

10. Bilitza D. International Reference Ionosphere 2000 // Radio Science. 2001. Vol. 36, № 2. P. 261-275.

11. Поляков В.М., Суходольская В.Е., Ивельская М.К., Сутырина Г.Е., Дубовская Г.В., Бузунова М.Ю. Полуэмпирическая модель ионосферы для широкого диапазона геофизических условий. М.: МЦД-Б, 1986. 136 с.

12. Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А. Статистика доплеровского смещения частоты радиоволн, отраженных от параболического ионосферного слоя // Материалы V Всерос. конф. Армандовские чтения «Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред». Муром, 2012. С. 159-163.

References

1. Yakovlev O.I., Yakubov V.P., Uryadov V.P., Paveliev A.G. Propagation of radio waves. M.: LENAND, 2009. 496 p.

2. Gershman B.N., Erukhimov L.M., Yashin Yu.Ya. Wave phenomena in the ionosphere and cosmic plasma. M.: Science. 1984. 392 p.

3. Blagoveshchenskaya N.F. Geophysical effects of active influences in near-Earth space. SPb.: Gidrometeoizdat, 2001. 273 p.

4. Davis K. Radio waves in the ionosphere. M.: Mir, 1973. 504 p.

5. Namazov S.A., Novikov V.D., Khmel'nitsky I.A. Doppler frequency shift during ionospheric propagation of decameter radio waves // Izvestiya Vuzov. Radio Physics. 1975. V. 18. No. 4. P. 473-500.

6. Bogolyubov N.N., Mitropolsky Yu.A. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations. M.: Science, 1974. 503 p.

7. Isimaru A. Propagation and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. In 2 hours. Part 2. M.: Mir, 1981. 320 s.

8. Rytov S.M., Kravtsov, Yu.A., Tatarsky, V.I. Introduction to statistical radiophysics. Part 2: Random fields. M.: Science, 1978. 464 p.

9. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.G. Geometrical optics of non-homogeneous media. M.: Science, 1980. 304 p.

10. Bilitza D. International Reference Ionosphere 2000. Radio Science, v.36, No. 2, 2001. P. 261-275.

11. Polyakov V.M., Sukhodolskaya V.E., Ivetskaya M.K., Sutyryna G.E., Dubovskaya G.V., Buzunova M.Yu. Semiempirical model of the ionosphere for a wide range of geophysical conditions. M.: WDC-B, 1986. 136 p.

12. Vologdin A.G., Prikhodko L.I., Shirokov I.A. The statistics of the Doppler shift of the frequency of radio waves reflected from the parabolic ionospheric layer // V All-Russia. Armandovsky readings "Radiophysical methods in remote sensing of environments" Murom, 2012. P. 159-163.

УДК 519.6, 006.91, 389.14

DOI: 10.18324/2077-5415-2019-2-67-72

Модельная задача динамики и управления уровнем исправности парка измерительной техники

Р.З. Хайруллин^{1а}, П.А. Мотлич^{2б}, И.А. Никитина^{2с}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе 26, Москва, Россия

²Главный научный метрологический центр Министерства обороны Российской Федерации, ул. Комарова 13, Мытищи, Россия

