УДК 531: 531.44: 621.891 DOI: 10.18324/2077-5415-2019-3-35-43

О корректном применении закона Кулона при использовании экспериментальных характеристик трения. Аппроксимация кривой Штрибека

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
kortavik@mail.ru
https://orcid.org/0000-0002-1331-213X
Статья поступила 15.07.2019, принята 9.08.2019

Приведен краткий обзор существующих аппроксимаций характеристик трения — зависимостей силы трения от скорости скольжения — и их использования для решения прикладных задач. Впервые ставится вопрос о корректности применения закона Кулона при снятии характеристик трения на экспериментальных установках, где одно из двух тел фрикционной пары совершает вращательное движение. Для таких пар трения нарушается необходимое условие применения закона Кулона, а именно: тела должны совершать поступательное движение по отношению друг к другу. А для снятия характеристик трения используются экспериментальные установки только указанного типа. Формальное применение закона Кулона в таких случаях приводит к неверным результатам. Ошибки, вызванные нарушением необходимого условия, исправляются методом кинематических зон. Было установлено следующее. 1. Расширение применения таких экспериментальных характеристик трения на случай поступательного движения тел делать нельзя — это приводит к искажению результатов. 2. Зависимость коэффициента трения от скорости, вопреки существующим представлениям, не будет качественно эквивалентна характеристике трения, если она получена экспериментально указанным способом. 3. Используемые принципы моделирования процесса торможения, например, в железнодорожном и автомобильном транспорте, нуждаются в существенных поправках. Предложен метод определения коэффициентов аппроксимации, которые необходимы для нахождения эффективной прижимной силы, приходящейся на мезозоны скольжения, а через нее и силы трения, в том числе и при наличии верчения. Значения таких коэффициентов можно определить для любой пары фрикционно-теплостойких тел, используя в последующем их как эталонные. Для экспериментальной характеристики трения при наличии смазки — кривой Штрибека — получено простое и в то же время достаточно точное аналитическое выражение, имеющее ясный физический смысл.

Ключевые слова: сухое трение; закон Кулона; сила трения скольжения; характеристика трения; коэффициент трения; зависимость коэффициента трения от скорости; пара трения; метод кинематических зон; кривая Штрибека.

About correct application of Coulomb's law when using experimental characteristics of friction. Approximation of Stribeck’s curve.

V.A. Koronatov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia
kortavik@mail.ru
https://orcid.org/0000-0002-1331-213X
Received 15.07.2019, accepted 9.08.2019

The short review of the existing approximations of characteristics of friction – dependences of friction force on sliding speed, and their use for the solution of applied tasks is provided. The correctness of application of Coulomb’s law at removal of characteristics of friction on experimental installations where one or the other bodies of frictional couple makes rotary motion is considered for the first time. For such couples of friction the necessary condition of application of Coulomb’s law is violated, namely, bodies have to make progress on the relation to each other. To measure the friction characteristics, experimental installations of only the indicated type are used. The formal application of Coulomb’s law in such cases leads to incorrect results. Errors caused by violation of the necessary conditions are corrected by the method of kinematic zones. It is found, that: 1. Expansion of use of such experimental characteristics of friction and in case of progress of bodies leads to distortion of the results. 2. The dependence of coefficient of friction on speed, contrary to the existing representations, is not qualitatively equivalent to characteristic of friction if it is received in an experimentally specified way. 3. The used principles of modeling of process of braking, for example, in the railway and motor transport, need essential amendments. The method for determining the approximation coefficients that are necessary to find the effective clamping force per slip zone, and through it the friction forces, including in the presence of spinning, is proposed. The values of such coefficients can be determined for any pair of friction-heat-resistant bodies, when using them subsequently as reference ones. For experimental characteristic of friction in the presence of such a lubricant as Stribeck’s curve, exact and clear analytical expression is received.

Keywords: dry friction; Coulomb's law; sliding friction force; characteristic of friction; friction coefficient; dependence of coefficient of friction on speed; couple of friction; method of kinematic zones; Stribeck's curve.

Введение

Вопрос о нахождении зависимости силы трения от скорости скольжения, что принято называть характеристикой трения [1], является важным при решении прикладных задач. Это вызвано тем, что точность таких характеристик трения играет определяющую роль при моделировании реальных процессов. Сначала экспериментально определяется характеристика трения, а затем для нее ищется приближенное аналитическое выражение, обычно путем ее аппроксимации — именно такая практика сложилась, например, в теории фрикционных колебаний. Есть и другой путь: при наличии хорошей теории определяется аналитическое выражение, в котором коэффициенты пропорциональности (аппроксимации) находятся путем сравнения найденного аналитического выражения с экспериментальной характеристикой трения. История развития данного вопроса такова, что ввиду отсутствия соответствующей теории обычно идут по первому пути. Например, при описании фрикционных автоколебаний, при наличии нелинейной характеристики трения вначале встает вопрос о том, какую именно аппроксимацию следует взять за основу — квадратичную, кубическую, экспонентную или какую-то другую. При описании процесса торможения в железнодорожном транспорте также необходимо сначала решить вопрос об аппроксимации экспериментальной характеристики трения для пары трения «тормозная колодка–колесо». О существовании каких-либо обоснованных критериев для выбора конкретного вида таких аппроксимирующих функций автору неизвестно.

