_{B2i} e^{-\gamma_i l}}{Z_{cBCi}} - \frac{A_{B(2i-1)} e^{\gamma_i l}}{Z_{cBCi}} \right) \right]; \quad (4)$$

где A_{A2i} и $A_{A(2i-1)}$, A_{B2i} и $A_{B(2i-1)}$, A_{C2i} и $A_{C(2i-1)}$ — пофазные постоянные интегрирования, характеризующие отраженные и падающие волны i -й пары волн электромагнитного поля; γ_i — постоянная распространения i -й пары волн электромагнитного поля; Z_{cAi} , Z_{cBi} и Z_{cCi} — собственные волновые сопротивления линейных проводов A , B и C i -й паре волн электромагнитного поля; Z_{cABi} , Z_{cBCi} и Z_{cCAi} — взаимные волновые сопротивления между линейными проводами i -й паре волн электромагнитного поля; l — расстояние от начала рассматриваемого участка ЛЭП до места на линии электропередачи, где нужно выяснить числен-

ные значения напряжений \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C и токов i_A , i_B , i_C .

Для начала линейных проводов, когда $l = 0$, уравнения (1) – (4) переписуются так:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{A1} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{A(2i-1)} + A_{A2i}); \\ \dot{U}_{B1} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{B(2i-1)} + A_{B2i}); \\ \dot{U}_{C1} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (A_{C(2i-1)} + A_{C2i}); \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$i_A = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{A2i} - A_{A(2i-1)}}{Z_{cAi}} + \frac{A_{B2i} - A_{B(2i-1)}}{Z_{cABi}} + \frac{A_{C2i} - A_{C(2i-1)}}{Z_{cCAi}} \right) \right]; \quad (6)$$

$$i_B = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{B2i} - A_{B(2i-1)}}{Z_{cBi}} + \frac{A_{A2i} - A_{A(2i-1)}}{Z_{cABi}} + \frac{A_{C2i} - A_{C(2i-1)}}{Z_{cBCi}} \right) \right]; \quad (7)$$

$$i_C = \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_{C2i} - A_{C(2i-1)}}{Z_{cCi}} + \frac{A_{A2i} - A_{A(2i-1)}}{Z_{cCAi}} + \frac{A_{B2i} - A_{B(2i-1)}}{Z_{cBCi}} \right) \right]. \quad (8)$$

Уравнения (2) и (6) – (8) позволяют построить схему распределения амплитудных значений одной пары волн электромагнитного поля по линейному проводу однородного участка ЛЭП однопроводного исполнения (рис. 1). По этим уравнениям и по схеме видно, что в каждом линейном проводе однородного участка трехпроводной ЛЭП присутствует 6 волн электромагнитного поля: 2 собственные и 4 наведенных от каждого соседнего линейного провода исследуемой ЛЭП.

Амплитуды волн электромагнитного поля характеризуются постоянными интегрирования. Постоянные интегрирования $A_{A1}, A_{A3}, A_{A5}, A_{B1}, A_{B3}, A_{B5}, A_{C1}, A_{C3}$ и A_{C5} несут ответственность за отраженные волны, а постоянные интегрирования $A_{A2}, A_{A4}, A_{A6}, A_{B2}, A_{B4}, A_{B6}, A_{C2}, A_{C4}$ и A_{C6} — за падающие. Причем величины постоянных интегрирования, ответственных за падающие волны электромагнитного поля, преобладают над величинами постоянных интегрирования, ответственных за отраженные волны.

Для реализации уравнений (1) – (4) необходимы сведения о вторичных параметрах исследуемого однородного участка двухцепной ЛЭП, а именно о постоянных распространения волн электромагнитного поля по однородному участку, волновых сопротивлений и постоянных интегрирования. Для определения вторичных параметров ЛЭП необходимо предварительно определить численные значения первичных параметров этого участка. Это можно сделать с помощью соответствующей справочной литературы [8; 9], аналитически [10–24] или экспериментально [24–26]. И лишь после этого можно рассчитать постоянные распространения волн электромагнитного поля по токоведущим частям ЛЭП и соответствующие волновые сопротивления [4; 24; 27; 28].

Особое внимание следует обратить на методику определения численных значений постоянных интегрирования. Именно они совместно с постоянными распространения волн электромагнитного поля по линейным проводам ЛЭП и соответствующими волновыми сопротивлениями и определяют, судя по рис. 1, амплитудные значения падающих и отраженных волн. Эта методика определена для однородных участков ЛЭП элементарной (бесконечно малой) протяженности [4]. Но для анализа результатов передачи электрической энергии по ЛЭП конечной протяженности это не годится, поскольку в этом случае в многопроводных линиях электропередачи не учитывается электромагнитное воздействие линейных проводов друг на друга. Этот недостаток ликвидирован в [24]. Там представлена методика определения численных значений посто-

янных интегрирования с учетом электромагнитных связей между токоведущими частями ЛЭП. Такая методика применима для анализа передачи электрической энергии по ЛЭП конечной протяженности, но она очень громоздка. В предлагаемом исследовании предпринята попытка преодоления этого недостатка на основании схемы распределения волн электромагнитного поля по линейному проводу ЛЭП трехпроводного исполнения, изображенной на рисунке 1.

Как известно, передача электрической энергии по каждому проводу однородного участка трехпроводного исполнения обеспечивается тремя парами волн электромагнитного поля. Для конца линейных проводов этого участка, судя по рис. 1, этот факт может быть представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} j_{2A} &= \frac{1}{3}(j_{2A}^{(1)} + j_{2A}^{(2)} + j_{2A}^{(3)}); \\ j_{2B} &= \frac{1}{3}(j_{2B}^{(1)} + j_{2B}^{(2)} + j_{2B}^{(3)}); \\ j_{2C} &= \frac{1}{3}(j_{2C}^{(1)} + j_{2C}^{(2)} + j_{2C}^{(3)}), \end{aligned}$$

где $j_{2A}^{(1)}, j_{2A}^{(2)}, j_{2A}^{(3)}, j_{2B}^{(1)}, j_{2B}^{(2)}, j_{2B}^{(3)}, j_{2C}^{(1)}, j_{2C}^{(2)}$ и $j_{2C}^{(3)}$ — доли линейных токов в конце анализируемого участка ЛЭП от каждой пары волн электромагнитного поля.