^аzrk@nm.ru, ^бmp.gnmc@mail.ru, ^сnikitina-irina78@mail.ru

^а<https://orcid.org/0000-0002-1214-5069>,

^б<https://orcid.org/0000-0002-8102-8448>,

^с<https://orcid.org/0000-0002-0164-361X>

Статья получена 20.03.2019, принята 25.04.2019

Представлена простейшая динамическая модель, предназначенная для прогнозирования показателя исправности парка измерительной техники за счет закупок новых образцов. Входными данными модели являются количество исправных и неисправных образцов на момент начала прогнозирования, а также вероятности переходов измерительной техники из одного состояния в другое. Переход из состояния «неисправный» в состояние «исправный» обеспечивается как за счет планового ремонта определенной доли неисправных образцов, так и за счет закупок новых образцов вместо неисправных. Основу модели составляет система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В качестве управления выбраны закупки новых исправных образцов измерительной техники. Исследуется случай равномерных закупок на периоде прогнозирования. Предполагается, что каждая закупка компенсируется списанием, в результате чего сохраняется общее количество входящих в парк образцов измерительной техники. Модель позволяет формировать стратегии проведения закупок, обеспечивающие требуемое значение показателя исправности на прогнозируемую дату. Приведены формулы для расчета времени, необходимого для достижения требуемого значения показателя исправности при равномерных закупках. Модель может служить основой для построения оптимальных стратегий закупок и ремонтов.

Ключевые слова: математическая модель; парк измерительной техники; показатель исправности.

Model problem of dynamics and control of health indicator of measuring equipment park

R.Z. Khairullin^{1a}, P.A. Motlich^{2b}, I.A. Nikitina^{2c}

¹Moscow State University of Civil Engineering; 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, Russia

²Main Scientific Metrology Center of the Ministry of Defense of Russian Federation; 13, Komarov St., Mytishi, Russia

^azrk@nm.ru, ^azrk@nm.ru, ^bmp.gnmc@mail.ru, ^cnikitina-irina78@mail.ru

^a<https://orcid.org/0000-0002-1214-5069>,

^b<https://orcid.org/0000-0002-8102-8448>,

^c<https://orcid.org/0000-0002-0164-361X>

Received 20.03.2019, accepted 25.04.2019

The simplest dynamic model is presented, designed to predict the indicator of the serviceability of the measuring equipment park due to the purchase of new types of measuring equipment. The input data of the model are the number of serviceable and faulty samples at the time of the start of the prediction, as well as the probability of transitions of the measuring equipment from one state to another. The transition from a faulty state to a healthy state is ensured both by the scheduled repair of a certain proportion of faulty samples and by purchasing new samples instead of faulty ones. The basis of the model is a system of linear ordinary differential equations with constant coefficients. As a management, purchases of new serviceable samples of measuring equipment were selected. The case of uniform purchases in the forecasting period is investigated. It is assumed that each purchase is compensated by the write-off, as a result of which the total number of samples of the measuring equipment in the park is saved. The model allows the formation of procurement strategies that provide the required value of the health indicator on the forecast date. The formulas for calculating the time required to achieve the required value of the indicator of efficiency with uniform purchases are given. The model can serve as the basis for building optimal procurement and repair strategies.

Keywords: mathematical model; measuring equipment park; health indicator.

Ведущей отраслью, определяющей уровень научно-технического прогресса во всем народном хозяйстве, является машиностроение. Важнейшими его задачами являются реализация достижений научно-технического прогресса, обеспечение комплексной механизации и автоматизации производства, снабжение народно-хозяйственных отраслей новой техникой, удовлетворение населения современными потребительскими товарами. Выполнению этих задач способствует внедрение передовых технологий и прогрессивной технологической оснастки, в том числе позволяющих контролировать технологические процессы, оценивать свойства и качество выпускаемой продукции. В первую очередь это касается парка измерительной техники (ПИТ).

Управление показателями эффективности ПИТ представляется актуальной практической задачей в сфере машиностроения [1–3], вооружения [4; 5], строительства [6], жилищно-коммунального хозяйства [7] и т.д. В работах [8–10] рассмотрены модели управления и прогнозирования показателя исправности ПИТ.

Современные требования по повышению эффективности принимаемых решений в процессе управления развитием ПИТ обусловили необходимость разработки методов, которые позволили бы формировать оптимальные (или близкие к оптимальным), простые и легко реализуемые на практике стратегии закупок и ремонтов [1]. Исследованная в настоящей работе задача управления равномерными закупками, несомненно, представляет практический интерес, поскольку для ряда критериев оптимальности, задаваемых с помощью терминальных и интегральных функционалов, оптимальные стратегии закупок реализуются при кусочно-равномерных закупках.