Возникает вопрос и о нахождении зависимости коэффициента трения от скорости, ведь принято считать, что такая зависимость должна быть качественно эквивалентна характеристике трения. А правильно ли это? Например, когда речь идет о фрикционной паре, где одно из тел совершает не поступательное движение — плоскопараллельное (например, при качении колеса с проскальзыванием) или вращательное (например, при вращении цилиндра во время торможения). А ведь именно последний случай взят за основу при создании экспериментальных установок для снятия характеристик трения. Для наибольшей наглядности того, что такой подход не будет эквивалентен случаю относительного поступательного движения тел, когда выполняется необходимое условие применения закона Кулона, говорит такой простой пример. Представим поступательное скольжение прямолинейного бруса с некоторой скоростью вдоль боковой поверхности вращающегося цилиндра — сначала в направлении вращения, а затем, с такой же скоростью, в противоположную сторону (рис. 1). Спрашивается, в каком случае будет легче добиться скольжения бруса? То есть когда сила трения будет меньше (для большей наглядности можно увеличить коэффициент трения за счет зазубренности поверхности цилиндра). Опыт говорит — тогда, когда направление движений бруса и цилиндра совпадает. Между тем, если здесь использовать обычный подход — формально использовать закон Кулона, что обычно и принято делать,— то никакой разницы ожидать не следует. Сила трения будет определяться одинаково, независимо от направления движений рассматриваемых тел — что, как показывает приведенный пример, не согласуется с опытом. Этот пример говорит о том, что в данном случае закон Кулона напрямую применять нельзя. И о сравнении зависимости коэффициента трения от скорости с характеристикой трения здесь было бы говорить некорректно.

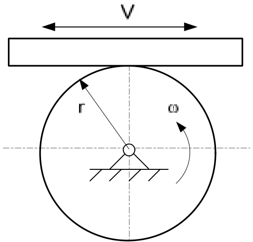

Рис. 1

Заметим, что в случае отсутствия вращения цилиндра никаких противоречий, связанных с использованием закона Кулона, не возникло бы, и общепринятое мнение о качественной эквивалентности характеристики трения и зависимости коэффициента трения от скорости будет справедливо.

О законе Кулона. Закон о трении первоначально был сформулирован в 1508 г. Леонардо да Винчи в неявном виде: «Трение требует удвоения усилий, если вес удваивается», затем, через 200 лет, Амонтоном впервые была дана количественная формулировка (рис. 2): $F = f\,N$, а в 1875 г. Кулоном было предложено ее уточнение (рис. 3): $F = A + fN$. Здесь F — сила трения; f — коэффициент трения как безразмерная величина; N — прижимная сила (нормальная реакция); A — постоянная составляющая, определяющая адгезионное схватывание поверхностей и являющаяся одной из причин несовпадения трения покоя с трением скольжения, т.е. наличия скачка в начале скольжения. В названии этого закона о трении отдадим предпочтение названию «закон Кулона», хотя существуют и другие, не менее распространенные, варианты, такие, например, как «закон Эйлера – Кулона», «Кулона – Морена», «Амонтона», «Амонтона – Кулона». В этих названиях присутствуют имена ученых, внесших наиболее существенный вклад в развитие науки о трении на начальном этапе ее становления: Леонардо да Винчи, Л. Эйлера, Г. Амонтона, Ш. Кулона, А. Морена. В изучение физики процесса трения большой вклад также внесли В.Д. Кузнецов, Ф.П. Боуден, П. Конти, М. Мерчент, Л. Бриллюен, В. Гарди, Э.С. Хайкин, Б.В. Дерягин, И.В. Крагельский и др.

Закон о трении был установлен экспериментально для тел, совершающих поступательное движение при скольжении относительно неподвижной поверхности. Закон Кулона выражает для силы трения F прямую пропорциональную зависимость от прижимной силы

N (реакции опоры), и в настоящее время принято аналитически записывать в одной из ниже приведенных форм [2; 3]:

$$F=\begin{cases} fN\,sign\,\upsilon, \text{при } \upsilon\neq 0;\\ \left[-F_1, F_1\right], \text{при } \upsilon\equiv 0 \ \left(F_1\geq fN\right). \end{cases} \qquad (1)$$

$$F=fN,\ \text{где } f=\begin{cases} f_0\,sign\,\upsilon, \text{при } \upsilon\neq 0;\\ \left[-f_1, f_1\right], \text{при } \upsilon\equiv 0 \ \left(f_1/f_0\geq 1\right). \end{cases} \qquad (2)$$

Здесь F_1 — предельное значение силы трения покоя, при достижении которого тело перестает оставаться неподвижным и начинает скользить (f_1, f_0 — соответственно коэффициенты трения покоя и скольжения); υ — скорость скольжения тел пары относительно друг друга. Если линейная скорость проскальзывания одного тела относительно другого равна нулю ($\upsilon\equiv 0$), то сила трения F называется силой трения покоя, если нет — силой трения скольжения. Значение коэффициента трения f , который находится экспериментально, зависит от физико-механических свойств материалов тел фрикционной пары и состояния трущихся поверхностей в пятне контакта — их чистоты, наличия пленки или смазки, температуры. В неявном виде закон Кулона выражает для силы трения F независимость от контактной площади соприкасающихся тел, а также независимость от относительной скорости υ скольжения тел по отношению друг к другу.

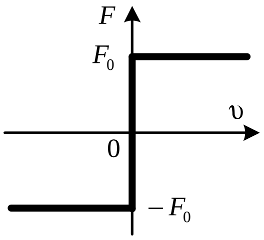

Рис. 2. Закон Амонтона

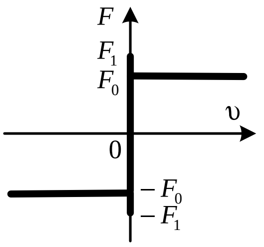

Рис. 3. Закон Кулона

Значения коэффициентов трения f , приводимые в справочниках, соответствуют обычным, среднестатистическим условиям эксплуатации и состоянию окружающей среды, а именно:

1. По чистоте поверхностей соприкосновения тел — должно быть отсутствие загрязнений, каких либо пленок или смазок (при соблюдении этого условия сила трения называется сухим трением).

2. По температуре нагрева — она должна находится в определенном диапазоне, в пределах которого физико-механическая структура поверхностного слоя тел сильно не меняется.

Наблюдения показывают, что их значения не изменяются при небольших отклонениях от обычного температурного режима и времени контакта — длительность общих зон соприкосновения не должна была быть слишком продолжительной или, наоборот, кратковременной. Условие их на не кратковременность контакта при скольжении эквивалентно тому, что скорость скольжения тел относительно друг друга должна быть не столь большой. Заметим, что время контакта и скорость скольжения не могут влиять на физико-механические свойства поверхностей тел напрямую; это влияние может проявляться лишь косвенно — через увеличение межмолекулярного взаимодействия при длительном контакте и повышение температуры при росте скорости проскальзывания.