Причем в каждом линейном проводе каждая пара волн электромагнитного поля проявляется как собственная и как наведенная от соседних проводов. В линейном проводе A эта особенность может быть представлена так:

$$\begin{aligned} j_{2A}^{(1)} &= j_{2A}^{(1A)} + j_{2A}^{(1B)} + j_{2A}^{(1C)}; \\ j_{2A}^{(2)} &= j_{2A}^{(2A)} + j_{2A}^{(2B)} + j_{2A}^{(2C)}; \\ j_{2A}^{(3)} &= j_{2A}^{(3A)} + j_{2A}^{(3B)} + j_{2A}^{(3C)}, \end{aligned}$$

где $j_{2A}^{(1A)}, j_{2A}^{(2A)}$ и $j_{2A}^{(3A)}$ — собственные токи в конце линейного провода A от первой, второй и третьей пар волн электромагнитного поля; $j_{2A}^{(1B)}, j_{2A}^{(2B)}, j_{2A}^{(3B)}$ и $j_{2A}^{(1C)}, j_{2A}^{(2C)}, j_{2A}^{(3C)}$ — токи в конце линейного провода A , наведенные от соседних проводов B и C от первой, второй и третьей пар волн электромагнитного поля.

В таком случае ток в конце линейного провода A может быть представлен следующим образом:

$$j_{2A} = \frac{1}{3}(j_{2A}^{(1A)} + j_{2A}^{(1B)} + j_{2A}^{(1C)} + j_{2A}^{(2A)} + j_{2A}^{(2B)} + j_{2A}^{(2C)} + j_{2A}^{(3A)} + j_{2A}^{(3B)} + j_{2A}^{(3C)}). \quad (9)$$

Схема распределения амплитудных значений волн электромагнитного поля, изображенная на рис. 1, сви-

детельствует о том, что для конца линейного провода A справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} j_{2A}^{(1A)} &= \frac{A_{A2}}{Z_{cA1}} e^{-\gamma l \Sigma} - \frac{A_{A1}}{Z_{cA1}} e^{\gamma l \Sigma}; & j_{2A}^{(1B)} &= \frac{A_{B2}}{Z_{cAB1}} e^{-\gamma l \Sigma} - \frac{A_{B1}}{Z_{cAB1}} e^{\gamma l \Sigma}; & j_{2A}^{(1C)} &= \frac{A_{C2}}{Z_{cCA1}} e^{-\gamma l \Sigma} - \frac{A_{C1}}{Z_{cCA1}} e^{\gamma l \Sigma}; \\ j_{2A}^{(2A)} &= \frac{A_{A4}}{Z_{cA2}} e^{-\gamma 2l \Sigma} - \frac{A_{A3}}{Z_{cA2}} e^{\gamma 2l \Sigma}; & j_{2A}^{(2B)} &= \frac{A_{B4}}{Z_{cAB2}} e^{-\gamma 2l \Sigma} - \frac{A_{B3}}{Z_{cAB2}} e^{\gamma 2l \Sigma}; & j_{2A}^{(2C)} &= \frac{A_{C4}}{Z_{cCA2}} e^{-\gamma 2l \Sigma} - \frac{A_{C3}}{Z_{cCA2}} e^{\gamma 2l \Sigma}; \end{aligned}$$

$$j_{2A}^{(3A)} = \frac{A_{A6}}{Z_{cA3}} e^{-\gamma_3 l_\Sigma} - \frac{A_{A5}}{Z_{cA3}} e^{\gamma_3 l_\Sigma}; \quad j_{2A}^{(3B)} = \frac{A_{B6}}{Z_{cAB3}} e^{-\gamma_3 l_\Sigma} - \frac{A_{B5}}{Z_{cAB3}} e^{\gamma_3 l_\Sigma}; \quad j_{2A}^{(3C)} = \frac{A_{C6}}{Z_{cCA3}} e^{-\gamma_3 l_\Sigma} - \frac{A_{C5}}{Z_{cCA3}} e^{\gamma_3 l_\Sigma}.$$