В настоящей работе представлена простейшая динамическая модель прогнозирования и управления уровнем исправности ПИТ в предположении равномерных закупок. Найдены фазовые траектории системы, соответствующие разным значениям объемов закупок. Части («куски») этих траекторий могут быть использованы при построении оптимальных стратегий закупок.

Описание множества возможных состояний образцов измерительной техники и моделирование переходов состояния. Примем, что по техническому состоянию образцы измерительной техники (ИТ) подразделяются на исправные и неисправные. Обозначим: $N = x_1 + x_2$ — общее количество образцов ИТ, входящих в ПИТ; x_1 — количество исправных образцов; x_2 — количество неисправных образцов ИТ. Для оценки уровня исправности ПИТ будем использовать показатель, равный отношению количества исправных образцов к общему количеству образцов: $P_{ИТ} = x_1 / N$. Общее количество образцов ИТ, входящих в ПИТ, в настоящей работе предполагается неизменным.

Пусть в результате статистической обработки данных за достаточно продолжительный промежуток времени получены следующие вероятности переходов состояний образцов ИТ: p_{12} — вероятность перехода из состояния «исправный» в состояние «неисправный»; p_{11} — вероятность сохранения исправного состояния, причем $p_{11} + p_{12} = 1$; p_{21} — вероятность перехода из состояния «неисправный» в состояние «исправный» в результате проведенного ремонта; p_{22} — вероятность

сохранения неисправного состояния (невозможности отремонтировать неисправный образец ИТ), причем $p_{21} + p_{22} = 1$.

В качестве управления выберем количество закупок Z в единицу времени. Предполагается, что в результате проведенного ремонта образец ИТ переходит из состояния «неисправный» в состояние «исправный». Также предполагается, что покупаемый образец ИТ является исправным. Граф переходов состояний представлен на рис. 1.

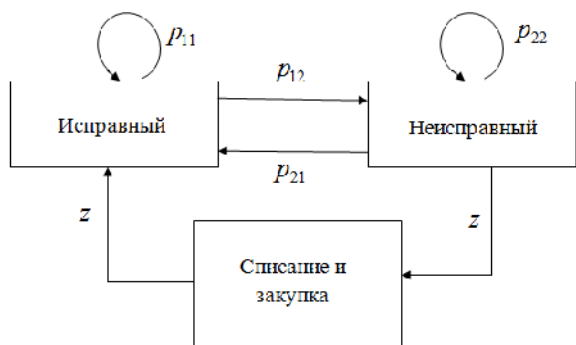


Рис. 1. Граф переходов состояний измерительной техники

При определенных условиях [11–13] система дифференциальных уравнений, описывающих динамику переходов состояний ИТ, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -p_{12}x_1 + p_{21}x_2 + z \\ \frac{dx_2}{dt} = -p_{21}x_2 + p_{12}x_1 - z \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

где T — момент окончания периода прогнозирования (горизонт прогнозирования).

Начальные условия имеют вид:

$$x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20}. \quad (2)$$

Отметим, что решение (1) при начальных условиях (2) в разные моменты времени может выражаться нецелыми числами. Поскольку общее количество образцов ИТ, входящих в ПИТ, достаточно велико, то нецелые решения будем округлять до целых по стандартным правилам округления. Для решения задач прогнозирования такая точность является приемлемой.

Исследуем случай, когда Z является постоянной величиной на отрезке времени $0 \leq t \leq T$.