Приведенные замечания о коэффициенте трения означают, что проводимые расчеты с использованием закона Кулона не могут претендовать на высокую точность. Тем не менее, получаемые результаты, как правило, являются вполне достаточными для инженерной практики. Существенное расхождение теории и практики обычно проявляется тогда, когда указанные выше условия 1, 2 по отдельности или одновременно не выдержаны, а значение коэффициента трения f берется обычное. В таких случаях для изменившихся условий следует уточнить значения коэффициентов трения, так как они могут существенно отличаться от тех значений, которые приводятся в справочниках. Заметные отличия могут наблюдаться и тогда, когда одно из тел фрикционной пары совершает не поступательное движение — например, при качении колеса с проскальзыванием или при торможении вращающегося цилиндра. Подчеркнем еще раз: поступательное движение тел пары относительно друг друга является необходимым условием применения закона Кулона.

Об экспериментальных установках. Для снятия характеристики трения было бы наиболее правильным использовать экспериментальные установки, где тела пары трения движутся поступательно относительно друг друга. Принципиальная схема работы такой установки, которую будем называть установкой 1-го типа, показана на рис. 4.

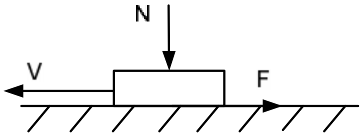

Рис. 4. Принципиальная схема установки 1-го типа

В этом случае соблюдаются необходимые условия для применения закона Кулона. И существующее мнение о том, что зависимость коэффициента трения от скорости скольжения будет эквивалентна характеристике трения, не будет вызывать сомнений при $N=const$. Установки 1-го типа удобны для проведения экспериментов при небольших скоростях скольжения. Именно на такой установке Кулоном была выявлена независимость силы трения от скорости скольжения [3; 4]. При больших скоростях скольжения возникают технические трудности в подготовке поверхностей трущихся тел. Достаточно сказать, что итальянскому ученому Конти при проведении подобных экспериментов пришлось нанимать на месяц двух высококвалифицированных рабочих для обработки наклонной плоскости длиной около 4-х метров на установке, где скорость скольжения тел не могла превышать 2 м/сек [4]. Поэтому установки 1-го типа обычно используются лишь в учебных целях, при проведении опытов с небольшими скоростями скольжения тел. Отметим также, что при таком способе экспериментального определения характеристики трения при малых скоростях могут возникать трудности при снятии точных опытных показаний. Вызваны они возможностью возникновения релаксационного режима автоколебаний — проскальзывания с кратковременными остановками [5–8] — и влиянием электростатики.

Для прикладных и научных целей, когда необходимо изучение движения тел с трением при больших скоростях скольжения, используются установки, где одно из тел совершает вращательное движение [7–12] (рис. 5).

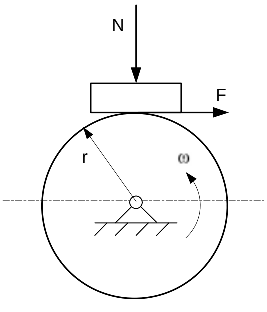

Рис. 5. Принципиальная схема установки 2-го типа

Такие установки (будем их называть установками 2-го типа) по сравнению с установками 1-го типа имеют следующие преимущества: подготовительная работа по зачистке поверхностей здесь минимальна плюс компактность и удобное снятие показаний эксперимента. И хотя здесь нарушается необходимое условие применения закона Кулона, альтернативных установок, насколько известно автору, в настоящее время не существует. На нарушение необходимых условий внимание никем не обращалось, по-видимому, из-за того, что при формальном использовании закона Кулона на определении величины силы трения это никак не сказывалось — она определялась одинаковым образом, как это делалось бы на установке 1-го типа. И, как будет показано ниже, это было неправильно.

Использование установок 2-го типа стало настолько общепринятым, что о них часто никак не упоминают в публикациях, где приводятся экспериментальные характеристики трения (например, [7–12]). Как полагает автор, все известные характеристики трения были получены на установках именно 2-го типа. Такое положение делает еще более актуальной необходимость разобраться в данном вопросе, а именно: насколько несоблюдение необходимого условия использования закона Кулона влияет на получаемые результаты и каким образом этот закон можно корректно применять в таких случаях.

О характеристиках трения. Как уже отмечалось, при формулировке своего закона Кулон первоначально утверждал о независимости силы трения от скорости скольжения [3; 4], что было подтверждено им опытным путем. Однако в последующем им и другими исследователями такое утверждение было подвергнуто сомнениям при больших скоростях скольжения [4; 8–13] (по-видимому, вследствие экспериментов уже на установках 2-го типа). К таким выводам подталкивала и практика эксплуатации железнодорожного транспорта, развитие которого переживало подъем в тот период. Было замечено, что при увеличении скорости движения поезда сила торможения (трения) заметно уменьшается. Способствовало этому и появление первых работ по теории фрикционных автоколебаний — Ван-дер-Поля, Дерягина, Кайдановского, Пуша, Толстого и др. [5–7; 13].

В настоящее время общепринятыми считаются следующие характеристики трения, представленные на рис. 2, 3, 6–8.