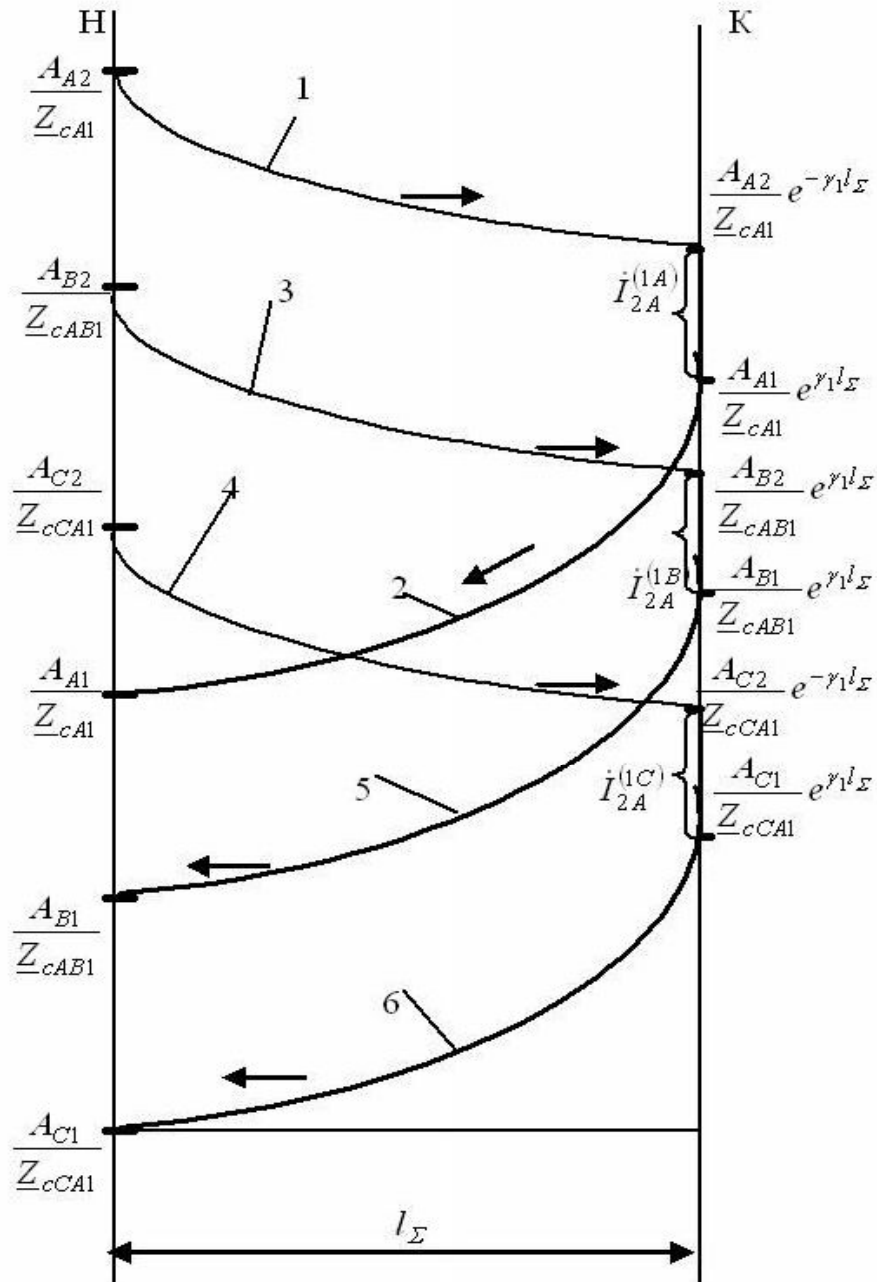


Рис. 1. Схема распределения амплитудных значений первой пары падающих и отраженных волн электромагнитного поля по линейному проводу А однородного участка трехфазной ЛЭП трехпроводного исполнения: 1 — собственная падающая волна; 2 — собственная отраженная волна; 3 — наведенная падающая волна от линейного провода В; 4 — наведенная отраженная волна от линейного провода В; 5 — наведенная падающая волна от линейного провода С; 6 — наведенная отраженная волна от линейного провода С; l_Σ — протяженность всего анализируемого участка ЛЭП

Для упрощения дальнейшего повествования есть смысл выполнить замену и ввести для обозначения действия волн электромагнитного поля символ B :

$$\left. \begin{aligned} B_{A1} &= A_{A1} e^{\gamma_1 l_\Sigma}; B_{A2} = A_{A2} e^{-\gamma_1 l_\Sigma}; B_{A3} = A_{A3} e^{\gamma_2 l_\Sigma}; B_{A4} = A_{A4} e^{-\gamma_2 l_\Sigma}; B_{A5} = A_{A5} e^{\gamma_3 l_\Sigma}; B_{A6} = A_{A6} e^{-\gamma_3 l_\Sigma}; \\ B_{B1} &= A_{B1} e^{\gamma_1 l_\Sigma}; B_{B2} = A_{B2} e^{-\gamma_1 l_\Sigma}; B_{B3} = A_{B3} e^{\gamma_2 l_\Sigma}; B_{B4} = A_{B4} e^{-\gamma_2 l_\Sigma}; B_{B5} = A_{B5} e^{\gamma_3 l_\Sigma}; B_{B6} = A_{B6} e^{-\gamma_3 l_\Sigma}; \\ B_{C1} &= A_{C1} e^{\gamma_1 l_\Sigma}; B_{C2} = A_{C2} e^{-\gamma_1 l_\Sigma}; B_{C3} = A_{C3} e^{\gamma_2 l_\Sigma}; B_{C4} = A_{C4} e^{-\gamma_2 l_\Sigma}; B_{C5} = A_{C5} e^{\gamma_3 l_\Sigma}; B_{C6} = A_{C6} e^{-\gamma_3 l_\Sigma}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В таком случае будут справедливы соотношения:

$$\begin{aligned}
 j_{2A}^{(1A)} &= \frac{B_{A2}}{Z_{cA1}} - \frac{B_{A1}}{Z_{cA1}}; & j_{2A}^{(1B)} &= \frac{B_{B2}}{Z_{cAB1}} - \frac{B_{B1}}{Z_{cAB1}}; & j_{2A}^{(1C)} &= \frac{B_{C2}}{Z_{cCA1}} - \frac{B_{C1}}{Z_{cCA1}}; \\
 j_{2A}^{(2A)} &= \frac{B_{A4}}{Z_{cA2}} - \frac{B_{A3}}{Z_{cA2}}; & j_{2A}^{(2B)} &= \frac{B_{B4}}{Z_{cAB2}} - \frac{B_{B3}}{Z_{cAB2}}; & j_{2A}^{(2C)} &= \frac{B_{C4}}{Z_{cCA2}} - \frac{B_{C3}}{Z_{cCA2}}; \\
 j_{2A}^{(3A)} &= \frac{B_{A6}}{Z_{cA3}} - \frac{B_{A5}}{Z_{cA3}}; & j_{2A}^{(3B)} &= \frac{B_{B6}}{Z_{cAB3}} - \frac{B_{B5}}{Z_{cAB3}}; & j_{2A}^{(3C)} &= \frac{B_{C6}}{Z_{cCA3}} - \frac{B_{C5}}{Z_{cCA3}}.
 \end{aligned}$$

Получается, что коэффициенты $B_{A1}, B_{A2}, B_{A3}, B_{A4}, B_{A5}, B_{A6}, B_{B1}, B_{B2}, B_{B3}, B_{B4}, B_{B5}, B_{B6}, B_{C1}, B_{C2}, B_{C3}, B_{C4}, B_{C5}$ и B_{C6} по своей значимости замещают постоянные интегрирования $A_{A1}, A_{A2}, A_{A3}, A_{A4}, A_{A5}, A_{A6}, A_{B1}, A_{B2}, A_{B3}, A_{B4}, A_{B5}, A_{B6}, A_{C1}, A_{C2}, A_{C3}, A_{C4}, A_{C5}$ и A_{C6} . Количественную связь между этими коэффициентами можно проследить из полученных равенств:

$$\left. \begin{aligned}
 B_{A2} &= j_{2A}^{(1A)} Z_{cA1} + B_{A1}; & B_{A4} &= j_{2A}^{(2A)} Z_{cA2} + B_{A3}; & B_{A6} &= j_{2A}^{(3A)} Z_{cA3} + B_{A5}; \\
 B_{B2} &= j_{2A}^{(1B)} Z_{cAB1} + B_{B1}; & B_{B4} &= j_{2A}^{(2B)} Z_{cAB2} + B_{B3}; & B_{B6} &= j_{2A}^{(3B)} Z_{cAB3} + B_{B5}; \\
 B_{C2} &= j_{2A}^{(1C)} Z_{cCA1} + B_{C1}; & B_{C4} &= j_{2A}^{(2C)} Z_{cCA2} + B_{C3}; & B_{C6} &= j_{2A}^{(3C)} Z_{cCA3} + B_{C5}.
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

На этом этапе исследования следует вспомнить, что каждая составляющая тока обратно пропорциональна соответствующему волновому сопротивлению. Составляющая тока в конце линейного провода A $j_{2A}^{(1A)}$ обратно пропорциональна волновому сопротивлению Z_{cA1} , составляющая тока $j_{2A}^{(2A)}$ — волновому сопротивлению Z_{cA2} , составляющая тока $j_{2A}^{(3A)}$ — волновому сопротивлению Z_{cA3} , составляющая тока $j_{2A}^{(1B)}$ — волновому сопротивле-