Предельным (установившимся) режимом назовем процесс, установившийся в системе при $t \rightarrow \infty$ [1]. Система (1) имеет установившееся (предельное) решение $x_{1\infty}, x_{2\infty}$, которое может быть найдено, если приравнять выражения, стоящие в правой части системы, к нулю. Установившееся (предельное) решение удовлетворяет линейному алгебраическому уравнению:

$$-p_{12}x_{1\infty} + p_{21}x_{2\infty} + z = 0.$$

Откуда:

$$x_{2\infty} = \frac{p_{12}}{p_{21}} \cdot x_{1\infty} - \frac{z}{p_{21}}.$$

Если рассматривать последнее соотношение как функцию $x_{2\infty} = f(x_{1\infty})$, то легко видеть, что эта функция является линейной (имеет вид: $y = kx + b$), где k и b — постоянные величины) с угловым коэффициентом $k = \frac{p_{12}}{p_{21}}$ и свободным членом $b = -\frac{z}{p_{21}}$.

Если рассматривать Z как параметр, то параметрическое семейство функций при разных значениях Z представляет собой совокупность параллельных прямых (рис. 2). Значения $x_{1\infty}, x_{2\infty}$, соответствующие разным значениям параметра Z , могут быть найдены как точки пересечения прямой $x_{1\infty} + x_{2\infty} = N$ с соответствующей прямой семейства (1.3). Таким образом, возможные значения $(x_{1\infty}, x_{2\infty})$ лежат на отрезке прямой $x_{1\infty} + x_{2\infty} = N$, заключенном между прямыми, соответствующими $z = 0$ и $x_{2\infty} = 0, x_{2\infty} > 0$.

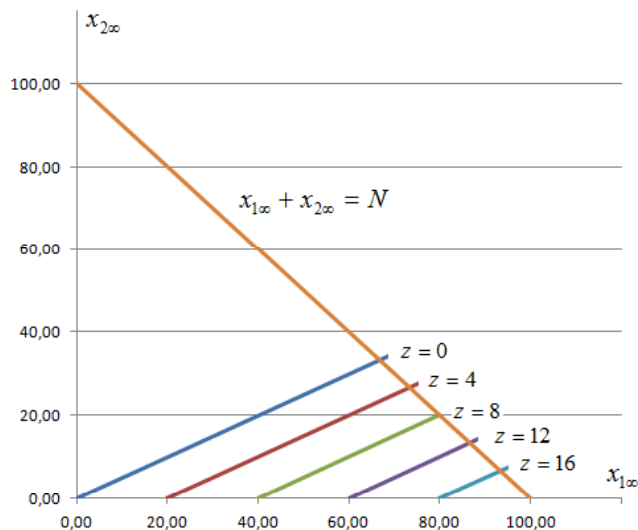


Рис. 2. Линейная зависимость компонентов установившегося решения

Явные выражения для установившихся значений $x_{1\infty}, x_{2\infty}$ имеют вид:

$$x_{1\infty} = \frac{p_{21}N + z}{p_{12} + p_{21}}, \quad x_{2\infty} = \frac{p_{12}N - z}{p_{12} + p_{21}}.$$

Система уравнений (1) с начальными условиями (2) может быть проинтегрирована аналитически:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{p_{21} \cdot N + z}{p_{12} + p_{21}} + \frac{p_{12}x_{10} - p_{21}x_{20} - z}{p_{12} + p_{21}} \cdot e^{-(p_{21}+p_{12}) \cdot t}, \\ x_2(t) &= \frac{p_{12} \cdot N - z}{p_{12} + p_{21}} + \frac{p_{21}x_{20} - p_{12}x_{10} + z}{p_{12} + p_{21}} \cdot e^{-(p_{21}+p_{12}) \cdot t}. \end{aligned} \quad (3)$$

Так, например, при $p_{12} = 0,02, p_{21} = 0,04, x_{10} = 20, x_{20} = 80, z = 0,5$ зависимости $x_1(t)$ и $x_2(t)$ имеют вид, как на рис.3. Видно, что с увеличением времени t ука-

занные зависимости приближаются к своим предельным (установившимся) [7] значениям $x_1(t) \rightarrow x_{1\infty} = 75$, $x_2(t) \rightarrow x_{2\infty} = 25$.