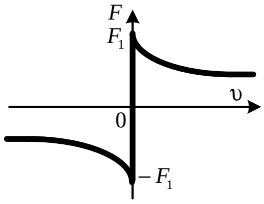

Рис. 6. Гиперболическая зависимость

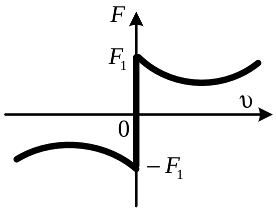

Рис. 7. Параболическая зависимость

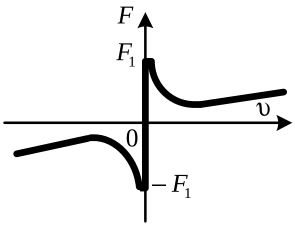

Рис. 8. Кривая Штрибека

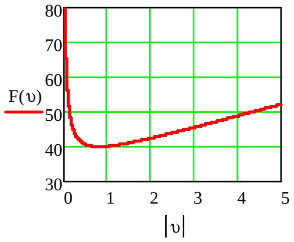

Рис. 9. Аппроксимация кривой Штрибека

Считается, что эти характеристики трения близки к экспериментальным. Характеристики трения на рис. 2, 3, 6 соответствуют сухому трению. Первые две характеристики [2; 3] (рис. 2 и 3) предельно просты, используются для упрощенного анализа механических систем и отличаются друг от друга только наличием (отсутствием) скачка в начале скольжения. Третья (рис. 6), нелинейная, с зависимостью силы трения, близкой к гиперболическому закону [1; 14–18], применяется для более точного описания систем. Характеристики трения на рис. 7, 8 соответствуют действию сухого трения, при наличии смазки [17–22]: на рис. 7 — соответствует идеализированной кривой, которая не совсем точна, но ее удобно аппроксимировать кубической параболой [8; 15–19] (реже используется квадратичная зависимость); на рис. 8 — соответствует экспериментальной кривой Штрибека, более точной, но которую было трудно представлять в аналитическом виде. Заметим, что при анализе фрикционных автоколебаний для классических систем (маятник Фроуда, тормозная колодка, модель Ван-дер-Поля для груза на движущейся ленте и т.д.) наибольшее применение получила параболическая характеристика трения, показанная на рис. 7. По-видимому, в значительной степени из-за удобства ее аналитического представления и, возможно, из-за того, что она была выбрана в качестве основной в первых публикациях. Никаких объяснений в пользу такого выбора обычно не приводится. Следует заметить, что для характеристик силы трения, изображенных на рис. 6 –8, иногда отмечается скачок в начале скольжения подобно тому, как это сделано на рис. 3 [18]. И это, по мнению автора, правильно, скачок трения и падающий участок следует учитывать отдельно друг от друга.

Обращает внимание то, что на изображенных характеристиках трения (рис. 6 – 8) нет постоянства значений при малых скоростях, что не согласуется с результатами первых опытов Кулона, определяющих независимость силы трения от скорости скольжения. Более того, на приведенных графиках именно при малых скоростях наблюдается наиболее быстрое изменение силы трения — в виде падающего участка характеристики трения. На такое несоответствие с опытами Кулона почему-то никто внимания не обращает.

Общепринятые аппроксимации характеристик трения, приведенные на графиках (рис. 2, 3 и 6 – 8), записываются в виде следующих формул, которые вводились эмпирически [2; 14-19]:

- постоянная сила трения скольжения на рис. 2, 3: формула (1) или (2);
- гиперболическая зависимость для силы трения скольжения на рис. 6: $F(\upsilon)=\left(\frac{F_1-F_0}{1+a|\upsilon|}+F_0\right)sign\upsilon$;
- зависимость силы трения скольжения в виде кубической параболы на рис. 7, при наличии скачка в начале скольжения: $F(\upsilon)=N\left(f_0 sign\upsilon-a_1\upsilon+a_3\upsilon^3\right)$, и при его отсутствии: $F(\upsilon)=N\left(f_1 sign\upsilon-a_1\upsilon+a_3\upsilon^3\right)$;
- зависимость силы трения скольжения в виде квадратичной параболы на том же рис. 7 при наличии скачка: $F(\upsilon)=N\left(f_0 sign\upsilon-a_1\upsilon+a_2\upsilon^2\right)$, и при его отсутствии: $F(\upsilon)=N\left(f_1 sign\upsilon-a_1\upsilon+a_2\upsilon^2\right)$;
- для рис. 8 — компактные формулы аппроксимации кривой Штрибека неизвестны.

Здесь a, a_1, a_2, a_3 — константы, подлежащие определению; F_1, F_0 — сила трения покоя и скольжения; f_1, f_0 — коэффициент трения покоя и скольжения.

В железнодорожном транспорте при определении закона изменения коэффициента трения f от скорости υ эмпирически вводились следующие формулы [4; 7–12]:

- варианты формулы Боше:

$$f=\gamma+\frac{k-\gamma}{1+c\upsilon},\quad f=f_0\frac{1+a\upsilon}{1+b\upsilon};$$

Здесь $a=0.018; b=0.097;$ $f_0=0.45$ — для сухих поверхностей; $f_0=0.25$ — для влажных;

- формула Петрова: $f=\frac{0.30-0.15}{1+0.15\upsilon}+0.15;$
- формула Пуаре: $f=\frac{k}{1+0.23\upsilon};$

Здесь $k=0.31$ — для очень сухих рельсов; $k=0.22$ — для сухих рельсов; $k=0.14$ — для мокрых рельсов;

- формула Франке: $f=f_1 e^{-c\upsilon}$; где f_1 — трение покоя;
- формула Крагельского – Щедрова:

$$f=(a+b\upsilon)e^{-c\upsilon}+d;$$

Здесь a, b, c, d, k, γ — константы; υ — скорость, *м/сек*;

- формулы НИИЖТ для композиционных тормозных колодок:

$$f=0.44\frac{\upsilon+150}{2\upsilon+150}*\frac{K+20}{4K+20},$$

для стандартных чугунных колодок:

$$f=0.6\frac{\upsilon+100}{5\upsilon+100}*\frac{16K+100}{80K+100}.$$

Здесь K — сила давления на тормозную колодку в тоннах; υ — скорость, *км/ч*. Обычно для колодок всех видов $K=1.75$. Тогда $f=0.32\frac{100}{3\upsilon+100}$.

Почти все эти эмпирические формулы соответствуют гиперболическому закону и наиболее близки к графику на рис. 6. Напомним, что зависимость $f(\upsilon)$ ранее считалась качественно эквивалентной характеристике $F(\upsilon)$.

Применение метода кинематических зон. В тех случаях, когда одно из тел пары трения (или даже оба) совершает непоступательное скольжение, силу трения нельзя определять по формулам (1) или (2) —здесь закон Кулона напрямую неприменим. И характеристика трения в таких случаях не будет соответствовать зависимости коэффициента трения скольжения от скорости. Для доказательства этого применим качественно новую теорию качения [23–27], показывающую, как корректно использовать закон Кулона в таких случаях, и дающую возможность определять силу трения скольжения и при непоступательном скольжении одного или обоих тел фрикционной пары.