нию Z_{cAB1} , составляющая тока $j_{2A}^{(2B)}$ — волновому сопротивлению Z_{cAB2} , составляющая тока $j_{2A}^{(3B)}$ — волновому сопротивлению Z_{cAB3} , составляющая тока $j_{2A}^{(1C)}$ — волновому сопротивлению Z_{cCA1} , составляющая тока $j_{2A}^{(2C)}$ — волновому сопротивлению Z_{cCA2} , а составляющая тока $j_{2A}^{(3C)}$ — волновому сопротивлению Z_{cCA3} . Все это можно записать и так:

$$\begin{aligned}
 \frac{j_{2A}^{(1A)}}{j_{2A}^{(2A)}} &= \frac{Z_{cA2}}{Z_{cA1}} = \gamma_1; & \frac{j_{2A}^{(1A)}}{j_{2A}^{(3A)}} &= \frac{Z_{cA3}}{Z_{cA1}} = \gamma_3; \\
 \frac{j_{2A}^{(1B)}}{j_{2A}^{(2B)}} &= \frac{Z_{cAB2}}{Z_{cAB1}} = \gamma_1; & \frac{j_{2A}^{(1B)}}{j_{2A}^{(3B)}} &= \frac{Z_{cAB3}}{Z_{cAB1}} = \gamma_3; & \frac{j_{2A}^{(1C)}}{j_{2A}^{(2C)}} &= \frac{Z_{cCA2}}{Z_{cCA1}} = \gamma_1; & \frac{j_{2A}^{(1C)}}{j_{2A}^{(3C)}} &= \frac{Z_{cCA3}}{Z_{cCA1}} = \gamma_3; \\
 \frac{j_{2A}^{(1A)}}{j_{2A}^{(1B)}} &= \frac{Z_{cAB1}}{Z_{cA1}} = \frac{Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2}{Z_{0CA}Z_{0BC} - Z_{0AB}Z_{0C}}; & \frac{j_{2A}^{(1A)}}{j_{2A}^{(1C)}} &= \frac{Z_{cCA1}}{Z_{cA1}} = \frac{Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2}{Z_{0AB}Z_{0BC} - Z_{0CA}Z_{0B}}.
 \end{aligned}$$

Эти равенства позволяют выразить все составляющие тока в конце линейного провода A через составляющую $j_{2A}^{(1A)}$:

$$\left. \begin{aligned}
 j_{2A}^{(2A)} &= \frac{\gamma_2}{\gamma_1} j_{2A}^{(1A)}; & j_{2A}^{(3A)} &= \frac{\gamma_3}{\gamma_1} j_{2A}^{(1A)}; \\
 j_{2A}^{(1B)} &= \frac{Z_{0CA}Z_{0BC} - Z_{0AB}Z_{0C}}{Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2} j_{2A}^{(1A)}; & j_{2A}^{(2B)} &= \frac{\gamma_2 (Z_{0CA}Z_{0BC} - Z_{0AB}Z_{0C})}{\gamma_1 (Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2)} j_{2A}^{(1A)}; \\
 j_{2A}^{(3B)} &= \frac{\gamma_3 (Z_{0CA}Z_{0BC} - Z_{0AB}Z_{0C})}{\gamma_1 (Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2)} j_{2A}^{(1A)}; & j_{2A}^{(1C)} &= \frac{Z_{0AB}Z_{0BC} - Z_{0CA}Z_{0B}}{Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2} j_{2A}^{(1A)}; \\
 j_{2A}^{(2C)} &= \frac{\gamma_2 (Z_{0AB}Z_{0BC} - Z_{0CA}Z_{0B})}{\gamma_1 (Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2)} j_{2A}^{(1A)}; & j_{2A}^{(3C)} &= \frac{\gamma_3 (Z_{0AB}Z_{0BC} - Z_{0CA}Z_{0B})}{\gamma_1 (Z_{0B}Z_{0C} - Z_{0BC}^2)} j_{2A}^{(1A)}.
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Если эти равенства подставить в уравнение (9), то после ряда преобразований можно получить формулу для вычисления составляющей тока в конце линейного провода A $i_{2A}^{(1A)}$:

$$i_{2A}^{(1A)} = \frac{3i_{2A}\gamma_1(\underline{Z}_{0B}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)(\underline{Z}_{0B}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2 + \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0B})}. \quad (13)$$

Теперь, вычислив по формуле (13) составляющую тока $i_{2A}^{(1A)}$, по формулам (12) можно вычислить остальные составляющие тока в конце линейного провода A i_{2A} .

Закон распределения напряжения вдоль линейного провода A может быть представлен первым уравнением системы (1). Применительно к концу линейного провода A это уравнение переписывается так:

$$\dot{U}_{2A} = \frac{1}{3}(A_{A1}e^{\gamma_1 l \Sigma} + A_{A2}e^{-\gamma_1 l \Sigma} + A_{A3}e^{\gamma_2 l \Sigma} + A_{A4}e^{-\gamma_2 l \Sigma} + A_{A5}e^{\gamma_3 l \Sigma} + A_{A6}e^{-\gamma_3 l \Sigma}).$$

С учетом равенств (10) это уравнение предстанет в виде:

$$\dot{U}_{2An} = \frac{1}{3}(B_{A1} + B_{A2} + B_{A3} + B_{A4} + B_{A5} + B_{A6}).$$

С учетом равенств (11) уравнение примет иной вид:

$$\dot{U}_{1A} = \frac{1}{3}(2B_{A1} + 2B_{A3} + 2B_{A5} + i_{2A}^{(1A)}\underline{Z}_{cA1} + i_{2A}^{(2A)}\underline{Z}_{cA2} + i_{2A}^{(3A)}\underline{Z}_{cA3}).$$

С учетом формул (12) и (13) уравнение примет вид:

$$3\dot{U}_{2A} = 2B_{A1} + 2B_{A3} + 2B_{A5} + \frac{3\Delta i_{2A}}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)(\underline{Z}_{0B}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2 + \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0B})} = 2B_{A1} + 2B_{A3} + 2B_{A5} + a, \quad (14)$$

$$\text{где: } \Delta = (\underline{Z}_{0B}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2)(\gamma_1\underline{Z}_{cA1} + \gamma_2\underline{Z}_{cA2} + \gamma_3\underline{Z}_{cA3}).$$

Подобные рассуждения применимы и для других линейных проводов однородного участка ЛЭП трехпроводного исполнения. В таком случае напря-

жение в конце линейного провода B , оказывается, можно вычислить по формуле:

$$3\dot{U}_{2B} = 2B_{B1} + 2B_{B3} + 2B_{B5} + \frac{3\Delta i_{2B}}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)(\underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0CA}^2 + \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0BC})} = 2B_{B1} + 2B_{B3} + 2B_{B5} + b. \quad (15)$$

Напряжение в конце линейного провода C рекомендуется вычислять по формуле:

$$3\dot{U}_{2C} = 2B_{C1} + 2B_{C3} + 2B_{C5} + \frac{3\Delta i_{2C}}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)(\underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0B} - \underline{Z}_{0AB}^2 + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0B} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0BC})} = 2B_{C1} + 2B_{C3} + 2B_{C5} + c. \quad (16)$$

Пусть будут известны первичные параметры исследуемого участка ЛЭП, постоянные распространения волн электромагнитного поля по линейным проводам, волновые сопротивления, а также напряжения и токи в конце этого участка. Требуется определить численные значения коэффициентов B_{A1} , B_{A3} , B_{A5} , B_{B1} , B_{B3} , B_{B5} , B_{C1} , B_{C3} и B_{C5} . Для этого есть три уравнения,

(14) – (16), но этого явно мало. Нужно еще шесть уравнений. Для их формирования следует воспользоваться второй и четвертой производными выходных напряжений по переменной l .