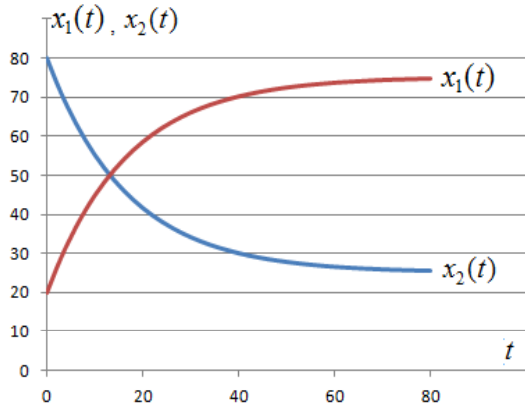


Рис. 3. Динамика изменения количества исправных и неисправных образцов ИТ

При рассматриваемых значениях исходных данных показатель исправности $P_{Ит}$ будет равен одной сотой части от количества исправных образцов. Отметим, что при $\{p_{21} = 0, z = 0\}$ имеет место $x_1(t) \rightarrow x_{1\infty} = 0$, $x_2(t) \rightarrow x_{2\infty} = N$, $P_{Ит}(t) \rightarrow 0$.

Фазовый портрет переменной x_1 (зависимость скорости изменения переменной от самой переменной) при разных значениях объема закупок z приведен на рис. 4. Видно, что чем больше объем закупок, тем больше по модулю скорость изменения (уменьшение) переменной x_1 .

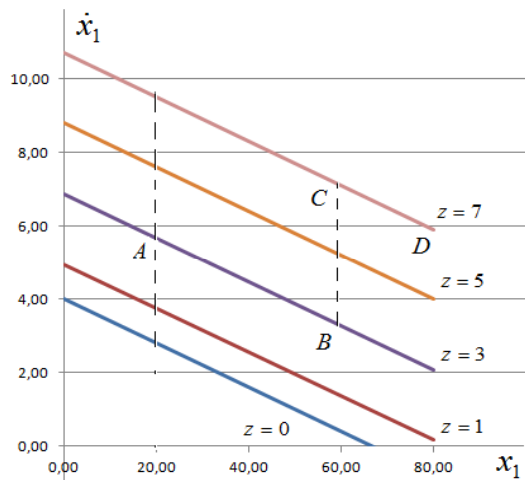


Рис. 4. Фазовый портрет системы (1.1)

Фазовые траектории, соответствующие, например, начальному условию $x_{10} = 20$, начинаются на вертикальной линии $x_1 = 20$. Изменениям состояния системы, происходящим при постоянных закупках, соответствует движение вправо – вниз вдоль соответствующих прямых $z = const$. Например, фазовой траектории $ABCD$ соответствует следующее «развитие» системы: AB – постоянные закупки в количестве $z = 3$; BC – скачкообразное изменение режима закупок; CD –

постоянные закупки в количестве $z = 7$. Точке D соответствует конечное состояние системы $x_{1k} = 80$, причем система придет в точку D за конечное время. Отметим, что фазовая траектория может достичь прямой $\dot{x}_1 = 0$ только за бесконечно большое время.

Если же вместо начальных условий (2) использовать конечные условия:

$$x_1(T) = x_{1k}, x_2(T) = x_{2k}, \tag{4}$$

то решение системы (1.1) примет вид:

$$x_1(t) = \frac{p_{21} \cdot N + z}{p_{12} + p_{21}} + \frac{p_{12}x_{1k} - p_{21}x_{2k} - z}{p_{12} + p_{21}} \cdot e^{-(p_{21} + p_{12}) \cdot (t - T)},$$

$$x_2(t) = \frac{p_{12} \cdot N - z}{p_{12} + p_{21}} + \frac{p_{21}x_{2k} - p_{12}x_{1k} + z}{p_{12} + p_{21}} \cdot e^{-(p_{21} + p_{12}) \cdot (t - T)}. \tag{5}$$