Согласно новой теории качения, основанной на методе кинематических зон, для нахождения силы трения скольжения без учета верчения следует использовать формулу [23; 24]:

$$F=F_0\frac{|\upsilon|+\Delta_0}{|\upsilon|+b_0 r|\omega|+\Delta_0},\ F_0=F|_{\omega\equiv 0}=fN_0; \qquad (3)$$

здесь υ, ω — соответственно линейная скорость скольжения и частота вращения $(\upsilon=V-r\omega$, где V — скорость центра колеса (цилиндра)); r — радиус колеса (цилиндра); Δ_0, b_0 – коэффициенты аппроксимации, которые определяются экспериментально; N_0 — реакция опоры, которая обычно равна прижимной силе; знак модуля учитывает возможность отрицательных значений для кинематических скоростей в общем случае. Эта формула применима для случаев качения колеса (цилиндра) с проскальзыванием. Для частных случаев, когда колесо буксует на месте, или при работе экспериментальных установок 2-го типа для снятия характеристик трения, т.е. когда $\upsilon=\omega r$, вместо формулы (3) следует использовать зависимость (4):

$$F=fN_0\frac{r\omega+\Delta_0}{r(b_0+1)\omega+\Delta_0}\ . \qquad (4)$$

В формуле (4) учтено, что в текущий момент времени на кинематическую зону скольжения пятна контакта будет приходиться не вся прижимная сила N_0, а только ее часть. Она будет прямо пропорциональна той части от площади всего пятна контакта, которая приходится на кинематическую зону скольжения, т.е. $N_0 \frac{r\omega + \Delta_0}{r(b_0 + 1)\omega + \Delta_0}$, где коэффициент при силе N_0 определяет величину этой части площади. На зону сцепления будет приходиться оставшаяся часть прижимной силы, которая не влияет на определение силы трения скольжения. Так что для тела качения при определении силы трения F в качестве прижимной силы N_0 следует брать только ту ее часть, которая приходится на зону скольжения, а не всю — как это следовало бы делать при поступательном скольжении тел пары. Эту часть прижимной силы было бы логично назвать эффективной прижимной силой, и ее следует определять как:

$$N_{эф}(\omega) = N_0 \frac{r\omega + \Delta_0}{r(b_0 + 1)\omega + \Delta_0}. \qquad (5)$$

Заметим, что в пятне контакта возникающие кинематические зоны скольжения и сцепления также, как и кинематические зоны в случае скольжения тела с верчением [23; 24], будут иметь очень малые времена жизни на мезомасштабном уровне. Они должны очень быстро менять свое местоположение, чтобы все точки пятна контакта успевали «побывать» в этих двух кинематических зонах на любом, пусть даже очень малом временном интервале, но уже обычного, макромасштабного уровня. На обычном макромасштабном уровне эти кинематические зоны по отдельности, так же как и зоны скольжения и верчения – при скольжении с верчением [23; 24], обнаружить не удастся. Действительно. Если представить обратное, когда возможно одновременное существование таких кинематических зон на обычном макроуровне, это означало бы, что в пятне контакта имеются как неподвижные точки, так и точки скольжения. Такого, как известно, в нашем обычном макромире у твердого тела наблюдаться не может. Кинематические зоны сцепления и скольжения должны иметь очень малые времена жизни мезомасштабного уровня.

О том, что приведенная формула (5) близка к действительности, говорит следующее. В монографии А.В. Чичинадзе [9] приводится характеристика трения для тел пар из фрикционно-теплостойкого материала (для которых $f = const$), в виде равнобочной гиперболической зависимости — что ранее не находило каких либо объяснений. Формула (4) это подтверждает в виде такого же гиперболического закона, что было получено методом кинематических зон. Кроме того, становится ясно, что для нахождения коэффициентов аппроксимации Δ_0, b_0 необходимо сравнить формулу (4) с экспериментальной характеристикой трения тел пары, состоящих из любых фрикционно-теплостойких материалов. А найденные значения для таких коэффициентов аппроксимации можно использовать в последующем как эталонные. Здесь следует подчеркнуть, что коэффициенты аппроксимации Δ_0, b_0 — это чисто кинематические коэффициенты, которые не зависят от температурного режима и материалов тел пар. Такими они считались в методе кинематических зон, где были введены.

Отметим также, что и для силы трения скольжения при наличии верчения [23; 24]:

$$F = F_0 \frac{|\upsilon| + \Delta_0}{|\upsilon| + \kappa_0 \varepsilon |\Omega| + b_0 r |\omega| + \Delta_0}, \; F_0 = fN_0 \qquad (6)$$

коэффициенты аппроксимации Δ_0, b_0 определяются точно также, как это было описано выше для случая скольжения без верчения. Здесь κ_0 — коэффициент аппроксимации; ε — средний радиус пятна контакта; Ω (считаем, что $\Omega > 0$) — угловая скорость верчения прижимного тела вокруг оси, проведенной перпендикулярно к касательной в точке касания тела к боковой поверхности цилиндра (рис. 5, где Ω не показана). Для экспериментальной установки 2-го типа: $\upsilon = r\omega$. Для этого случая скольжения с верчением эффективная прижимная сила будет равна:

$$N_{эф}(\omega) = N_0 \frac{r\omega + \Delta_0}{r(b_0 + 1)\omega + \varepsilon\kappa_0\Omega + \Delta_0}. \qquad (7)$$

Для нахождения коэффициента аппроксимации κ_0 необходимо будет снять еще одну характеристику трения для тех же фрикционно-теплостойких тел пары, но уже при наличии верчения, и сравнить ее с формулой (6) с учетом зависимости (7).