Вторая производная напряжения в линейном проводе A , т. е. первого уравнения системы (1), по переменной l имеет вид:

$$\frac{d^2\dot{U}_A}{dl^2} = \frac{1}{3} \left[\gamma_1^2 (A_{A1}e^{\gamma_1 l} + A_{A2}e^{-\gamma_1 l}) + \gamma_2^2 (A_{A3}e^{\gamma_2 l} + A_{A4}e^{-\gamma_2 l}) + \gamma_3^2 (A_{A5}e^{\gamma_3 l} + A_{A6}e^{-\gamma_3 l}) \right].$$

С учетом формул (5) и (10) – (13) вторая производная напряжения в конце линейного провода *A* запишется в таком виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_{2A}}{dl^2} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^2 B_{A1} + 2\gamma_2^2 B_{A3} + 2\gamma_3^2 B_{A5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{2A} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0B}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2 + \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0B})} \right] = \quad (17) \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^2 B_{A1} + 2\gamma_2^2 B_{A3} + 2\gamma_3^2 B_{A5} + d). \end{aligned}$$

Подобные рассуждения применимы и для линейных проводов *B* и *C*. Так, вторая производная в конце линейного провода *B* по переменной *l* оказывается такой:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_{2B}}{dl^2} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^2 B_{B1} + 2\gamma_2^2 B_{B3} + 2\gamma_3^2 B_{B5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{2B} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0CA}^2 + \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0BC})} \right] = \quad (18) \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^2 B_{B1} + 2\gamma_2^2 B_{B3} + 2\gamma_3^2 B_{B5} + f). \end{aligned}$$

Вторая производная напряжения в конце линейного провода *C* по переменной *l* определяется аналогично:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_{2C}}{dl^2} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^2 B_{C1} + 2\gamma_2^2 B_{C3} + 2\gamma_3^2 B_{C5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{2C} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0B} - \underline{Z}_{0AB}^2 + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Z}_{0B} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A}\underline{Z}_{0BC})} \right] = \quad (19) \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^2 B_{C1} + 2\gamma_2^2 B_{C3} + 2\gamma_3^2 B_{C5} + g). \end{aligned}$$

Иначе вторые производные напряжений в конце однородного участка ЛЭП трехпроводного исполнения можно представить следующим образом [4; 25]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_{2A}}{dl^2} &= (\underline{Z}_{0A}\underline{Y}_{0A0} + \underline{Z}_{0A}\underline{Y}_{0AB} + \underline{Z}_{0A}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0CA})\dot{U}_{2A} - \\ &- (\underline{Z}_{0A}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0B0} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} + \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0BC})\dot{U}_{2B} - \\ &- (\underline{Z}_{0A}\underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0C0} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0BC})\dot{U}_{2C} = D; \\ \frac{d^2\dot{U}_{2B}}{dl^2} &= (\underline{Z}_{0B}\underline{Y}_{0B0} + \underline{Z}_{0B}\underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0B}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0BC})\dot{U}_{2B} - \\ &- (\underline{Z}_{0B}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0A0} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0CA})\dot{U}_{2A} - \\ &- (\underline{Z}_{0B}\underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0C0} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0BC})\dot{U}_{2C} = E; \\ \frac{d^2\dot{U}_{2C}}{dl^2} &= (\underline{Z}_{0C}\underline{Y}_{0C0} + \underline{Z}_{0C}\underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0C}\underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0BC})\dot{U}_{2C} - \\ &- (\underline{Z}_{0C}\underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0A0} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0AB})\dot{U}_{2A} - \\ &- (\underline{Z}_{0C}\underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0AB}\underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0B0} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0BC}\underline{Y}_{0AB})\dot{U}_{2B} = F. \end{aligned}$$

Объединение этих уравнений с уравнениями (17) – (19) позволит получить следующее:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3}(2\gamma_1^2 B_{A1} + 2\gamma_2^2 B_{A3} + 2\gamma_3^2 B_{A5} + a) &= D; \\ \frac{1}{3}(2\gamma_1^2 B_{B1} + 2\gamma_2^2 B_{B3} + 2\gamma_3^2 B_{B5} + b) &= E; \\ \frac{1}{3}(2\gamma_1^2 B_{C1} + 2\gamma_2^2 B_{C3} + 2\gamma_3^2 B_{C5} + c) &= F. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Четвертая производная фазного напряжения \dot{U}_A (1) имеет вид:

$$\frac{d^4 \dot{U}_A}{dl^4} = \frac{1}{3} \left[\gamma_1^4 (A_{A1} e^{\gamma_1 l} + A_{A2} e^{-\gamma_1 l}) + \gamma_2^4 (A_{A3} e^{\gamma_2 l} + A_{A4} e^{-\gamma_2 l}) + \gamma_3^4 (A_{A5} e^{\gamma_3 l} + A_{A6} e^{-\gamma_3 l}) \right].$$

Применительно к концу линейного провода A с учетом равенств (10) – (13) это уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \dot{U}_{2A}}{dl^4} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^4 B_{A1} + 2\gamma_2^4 B_{A3} + 2\gamma_3^4 B_{A5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{2A} (\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0B} \underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0BC}^2 + \underline{Z}_{0CA} \underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Z}_{0B})} \right] = \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{A1} + 2\gamma_2^4 B_{A3} + 2\gamma_3^4 B_{A5} + h). \end{aligned} \quad (21)$$