Из соотношений (3), (5) может быть получена явная формула для вычисления объема закупок, равномерно распределенного на отрезке $0 \leq t \leq T$, в зависимости от заданного количества исправных образцов на момент начала прогнозирования, периода прогнозирования и требуемого значения исправных образцов на момент окончания периода прогнозирования:

$$z = \frac{p_{12}x_{1k} - p_{21}x_{2k} + (p_{21}x_{20} - p_{12}x_{10})e^{-(p_{21} + p_{12}) \cdot T}}{1 - e^{-(p_{21} + p_{12}) \cdot T}}. \tag{6}$$

На рис. 5 представлена зависимость объема закупок от продолжительности периода прогнозирования для разных сочетаний количества исправных образцов на момент начала прогнозирования и требуемого значения исправных образцов на момент окончания прогнозирования.

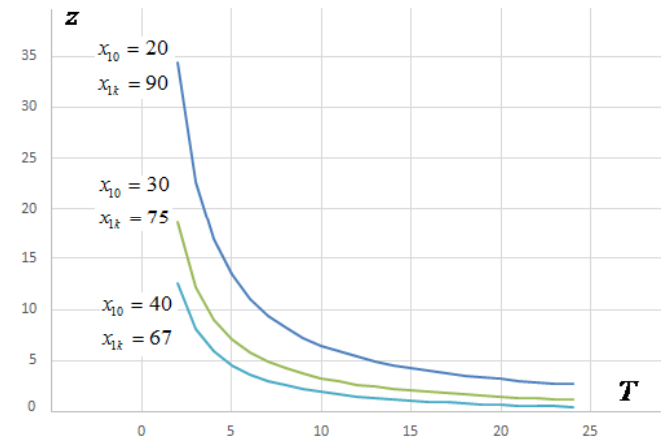


Рис. 5. Зависимость объема закупок от продолжительности периода прогнозирования для разных сочетаний количества исправных образцов на момент начала прогнозирования и требуемого значения исправных образцов на момент окончания прогнозирования

На рисунке видно, что с увеличением времени прогнозирования объемы закупок, обеспечивающие достижение показателем исправности требуемого значения, стремятся к установившимся значениям. Отметим также, что при необходимости достижения требуемого значения показателя исправности за достаточно короткое время необходим большой объем закупок.

Время, необходимое для обеспечения требуемого значения показателя исправности от начального количества исправных образцов и количества закупок и ремонтов, вычисляется по формуле:

$$T = \frac{1}{p_{21} + p_{12}} \ln \left(\frac{(p_{21} + p_{12})x_{10} - p_{21}N - z}{(p_{21} + p_{12})x_{1K} - p_{21}N - z} \right).$$

Здесь x_{1K} — количество исправных образцов на момент окончания прогнозирования. Указанная зависимость представлена на рис. 6.

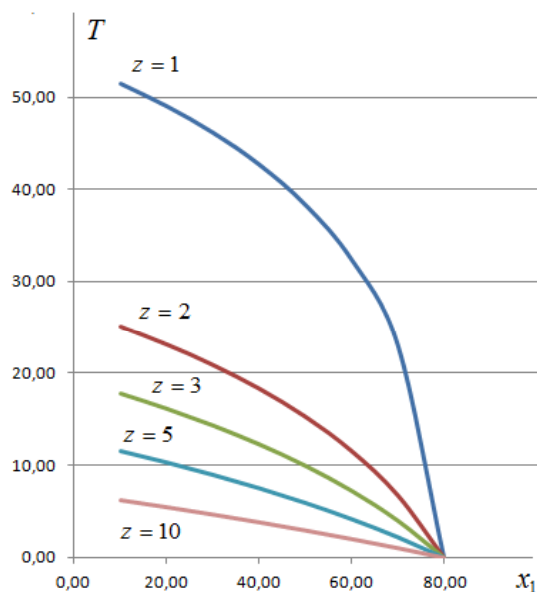


Рис. 6. Зависимость времени, необходимого для обеспечения требуемого значения показателя исправности, от начального количества исправных образцов для разных значений количества закупок

Обсуждение

Представленная в статье модель позволяет на качественном уровне исследовать основные закономерности изменения количественного состава парка ИТ для случая равномерных закупок.