Зависимость коэффициента трения от скорости. Записанная формула (4), в отличие от формул (1) или (2), говорит о том, что характеристика трения не обязательно будет качественно эквивалентна зависимости коэффициента трения от скорости, скорее наоборот. Для дальнейшего заметим также, что зависимости для коэффициента трения от скорости, что приводятся в публикациях и монографиях в настоящее время, правильнее было бы называть характеристиками трения. Это следует из вышеизложенного для общепринятого способа снятия экспериментальных характеристик трения на установках 2-го типа. Поэтому, например, название справочника [12] «Коэффициенты трения. Справочное пособие», возможно, более правильно звучало бы так: «Характеристики трения. Справочное пособие».

Приведенная выше методика для нахождения коэффициентов аппроксимации Δ_0, b_0, κ_0, а через них и $N_{эф}(\omega)$, дает возможность определить закон изменения коэффициента трения от скорости $f(\upsilon)$. Для этого необходима будет еще одна экспериментальная характеристика трения тел пары уже из тех материалов, для которых ищется закон $f(\upsilon)$. Как уже отмечалось, скорость скольжения не может напрямую влиять на силу трения скольжения. Такое влияние создается косвенно — через изменяющийся температурный режим в пятне контакта пары, что должно сказываться на виде экспериментальной характеристики трения.

Исходя из приводимых в специальной литературе экспериментальных характеристик трения, в частности, для колодок железнодорожного транспорта, можно заметить, что все они в той или иной мере близки к гиперболическому закону. В этих характеристиках, помимо температурного влияния, отображается и переменность эффективной прижимной силы, которая тоже меняется по гиперболическому закону согласно формуле (5) или (7). Это говорит о том, что и коэффициент трения тоже должен либо меняться по закону, близкому к гиперболической зависимости, либо будет оставаться постоянным.

Приведенные выше соображения дают основания сформулировать следующее предположение. Влияние температурного режима передается косвенно, через скорость скольжения υ, и определяется через коэффициент трения скольжения, который, будем полагать, изменяется по гиперболическому закону:

$$f(\upsilon) = f_T \frac{\upsilon + \Delta_T}{(b_T + 1)\upsilon + \Delta_T}, \qquad (8)$$

или может быть постоянным, если $b_T = 0$, например, для фрикционно-теплостойких тел. Здесь Δ_T, b_T — температурные коэффициенты аппроксимации, зависят только от температурного режима, который учитывается неявно, а косвенно, через текущую скорость скольжения υ; f_T — коэффициент трения, который может определяться с учетом скачка, при $f_T = f_0$, или без его учета, при $f_T = f_1$, в начале скольжения (f_1, f_0 — обычные коэффициенты трения покоя и скольжения, их значения берутся в справочниках). Тем самым, согласно формулам (5) и (8), закон изменения для силы трения скольжения — характеристики трения определится тоже в виде гиперболической зависимости:

$$F(\upsilon) = f(\upsilon) N_{эф}(\omega) =$$
$$= f_T N_0 \frac{(\upsilon + \Delta_T)(r\omega + \Delta_0)}{[(b_T + 1)\upsilon + \Delta_T][(b_0 + 1) r\omega + \Delta_0]} =$$
$$= \begin{cases} f_T N_0 \left[\dfrac{\upsilon + \Delta}{(b + 1)\upsilon + \Delta} \right]^2, \; при \; \upsilon = r\omega; \\ f_T N_0 \dfrac{\upsilon + \Delta_T}{(b_T + 1)\upsilon + \Delta_T}, \; при \; \omega \equiv 0 \; и \; \upsilon \neq 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Здесь Δ, b — коэффициенты аппроксимации, определяемые через чисто кинематические Δ_0, b_0 и температурные Δ_T, b_T коэффициенты. Коэффициенты аппроксимации Δ, b можно определять и сразу, не определяя чисто кинематические и температурные коэффициенты аппроксимации по отдельности, если не нужно будет определять закон изменения для коэффициента трения скольжения и применять экспериментальную характеристику трения в случаях поступательного движения тел пары.

Для определения температурных коэффициентов аппроксимации Δ_T, b_T необходимо будет сначала определить эффективную прижимную силу $N_{эф}(\omega)$, а затем снять экспериментальную характеристику трения для изучаемой пары тел. Сравнивая полученную характеристику с записанной формулой (9), находятся температурные коэффициенты аппроксимации Δ_T, b_T, а значит, и сам закон изменения коэффициента трения от скорости скольжения.

Последнее выражение в формуле (9) для случая, когда $\omega = 0$, что дает возможность распространить экспериментальную характеристику трения и на случай поступательного движения тел пары.

Следует сделать следующие замечания.

- Коэффициент аппроксимации Δ_T, предположительно, будет иметь большое числовое значение. Это необходимо для того, чтобы характеристика трения была приближенно постоянной для начального диапазона малых скоростей, что было зафиксировано Кулоном в его первых опытах для пар трения при поступательном движении — и что не подтверждалось на экспериментальных установках 2-го типа из-за наличия переменной эффективной прижимной силы $N_{эф}(\omega)$.
- Вопрос о нелинейной зависимости коэффициента трения от скорости $f(\upsilon)$ или его постоянстве (когда $b_T = 0$) может быть решен только с помощью экспериментальной характеристики трения и знания эффективной прижимной силы $N_{эф}(\omega)$.
- Подтверждение того, что коэффициент трения убывает с ростом скорости, как это принято считать в железнодорожном транспорте, будет получено, если удастся доказать, что коэффициент трения непостоянен. На что автор в своих предыдущих статьях [25; 26], собственно, и указывал.
- Неаккуратное использование закона Кулона приводило к тому, что для пар трения, где одно из тел совершает вращательное движение, коэффициент трения определялся неверно (его значение занижалось в $\dfrac{r\omega + \Delta_0}{(b_0 + 1) r\omega + \Delta_0}$ раз, что соответствует той части пятна контакта, которую занимает кинематическая зона скольжения в текущий момент времени).
- Фактически определена «физика» формирования экспериментальной характеристики трения — как результат изменений температурного режима и прижимной силы в кинематической зоне скольжения пята контакта. Изменение прижимной силы определяется методом кинематических зон, дающим возможность применять закон Кулона и при непоступательном скольжении тел.
- Следует отметить, что приведенные рассуждения однозначно говорят о необходимости пересмотра принципов моделирования процессов торможения, используемых в железнодорожном и автомобильном транспорте. До сих пор это делалось в значительной степени на полуэмпирическом уровне, и поэтому было трудно ожидать высокой точности при проведении расчетов.
- Существенно, что, в отличие от приведенных выше эмпирических соотношений, используемых в же-

лезнодорожном транспорте, формулы (4), (8) и (9) для силы трения скольжения вводятся вполне обоснованно, основываясь на методе кинематических зон [23–27]. Они качественно похожи и выражают гиперболические зависимости от скорости.