Четвертые производные напряжений в конце линейных проводов B и C по переменной l определяются аналогично:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \dot{U}_{2B}}{dl^4} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^4 B_{B1} + 2\gamma_2^4 B_{B3} + 2\gamma_3^4 B_{B5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{2B} (\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0A} \underline{Z}_{0C} - \underline{Z}_{0CA}^2 + \underline{Z}_{0CA} \underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0C} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A} \underline{Z}_{0BC})} \right] = \\ &(22) \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{B1} + 2\gamma_2^4 B_{B3} + 2\gamma_3^4 B_{B5} + k); \\ \frac{d^4 \dot{U}_{2C}}{dl^4} &= \frac{1}{3} \left[2\gamma_1^4 B_{C1} + 2\gamma_2^4 B_{C3} + 2\gamma_3^4 B_{C5} + \right. \\ &+ \left. \frac{3\Delta i_{21C} (\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4)}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) (\underline{Z}_{0A} \underline{Z}_{0B} - \underline{Z}_{0AB}^2 + \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Z}_{0B} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Z}_{0CA} - \underline{Z}_{0A} \underline{Z}_{0BC})} \right] = \\ &(23) \\ &= \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{C1} + 2\gamma_2^4 B_{C3} + 2\gamma_3^4 B_{C5} + m). \end{aligned}$$

Четвертые производные напряжений в конце однородного участка ЛЭП трехпроводного исполнения можно представить иначе:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \dot{U}_{2A}}{dl^4} &= (\underline{Z}_{0A} \underline{Y}_{0A0} + \underline{Z}_{0A} \underline{Y}_{0AB} + \underline{Z}_{0A} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0CA}) D - \\ &- (\underline{Z}_{0A} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0B0} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} + \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0BC}) E - \\ &- (\underline{Z}_{0A} \underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0C0} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0BC}) F = G; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \dot{U}_{2B}}{dl^4} = & (\underline{Z}_{0B} \underline{Y}_{0B0} + \underline{Z}_{0B} \underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0B} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0BC}) E - \\ & - (\underline{Z}_{0B} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0A0} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0CA}) D - \\ & - (\underline{Z}_{0B} \underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0C0} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0BC}) F = H ; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \dot{U}_{2C}}{dl^4} = & (\underline{Z}_{0C} \underline{Y}_{0C0} + \underline{Z}_{0C} \underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0C} \underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0CA} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0BC}) F - \\ & - (\underline{Z}_{0C} \underline{Y}_{0CA} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0A0} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0CA} + \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0AB}) D - \\ & - (\underline{Z}_{0C} \underline{Y}_{0BC} + \underline{Z}_{0AB} \underline{Y}_{0AB} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0B0} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0BC} - \underline{Z}_{0BC} \underline{Y}_{0AB}) E = J . \end{aligned} \quad (26)$$

Совмещение уравнений (21) – (23) с уравнениями (24) – (26) позволит получить следующее:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{A1} + 2\gamma_2^4 B_{A3} + 2\gamma_3^4 B_{A5} + h) &= G ; \\ \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{B1} + 2\gamma_2^4 B_{B3} + 2\gamma_3^4 B_{B5} + k) &= H ; \\ \frac{1}{3} (2\gamma_1^4 B_{C1} + 2\gamma_2^4 B_{C3} + 2\gamma_3^4 B_{C5} + m) &= J . \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Совместное решение уравнения (14) и первых уравнений систем (20) и (27) позволит получить формулы для вычисления коэффициентов B_{A1} , B_{A3} и B_{A5} :

$$\begin{aligned} B_{A1} &= \frac{3G - 3D(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 3\gamma_2^2 \gamma_3^2 \dot{U}_{2A} - a\gamma_2^2 \gamma_3^2 + d(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) - h}{2\gamma_1^4 - 2\gamma_1(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 2\gamma_2^2 \gamma_3^2} \\ B_{A3} &= \frac{3D - 2B_{A1}(\gamma_1 - \gamma_3^2) - 3\gamma_3^2 \dot{U}_{2A} + a\gamma_3^2 - d}{2(\gamma_2^2 - \gamma_3^2)} ; \\ B_{A5} &= \frac{3\dot{U}_{2A} - a}{2} - B_{A1} - B_{A3} . \end{aligned}$$

Численные значения коэффициентов B_{A2} , B_{A4} и B_{A6} определяются из равенств (11).

Совместное решение уравнения (15) и вторых уравнений систем (20) и (27) дает формулы для вычисления коэффициентов B_{B1} , B_{B3} и B_{B5} :

$$\begin{aligned} B_{B1} &= \frac{3H - 3E(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 3\gamma_2^2 \gamma_3^2 \dot{U}_{2B} - b\gamma_2^2 \gamma_3^2 + f(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) - k}{2\gamma_1^4 - 2\gamma_1(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 2\gamma_2^2 \gamma_3^2} \\ B_{B3} &= \frac{3E - 2B_{B1}(\gamma_1 - \gamma_3^2) - 3\gamma_3^2 \dot{U}_{2B} + b\gamma_3^2 - f}{2(\gamma_2^2 - \gamma_3^2)} ; \\ B_{B5} &= \frac{3\dot{U}_{2B} - b}{2} - B_{B1} - B_{B3} . \end{aligned}$$

Коэффициенты B_{B2} , B_{B4} и B_{B6} определяются из равенств (11).

Совместное решение уравнения (16) и третьих уравнений систем (20) и (27) позволит получить формулы для вычисления коэффициентов B_{C1} , B_{C3} и B_{C5} :

$$\begin{aligned} B_{C1} &= \frac{3J - 3F(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 3\gamma_2^2 \gamma_3^2 \dot{U}_{2C} - c\gamma_2^2 \gamma_3^2 + g(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) - m}{2\gamma_1^4 - 2\gamma_1(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + 2\gamma_2^2 \gamma_3^2} \\ B_{C3} &= \frac{3F - 2B_{C1}(\gamma_1 - \gamma_3^2) - 3\gamma_3^2 \dot{U}_{2C} + c\gamma_3^2 - g}{2(\gamma_2^2 - \gamma_3^2)} ; \\ B_{C5} &= \frac{3\dot{U}_{2C} - c}{2} - B_{C1} - B_{C3} . \end{aligned}$$

Коэффициенты B_{C2} , B_{C4} и B_{C6} вычисляются по формулам (11).

По вычисленным таким образом коэффициентам из равенств (10) определяются численные значения постоянных интегрирования A_{A1} , A_{A2} , A_{A3} , A_{A4} , A_{A5} , A_{A6} , A_{B1} , A_{B2} , A_{B3} , A_{B4} , A_{B5} , A_{B6} , A_{C1} , A_{C2} , A_{C3} , A_{C4} , A_{C5} и A_{C6} . Численные значения этих величин достаточно подставить в уравнения (1) – (4) и выполнить прогнозирование напряжений и токов практически в любой точке на однородном участке ЛЭП трехпроводного исполнения, отстающей от ее начала на расстояние l . Такое прогнозирование выполняется для каждой гармонической составляющей напряжений и токов с последующим обобщением результатов прогнозирования на весь спектр основных характеристик электрической энергии.