Поскольку система уравнений является линейной и управление входит в систему также линейно, то, если при постановке оптимизационной задачи наложить ограничение на управление, оптимальное управление будет представлять собой кусочно-постоянную функцию [14–16]. Из полученных в настоящей статье решений системы с постоянным управлением (постоянными закупками) можно эффективно синтезировать оптимальное управление для различных критериев качества, задаваемых с помощью терминальных и интегральных функционалов [14–22].

Заключение

Построена математическая модель для прогнозирования показателя исправности парка измерительной техники, а также управления количеством исправных образцов за счет своевременных закупок новых образцов измерительной техники.

1. Проведено исследование модели для случая постоянных закупок на интервале прогнозирования. Построены аналитические решения модели и фазовый

портрет соответствующей системы дифференциальных уравнений. Найдены основные зависимости, описывающие динамику изменения количественного состава парка измерительной техники.

2. Полученные результаты могут служить основой для построения оптимальных стратегий закупок и ремонтов. При использовании критериев оптимизации и ограничений, задаваемых терминальными и интегральными функционалами, оптимальные стратегии закупок могут быть «склеены» из участков, соответствующих постоянным закупкам.

Литература

1. Акбердин Р.З. Экономические проблемы технического перевооружения машиностроительного производства. М.: Моск. ин-т управления, 1990. 47 с.
2. Корниенко А.А. Выбор варианта развития парка технологического оборудования. // Кузнечно-штамповочное производство. 2005. № 9. С. 46-49.
3. Кузнецова С.Н. Анализ факторов создания и функционирования промышленных парков // Многоуровневое общественное воспроизводство: вопросы теории и практики: сб. ст. Иваново, 2012. С. 232-242.
4. Буренок В.М., Погребняк Р.Н., Скотников А.П. Методология обоснования перспектив развития средств вооруженной борьбы общего назначения. М.: Машиностроение, 2010. 368 с.
5. Дьяков А.Н., Решетников Д.В., Бояршинов С.Н. Моделирование системы поддержания работоспособного состояния сложных технических систем // Вооружение и экономика. 2016. № 3 (36). С. 35-43.
6. Бурков В.Н., Джавахадзе Г.С. Экономико – математические модели управления производством строительных материалов. М.: ИПУ РАН, 1996. 69 с.
7. Лифанов И.С., Шерстюков Н.Г. Метрология, средства и методы контроля качества в строительстве. М., 1979. 225 с.
8. Khayrullin R.Z., Ivanov P.S. Step-by-step control of target efficiency indices of the control and measuring equipment stock applied in construction and housing and communal services. 2-d International Conference of Material Science and nanotechnology, MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 170. 01010. 5 p.
9. Хайруллин Р.З. Модельная задача динамики и управления показателем исправности парка измерительной техники // Научное обозрение. 2017. № 18. С. 131-135.
10. Хайруллин Р.З. К разработке математической модели прогнозирования уровня исправности парка измерительной техники // Научное обозрение. 2016. № 22. С. 243-247.
11. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Наука, 1972. 552 с.
12. Хайруллин Р.З. К построению стратегий закупок и ремонтов измерительной техники на основе свойств стационарных решений динамических систем // Измерительная техника. 2018. № 10. С. 66-71.
13. Маричев П.А., Корнев А.С., Хайруллин Р.З. Программно - целевое планирование и управление развитием парка контрольно – измерительной техники // Вестн. МГСУ. 2018. Т. 13, Вып. 1 (112). С. 71-79.
14. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 391 с.
15. Bryson A., Ho, Y. Applied Optimal Control. Blaisdell Publishing, Waltham, MA., 1969.
16. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.
17. Myerson R.B. Games theory: analysis of conflict. London: Harvard University Press, 1991.

18. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995.

19. Nisan N., Roughgarden T., Tardos E., Vazirani V. Algorithmic game theory. N.-Y.: Cambridge University Press, 2009.

20. Broomhead D.S., Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks // Complex Systems. 1988. № 2.

21. Cichocki A., Unbehauen R. Neural Networks for Optimization and Signal Processing. Wiley, 1993. 548 p.

22. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / пер. с польс. И.Д. Рудинского. М.: Горячая линия. Телеком, 2006. 452 с.

References

1. Akberdin R.Z. Economic problems of technical re-equipment of machine-building production. Moscow. Moscow Institute of Management. 1990. 47 p.

2. Kornienko A.A. The choice of options for the development of the park of technological equipment. // Forging and stamping production. 2005. № 9. S. 46-49.

3. Kuznetsova S.N. Analysis of factors of creation and functioning of industrial parks // Multilevel social reproduction: questions of theory and practice. Ivanovo. Ivanovo State University, 2012. P. 232-242.

4. Burenok V.M., Pogrebnyak R.N., Skotnikov A.P. Methodology of substantiating the prospects for the development of general-purpose means of warfare. Moscow. Engineering. 2010. 368 s.

5. Dyakov A.N., Reshetnikov D.V., Boyarshinov S.N. Simulation of the system to maintain the operational status of complex technical systems. Armament and economy. 2016. № 3 (36). С. 35-43.

6. Burkov V.N., Javakhadze G.S. Economic - mathematical models of building materials production management. М.: IPU RAS, 1996. 69 s.

7. Lifanov I.S., Sherstyukov N.G. Metrology, means and methods of quality control in construction. М., 1979, 225 с.

8. Khairullin R.Z., Ivanov P.S. It is a step-by-step approach. 2-d International Conference of Medicine, Science and Nanotech-

nology, MATEC Web of Confer-ences, Vol. 170, 01010 (2018) 5 p.

9. Khairullin R.Z. Model problem of dynamics and control of the health of the measuring equipment fleet. Scientific Review, № 18. 2017. P. 131-135.

10. Khairullin R.Z. On the development of a mathematical model for predicting the level of serviceability of a measuring equipment park. Scientific Review, No. 22, 2016. P. 243-247.

11. Wentzel E.S. Operations Research // Moscow. The science. 1972. 552 p.

12. Khairullin R.Z. To build strategies for the procurement and repair of measuring equipment based on the properties of stationary solutions of dynamic systems. Measuring equipment. 2018, No. 10. P. 66-71.

13. Marichev P.A., Kornev A.S., Khairullin R.Z. Program - target planning and management of the development of the park of control and measuring equipment. Vestnik MGSU, 2018. Tom. 13. Issue 1 (112) P. 71-79.

14. Pontryagin L.S., Boltyansky V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. Mathematical theory of optimal processes // Moscow. The science. 1961. 391 p.

15. Bryson A., Ho, Y. Applied Optimal Control. Blaisdell Publishing, Walthman, MA, 1969.

16. Fedorenko R.P. Approximate solution of optimal control problems // Moscow. The science. 1978. 488 с.

17. Myerson R.B. Games theory: analysis of conflict. London: Harvard University Press, 1991.

18. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995.

19. Nisan N., Roughgarden T. Tardos E., Vazirani V. Algorithmic game theory. N.-Y.: Cambridge University Press, 2009.

20. Broomhead D.S., Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks // Complex Systems. 1988. № 2.

21. Cichocki A., Unbehauen R. Neural Networks for Optimization and Signal Processing. Wiley, 1993. 548 p.

22. Rutkovskaya D., Pilinsky M., Rutkovsky L. Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems (translated from Polish - Rudinsky ID) // Moscow. Hot line. Telecom. 2006. 452 p.