• Для самого метода кинематических зон были найдены ответы на следующие вопросы: как следует определять коэффициенты аппроксимации в приведенных формулах (3) – (7); как определяется зависимость (8) для коэффициента трения скольжения от скорости скольжения $f(\upsilon)$ — что является необходимым для практического использования теории.

Аппроксимация кривой Штрибека. Кривая Штрибека (Герси – Штрибека) [7; 8; 20–22] определяет характеристику трения при наличии трения покоя, граничного (сухого), смешанного и вязкого трения. Была получена немецким ученым Штрибеком в 1902 г. на экспериментальной установке, которая, согласно приведенной выше классификации, будет относиться к установкам 2-го типа. Эта характеристика состоит из трех разных участков, качественно отличающихся друг от друга, что объясняет возникавшие трудности в ее приемлемой аппроксимации. Существующие попытки, насколько известно автору, приводят к громоздким выражениям и не всегда удачны. Тем не менее, автору на основании изложенной здесь теории удалось сначала предугадать, а затем и проверить на обычном графическом калькуляторе достаточно простую формулу:

$$F = fN\frac{\upsilon+\Delta}{(b+1)\upsilon+\Delta}+\alpha\upsilon^{n}, \qquad (10)$$

для аппроксимации кривой Штрибека.

Один из возможных вариантов графического представления аппроксимации кривой Штрибека (рис. 9), построенной в системе Mathcad при следующих значениях аппроксимирующих коэффициентов:

$$f = 1.5;\ \ N = 80;\ \ \Delta = 0.1;\ \ b = 2.5;\ \ \alpha = 3.5;\ \ n = 1.$$

Нетрудно догадаться о физическом смысле слагаемых в приведенной формуле (10) и самих коэффициентов аппроксимации:

Δ — определяет продолжительность постоянства в начале скольжения (при $\upsilon << 1$) с заданной точностью для участка граничного (сухого) трения (на рис. 9 незаметен из-за малого масштаба);

b — определяет степень крутизны падающего участка для смешанного трения;

α —определяет тангенс угла наклона, зависимости, близкой к прямой (при $n = 1$), для вязкого трения.

Формула (10) говорит о том, что в начале скольжения (при $\upsilon << 1$), где зависимость должна быть почти постоянной, и на падающем участке (при $\upsilon < 1$) наибольшее влияние оказывает сухое трение, а затем уже там, где характеристика трения близка к наклонной прямой (при $\upsilon \geq 1$), преобладает действие вязкого трения.

Меняя соответствующим образом значения этих коэффициентов, можно добиться хорошего приближения для любой экспериментальной характеристики трения Штрибека. Можно и наоборот, исходя из экспериментальной кривой Штрибека в приведенной формуле (10), определить значения коэффициентов аппроксимации с заданной точностью.

Заключение

Получены следующие результаты:

1. Дан краткий обзор существующих аппроксимаций характеристик трения и их использования для решения прикладных задач.

2. Впервые ставится под сомнение существующая методика по обработке экспериментальных данных при снятии характеристики трения на применяемых установках, где одно из тел пары совершает вращательное движение.

3. Взамен прежней методики предлагается новый подход, основанный на методе кинематических зон, который для таких экспериментальных характеристик трения позволяет установить:

- корректный способ применения закона Кулона;
- закон изменения коэффициента трения от скорости (он не будет соответствовать характеристике трения, как это считалось ранее);
- как для случая поступательного движения тел пары применить экспериментальную характеристику трения (она не будет эквивалентна характеристике, когда одно из тел пары вращается).

4. Для практического использования метода кинематических зон предложена методика:

- нахождения кинематических коэффициентов аппроксимации для нахождения эффективной прижимной силы при скольжении;
- нахождения кинематических коэффициентов аппроксимации для нахождения эффективной прижимной силы при скольжении с верчением;
- нахождения температурных коэффициентов аппроксимации для определения закона изменения коэффициента трения.

Тем самым дается возможность аналитического нахождения силы трения скольжения — как с учетом верчения, так и без него — для конкретных случаев, а также и определения зависимости коэффициента трения от скорости.

5. Для кривой Штрибека получено простое и в то же время достаточно точное аналитическое выражение, имеющее ясный физический смысл.

Литература

1. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. М.: Физматгиз, 1963. 472 с.

2. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика». Ин-т компьютерных исслед., 2010. 164 с.

3. Журавлев В.Ф. К истории закона сухого трения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2013. № 4. С. 13-19.

4. Крагельский И.В., Щедров В.С. Развитие науки о трении. М. изд-во Академии наук СССР, 1956. 234 с.

5. Кайдановский Н.Л., Хайкин С.Э. Механические релаксационные колебания. Журн. Техн. Физики, 1933. Т. 3. Вып. 1. С. 91 - 109.

6. Дерягин Б.В., Пуш В.Э., Толстой Д.М. Теория скольжения твердых тел с периодическими остановками (фрикционные автоколебания 1-го рода) // Журн. Техн. Физики. 1936. Т. XXVI. Вып. 6. С. 1329 - 1342.

7. Крагельский И.В. Трение и износ. Изд. 2-е перераб и доп. М.: изд-во «Машиностроение», 1968. 480 с.

8. Крагельский И.В., Гиттис Н.В. Фрикционные автоколебания. М.: Наука, 1987. 183 с.

9. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. М.: Наука, 1967. 232 с.

10. Мур Д. Основы и применения трибоники. М.: Мир. 1978. 488 с.

11. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы рачетов на трение и износ. М.: изд-во «Машиностроение», 1977. 526 с.