Таким образом, разработана методика определения численных значений постоянных интегрирования, необходимых для прогнозирования напряжений и токов на однородном участке ЛЭП трехпроводного исполнения по выходным характеристикам электрической энергии. Постоянные интегрирования вместе с постоянными распространения волн электромагнитного поля и волновыми сопротивлениями позволят получить сведения об амплитудных значениях падающих и отраженных волн, обеспечивающих передачу электрической энергии по однородному участку трехпроводной линии электропередачи. Общее представление об амплитудах этих волн позволит получить схема их распределения по линейному проводу исследуемой ЛЭП, изображенная на рисунке. Этих сведений достаточно для выполнения прогнозирования напряжений и

токов на однородном участке ЛЭП трехпроводного исполнения.

Результаты описываемого здесь исследования могут быть использованы на стадии проектирования, реконструкции и эксплуатации ЛЭП трехпроводного исполнения для прогнозирования напряжений и токов на различных участках линии электропередачи. Прогнозирование амплитудных значений падающих и отраженных волн электромагнитного поля в линейных проводах ЛЭП трехпроводного исполнения позволит детально проанализировать напряжения и токи на однородном участке линии электропередачи. В свою очередь, это позволит разработать наиболее приемлемые способы оптимизации передачи электрической энергии. Причем применение предлагаемой методики возможно и в условиях пониженного качества электрической энергии. В этом случае все расчеты выполняются для каждой гармонической составляющей напряжения и тока с последующим обобщением полученных результатов на весь спектр основных характеристик электрической энергии.

Литература

1. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложносимметричные режимы электрических систем. Иркутск: Издательство Иркут. гос. ун-та, 2005. 273 с.
2. Аррилага Дж., Брэдли Д., Боджер П. Гармоники в электрических системах: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1990. 320 с.
3. Жежеленко И.В. Показатели качества электроэнергии и их контроль на промышленных предприятиях. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 2000. 252 с.
4. Большанин Г.А. Распределение электрической энергии пониженного качества по участкам электроэнергетических систем. В 2-х кн. Братск: БрГУ, 2006. 807 с.
5. Мисриханов М.Ш., Попов В.Д., Якимчук Н.Н., Медов Р.В. Взаимовлияние двухцепных воздушных линий и их воздействие на режимы электрических систем // Электрические станции. 2001. № 2. С. 52-58.
6. Рыжов Ю.П. Дальние электропередачи сверхвысокого напряжения. М.: Издательский дом МЭИ, 2007. 488 с.
7. Костенко М.В., Перельман А.С., Шкарин Ю.П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. М.: Энергия, 1973. 272 с.
8. Электротехнический справочник в 4-х т. Т.3, Производство, передача и распределение электрической энергии / Под общ. ред. профессоров МЭИ В.Г. Герасимова и др. (гл. ред. А.И. Попов). 9-е изд., стер. М.: Издательство МЭИ, 2004. 964 с.
9. Справочник по электроснабжению и электрооборудованию промышленных предприятий и общественных зданий. / Под общ. ред. профессоров МЭИ (ТУ) С.И. Гамазина, Б.И. Кудрина, С.А. Цырука. М.: Издательский дом МЭИ, 2010. 745 с.
10. Мюльбаер А.А. Особенности расчета наведенного напряжения на отключенной цепи двухцепной воздушной линии электропередачи // Научный вестник НГТУ. 2016. Том 64. № 3. С. 146-160.
11. Гасаненко Л.Б. Импеданс поля низкочастотного прямолинейного тока, приподнятого над горизонтально-слоистой землей // Электромагнитное зондирование и магнитотеллурические методы разведки. Л.: Изд-во ЛГУ, 1968. С. 47-58.
12. Костиков В.У., Пучков Г.Г. Алгоритм и программа расчета на ЭЦВМ коэффициента взаимной индукции провод — диполь на поверхности горизонтально-слоистой земли // Влияние внешних электромагнитных полей на линии связи. Эксплуатационные показатели связи. Омск, 1973. С. 18-24.
13. Панова Е.А., Альбрехт А.Я. Уточненные удельные электрические параметры двухцепных ЛЭП 110 кВ для дистанционного определения места повреждения // Электротехнические системы и комплексы. 2016. № 4 (33). С. 35-40.
14. A. Mason, I. Zamera, J. Gracia, K. Sagastabeitia, P. Eguia, F. Jurado, et. al. Fault location system on double circuit twoterminal transmission lines based on ANNs // Proceeding of 2001 IEEE Porto Power Tech Porto. vol. 3. 2001. P. 5.
15. Булатников М.В., Кадомская К.П., Кандаков С.А., Лавров Ю.А. Определение первичных продольных параметров воздушных и подземных линий электропередачи на основе расчета электромагнитного поля // Электричество. 2016. № 5. С. 17-24.
16. Костенко М.В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле // Электричество. 1955. №10. С. 29-44.
17. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
18. Шелюк С.Н., Суворов А.А. Определение параметров схемы замещения ЛЭП с учетом поперечной проводимости // Материалы шестой Всероссийской научно-технической конференции «Энергетика: экология, надежность, безопасность». Томск: ТПУ, 2000. Т. 1. С. 39-41.
19. Duggan Eammon, Morisson Robert. New technique is developed to determine harmonic impedance // Transmiss and Distrieb. Int., 1992, 3, № 2. Pp. 32, 34.
20. Файбисович В.А. Определение параметров электрических систем: Новые методы экспериментального определения. М.: Энергоиздат, 1982. 120 с.
21. Мельников Н.А., Рокотян С.С., Шеренцис А.Н. Проектирование электрической части воздушной линии электропередачи 330-500кВ / Под общ. ред. С.С. Рокотяна. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Энергия, 1974. 474 с.
22. Большанин Г.А., Большанина Л.Ю. Параметры трехпроводной ЛЭП. Метод восьмиполосника. Братск: Изд-во БрГУ, 2013. 265 с.
23. Большанин Г.А., Большанина Л.Ю. Использование теории восьмиполосника для анализа электропередачи / LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany. Saarbrücken, 2014. 145 с.
24. Большанин Г.А. Передача электрической энергии по ЛЭП одно-, двух- и трехпроводного исполнения. Братск: Изд-во БрГУ, 2016. 313 с.
25. Кротков И.Н. Точные измерения электрической емкости и индуктивности. Схемы, методы, эталоны. М.: Стандартиздат, 1966. 272 с.
26. Большанин, Г.А., Большанина, Л.Ю. Способ определения первичных и обобщенных вторичных параметров однородного участка трехпроводной линии электропередачи методом восьмиполосника. Пат. 2522829 Российской Федерации МПК G 01 R 27/02; заявитель и патентообладатель Братский государственный университет. №2013101260/28; заявл. 10.01.2013; опубл. 20.07.2014.
27. Большанин Г.А. Распределение электрической энергии пониженного качества по однородному трехфазному трехпроводному участку воздушной ЛЭП // Научный вестник НГТУ. 2009. № 4 (37). С. 135-144.
28. Большанин Г.А., Большанина Л.Ю. Прогнозирование напряжений и токов на однородном участке трехпроводной ЛЭП. Братск: ФГБОУ ВПО «БрГУ», 2014. 138 с.

References

1. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Complex symmetric modes of electrical systems. Irkutsk: Izdatel'stvo Irkut. gos. un-ta, 2005. 273 p.
2. Arrilaga Dzh., Bredli D., Bodzher P. Harmonics in electrical systems: Per. s angl. M.: Energoatomizdat, 1990. 320 p.
3. Zhezhenko I.V. Electricity quality indicators and their control in industrial enterprises. 3-e izd., pererab. i dop. M: Energoatomizdat, 2000. 252 p.
4. Bol'shanin G.A. Distribution of low-quality electric energy in sections of electric power systems. V 2-h kn. Bratsk: BrGU, 2006. 807 p.
5. Misrihanov M.Sh., Popov V.D., Yakimchuk N.N., Medov R.V. The interaction of double-circuit overhead lines and their impact on the modes of electrical systems // Elektricheskie stancii. 2001. № 2. P. 52-58.
6. Ryzhov YU.P. Long-range ultra-high voltage power transmission. M.: Izdatel'skij dom MEI, 2007. 488 p.
7. Kostenko M.V., Perel'man A.S., SHkarin YU.P. Wave processes and electrical interference in multi-wire high voltage lines. M.: Energiya, 1973. 272 p.
8. Electrical reference book in 4 v. V.3. Production, transmission and distribution of electrical energy / Pod obshch. red. professorov MEI V.G. Gerasimova i dr. (gl. red. A.I. Popov). 9-e izd., ster. M.: Izdatel'stvo MEI, 2004. 964 p.
9. Handbook of power supply and electrical equipment of industrial enterprises and public buildings / Pod obshch. red. professorov MEI (TU) S.I. Gamazina, B.I. Kudrina, S.A. Cyruka. M.: Izdatel'skij dom MEI, 2010. 745 p.
10. Myul'baer A.A. Specificity of induced voltage calculation in the disconnected circuit of a double-circuit overhead electric power transmission line // Scientific Bulletin of NSTU. 2016. T. 64, № 3. P. 146-160.
11. Gasanenko L.B. The impedance of the field of low-frequency rectilinear current, raised above the horizontally layered ground // Elektromagnitnoe zondirovanie i magnetotelluricheskie metody razvedki. L.: Izd-vo LGU, 1968. P. 47-58.
12. Kostikov V.U., Puchkov G.G. Algorithm and program for calculating on a digital computer the coefficient of mutual induction wire - dipole on the surface of horizontally layered earth // Vliyanie vneshnih elektromagnitnyh polej na linii svyazi. Eksploatacionnye pokazateli svyazi. Omsk, 1973. P. 18-24.
13. Panova E.A., Al'brekht A.YA. Specified Per-Unit Parameters of Double-Circuit 110 kV Overhead Lines for Distant Fault Location // Electrotechnical Systems and Complexes. 2016. № 4 (33). P. 35-40.
14. A. Mason, I. Zamera, J. Gracia, K. Sagastabeitia, P. Eguia, F. Jurado, et. al. Fault location system on double circuit two-terminal transmission lines based on ANNs // Proceeding of 2001 IEEE Porto Power Tech Porto. vol. 3. 2001. P. 5.
15. Bulatnikov M.V., Kadomskaya K.P., Kandakov S.A., Lavrov YU.A. Determining the Primary Longitudinal Parameters of Overhead and Underground Power Linesthrough the Calculation of the Electromagnetic Fiel // Electrichestvo (Electricity). 2016. № 5. P. 17-24.
16. Kostenko M.V. Mutual resistance between air lines taking into account the surface effect in the earth // Electrichestvo (Electricity). 1955. № 10. P. 29-44.
17. Kalantarov P.L., Cejtlin L.A. Inductance Calculation: Spravochnaya kniga. L.: Energoatomizdat, 1986. 488 p.
18. SHelyuk S.N., Suvorov A.A. Determination of parameters of a transmission line equivalent circuit taking into account transverse conductivity // Materialy shestoj Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii «Energetika: ekologiya, nadezhnost', bezopasnost'». Tomsk: TPU, 2000. T. 1. P. 39-41.
19. Duggan Eammon, Morisson Robert. New technique is developed to determine harmonic impedance // Transmiss and Distrib. Int., 1992, 3, № 2. P. 32, 34.
20. Fajbisovich V.A. Determination of parameters of electrical systems: New methods for experimental determination. M.: Energoizdat, 1982. 120 p.
21. Mel'nikov N.A., Rokotyana S.S., SHERencis A.N. Design of the electrical part of the overhead power line 330-500kV / Pod obshch. red. S.S. Rokotyana. 2-e izd. pererab. i dop. M.: Energiya, 1974. 474 p.
22. Bol'shanin G.A., Bol'shanina L.YU. Parameters of a three-wire power line. Eight-terminal method. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2013. 265 p.
23. Bol'shanin G.A., Bol'shanina L.YU. Using eight-pole theory for power transmission analysis / LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany. Saarbrücken, 2014. 145 p.
24. Bol'shanin G.A. Electric power transmission through power lines of one-, two- and three-wire versions. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2016. 313 p.
25. Krotkov I.N. Accurate measurements of electrical capacitance and inductance. Schemes, methods, standards. M.: Standartizdat, 1966. 272 p.
26. Bol'shanin, G.A., Bol'shanina, L.YU. The method for determining the primary and generalized secondary parameters of a homogeneous section of a three-wire power line by the eight-terminal method. Pat. 2522829 Rossijskoj Federacii MPK G 01 R 27/02.; zayavitel' i patentoobladatel' Bratskij gosudarstvennyj universitet. №2013101260/28; zayavl. 10.01.2013; opubl. 20.07.2014.
27. Bol'shanin G.A. Distribution of reduced quality electrical energy over a homogeneous three-phase three-wire section of an overhead power line // Scientific Bulletin of NSTU. 2009. № 4 (37). P. 135-144.
28. Bol'shanin G.A., Bol'shanina L.YU. Prediction of voltages and currents on a homogeneous section of a three-wire power line. Bratsk: FGBOU VPO «BrGU», 2014. 138 p.