12. Крагельский И.В., Виноградова И.Э. Коэффициенты трения. Справочное пособие. М.: изд-во «Машгиз», 1962. 220 с.

13. Van der Pol, B. On relaxation-oscillations, The London, Edinburgh and Dublin Phil. Mag. & J. of Sci. № 2 (7). 1927. Pp. 978-992.

14. Каудерер Г.К. Нелинейная механика. М.: Изд-во иностранной литературы. 1961. 778 с.

15. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука.1981. 588 с.

16. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука. 1987. 384 с.

17. Пановко Г.Я. Лекции по основам теории вибрационных машин и технологий. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. 192 с.

18. Колчин Н.И. Механика машин. Т. 2. М.-Л.: Машгиз. 1963. 536 с.

19. Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений. М.: Физмалит. 2013. 352 с.

20. Боуден Ф.П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел. М. изд-во «Машиностроение», 1968. 544 с.

21. Основы трибологии (трение, износ, смазка) / Под. ред. А.В. Чичинадзе. М.: Машиностроение. 2001. 664 с.

22. Мышкин Н.К., Петроковец .И. Трение, смазка, износ. М.: Книга по Требованию. 2013. 365 с.

23. Коронатов В.А. Обобщение качественно новой теории качения колеса при описании явления шимми // Системы. Методы. Технологии. 2018, № 1 (37). С. 45-55.

24. Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурении, проникании, сверлении и заглаживании //Системы. Методы. Технологии. 2018. № 3 (39). С. 24-32.

25. Коронатов В.А. Ошибка А. Зоммерфельда и о дискуссии применимости голономной механики для задач качения // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 4 (40). С. 20-26.

26. Коронатов В.А. Финал парадокса Пенлеве для тормозной колодки // Системы Методы Технологии. 2019. № 2 (42). С. 44-48.

27. Коронатов В.А. О сухом трении при непоступательном скольжении тела и критика теории Контенсу – Журавлева // Системы Методы Технологии. 2019. № 1 (41). С. 21-28.

References

1. Akhmatov A.S. Molecular physics of boundary friction. M: Fizmatgiz, 1963. 472 p.

2. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.: Izhevsk, Research Center “Regular and chaotic mechanics”. Institute of Computer Research, 2010. 164 p.

3. Zhuravlev V.F. On the history of the law of dry friction // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Solid mechanics. 2013. № 4. Pp. 13-19.

4. Kragelsky I.V., Shchedrov V.S. The development of friction science. M. Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1956. 234 p.

5. Kaydanovsky N.L., Khaikin S.E. Mechanical relaxation vibrations. Journal. Tech. Physicists, 1933/ Vol. 3. № 1. Pp. 91-109.

6. Deryagin B.V., Push V.E., Tolstoy D.M. The theory of sliding solids with periodic stops (frictional self-oscillations of the first kind) // Journal. Tech. Fiziki. 1936. T. XXVI. № 6. Pp. 1329-1342.

7. Kragelsky I.V. Friction and wear. Ed. 2nd revision and add. M.: publishing house "Engineering", 1968. 480 p.

8. Kragelsky IV, Gittis N.V. Frictional auto-vibrations. M.: Nauka, 1987. 183 p.

9. Chichinadze A.V. Calculation and study of external friction during braking. M.: Nauka, 1967. 232 p.

10. Moore D. Fundamentals and applications of tribonics. M.: World. 1978. 488 p.

11. Kragelsky I.V., Dobychin M.N., Kombalov V.S. Basics of friction and wear calculations. M.: publishing house "Machine Building", 1977. 526 p.

12. Kragelsky I.V., Vinogradova I.E. Friction coefficients. Reference manual. M.: publishing house "Mashgiz", 1962. 220 p.

13. Van der Pol, B., On relaxation-oscillations. Lon-don, Edinburgh and Dublin Phil. Mag. & J. of Sci. № 2 (7). 1927. Pp. 978-992

14. Kauderer G.K. Nonlinear mechanics. M.: Publishing house of foreign literature. 1961. 778 p.

15. Andronov A.A., Witt A.A., Khaikin S.E. Theory of oscillations. M.: "Science". 1981. 588 p.

16. Butenin N.V., Neymark Yu.I., Fufaev N.A. Introduction to the theory of nonlinear oscillations. M.: Science. 1987. 384 p.

17. Panovko G.Ya. Lectures on the basics of the theory of vibration machines and technologies. M.: Publishing House of MSTU. N.E. Baw mana. 2008. 192 p.

18. Kolchin N.I. Mechanics of cars. T. 2. M.-L.: Mashgiz. 1963. 536 p.

19. Popov V.L. Mechanics of contact interaction and physics of friction. From nanotribology to the dynamics of earthquakes. M.: FIZMATLIT. 2013. 352 p.

20. Bowden FP, Tabor D. Friction and lubrication of solids. M.: publishing house "Engineering", 1968. 544 p.

21. Fundamentals of tribology (friction, wear, lubrication). Under. ed. A.V. Chichinadze. M.: "Engineering". 2001. 664 p.

22. Myshkin N.K., Petrokovets and. Friction, lubrication, wear. M.: Book on Demand. 2013. 365 p.

23. Koronatov V.A. A generalization of a qualitatively new theory of wheel rolling in the description of the shimmy phenomenon // Systems. Methods Technology. 2018, № 1 (37). Pp. 45-55.

24. Koronatov V.A. A general approach to determining the resistance forces during rolling, sliding of bodies with turning, drilling, penetration, drilling and smoothing // Systems. Methods Technology. 2018. № 3 (39). Pp. 24-32.

25. Koronatov V.A. The mistake of A. Sommerfeld and the discussion of the applicability of holonomic mechanics for rolling problems // Systems Methods Technology. 2018. № 4 (40). Pp. 20-26.

26. Koronatov V.A. The Painlevé paradox finale for the brake pads // Systems Methods Technology. 2019. № 2 (42). Pp. 44-48.

27. Koronatov V.A. On dry friction during non-translational sliding of a body and criticism of the Contensu-Zhuravlev theory // Systems Methods Technology. 2019. № 1 (41). Pp. 21-28.