

Математическое моделирование флуктуаций доплеровского сдвига частоты декаметрового радиосигнала в ионосферном канале связи

Е.Т. Агеева^{1a}, Н.Т. Афанасьев^{2b}, Д.Б. Ким^{1c}, О.И. Медведева^{1d}, С.О. Чудаев^{2e}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Иркутский государственный университет, ул. Ленина 3, Иркутск, Россия

^asphalerite@yandex.ru, ^bspacemaklay@gmail.com, ^ckdech@yandex.ru, ^dm.olgaiv@yandex.ru

^a<https://orcid.org/0000-0003-0393-686X>,

^b<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>,

^c<https://orcid.org/0000-0001-9304-4560>,

^d<https://orcid.org/0000-0003-2489-1170>

Статья поступила 20.01.2019, принята 26.02.2019

На основе лучевого приближения и метода малого параметра выполнено математическое моделирование статистических доплеровских характеристик декаметрового радиосигнала в ионосферном канале связи. Получены выражения для дисперсий частотных флуктуаций радиосигнала в виде двукратных интегралов по траекториям. Полученные двойные интегралы преобразованы к однократным путем введения эффективной модели пространственно-временной корреляционной функции неоднородностей диэлектрической проницаемости ионосферы. Рассмотрено случайное поле неоднородностей, которое квазиоднородно во времени и пространстве. Для однородной части корреляционной функции использована гауссова форма. Полученные интегральные выражения преобразованы в обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения могут быть проинтегрированы численно с помощью хорошо известных методов. Хаотическое движение неоднородностей учтено в рамках гипотезы о переносе замороженной турбулентности. Приведены примеры работы формализма для оперативного предсказания среднеквадратичного значения доплеровского смещения частоты декаметрового радиосигнала в нестационарном ионосферном канале.

Ключевые слова: канал связи; декаметровые радиоволны; флуктуации; частота; ионосфера; неоднородности; метод геометрической оптики.

Mathematical modeling of Doppler shift fluctuations of a decameter radio signal in the ionospheric communication channel

E.T. Ageeva^{1a}, N.T. Afanasyev^{2b}, D.B. Kim^{1c}, O.I. Medvedeva^{1d}, S.O. Chudaev^{2e}

¹Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

²Irkutsk State University; 3, Lenin St., Irkutsk, Russia

^asphalerite@yandex.ru, ^bspacemaklay@gmail.com, ^ckdech@yandex.ru, ^dm.olgaiv@yandex.ru

^a<https://orcid.org/0000-0003-0393-686X>,

^b<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>,

^c<https://orcid.org/0000-0001-9304-4560>,

^d<https://orcid.org/0000-0003-2489-1170>

Received 20.01.2019, accepted 26.02.2019

On the basis of the radial approximation and the small parameter method, a mathematical modeling of the statistical Doppler characteristics of the decameter radio signal in the ionospheric communication channel has been performed. The expressions for the dispersions of the frequency fluctuations of the radio signal in the form of double integrals over the trajectories are obtained. The resulting double integrals are transformed to a single by introducing an effective model of the space-time correlation function of the inhomogeneity of the dielectric constant of the ionosphere. A random field of inhomogeneities, which is quasi-homogeneous in time and space, is considered. For the homogeneous part of the correlation function, the Gaussian form is used. The obtained integral expressions are transformed into ordinary differential equations of the first order. Equations can be integrated numerically using well known methods. The chaotic motion of inhomogeneities is taken into account in the framework of the hypothesis on the transfer of frozen turbulence. Examples of the operation of the formalism for the operational prediction of the rms value of the Doppler shift of the frequency of a decameter radio signal in a non-stationary ionospheric channel are given.

Keywords: communication channel; decameter radio waves; fluctuations; frequency; ionosphere; irregularities; geometrical optics method.

В настоящее время ионосферная радиосвязь в декаметровом диапазоне длин волн становится вновь востребованной [1]. Как показала практика, несмотря на интенсивное развитие высокочастотных спутниковых и оптоволоконных линий связи, в случае сильных геофизических возмущений и антропогенных воздействий они могут полностью потерять работоспособность. Тогда декаметровый ионосферный радиоканал как резервный становится единственно возможным для передачи информации в условиях природных катаклизмов, экологических катастроф, чрезвычайных ситуаций и стихийных бедствий.

Главные трудности обеспечения ионосферной радиосвязи между корреспондентами всегда были связаны с отсутствием краткосрочного прогноза и контроля изменчивости среды. Между тем в последние годы благодаря достигнутому успехам в области радиофизического мониторинга ионосферных процессов, развитию фундаментальных представлений о тонкой структуре ионосферы и методов обработки специальных типов сигналов появилась реальная возможность обеспечения более стабильного и надежного декаметрового канала передачи и приема информации.

Для организации устойчивой радиосвязи через ионосферный канал прежде всего необходим контроль пространственной изменчивости ионосферы. Также большое значение имеет учет влияния нестационарных процессов, протекающих в приземной плазме. Вследствие временных вариаций электронной концентрации возникает эффект Доплера, приводящий к сдвигу частоты распространяющейся радиоволны [1]. Наблюдаемая величина доплеровской частоты тем больше, чем больше скорость изменения электронной концентрации. Глобальные временные изменения электронной концентрации ионосферы приводят к регулярному смещению частоты радиосигнала. Помимо крупномасштабных вариаций параметров ионосферы существуют флуктуации ее тонкой структуры. Наличие турбулентных неоднородностей электронной концентрации обусловлено разнообразными процессами и явлениями, происходящими в ионосферной плазме, в частности, генерацией и распространением гидродинамических и электромагнитных волн, переносом заряженных частиц и нейтральной компоненты, развитием различного типа неустойчивостей [2]. Также турбулентные неоднородности могут возникнуть в результате естественных и антропогенных геофизических возмущений, таких как сейсмические события, грозная и вулканическая деятельность, солнечные затмения, различного рода взрывы, запуски космических аппаратов и др. [3]. Хаотическое движение тонкой структуры ионосферы приводит к флуктуациям доплеровского смещения частоты радиоволн [2].

В целях обеспечения надежности ионосферного канала связи между корреспондентами необходимы расчеты ожидаемых средних значений и среднеквадратичных отклонений доплеровского сдвига частоты декаметрового радиосигнала. Для этого требуется аппарат математического моделирования статистических доплеровских характеристик на трассах различной протяженности.

Согласно определению [4] доплеровское смещение частоты радиосигнала есть:

$$\Delta\omega = -\frac{\partial\Phi}{\partial\tau}, \quad (1)$$

где Φ — фаза сигнала; τ — время. В лучевом приближении для фазы имеем:

$$\Phi = -\frac{\omega}{c} \cdot \frac{\partial P}{\partial\tau} = -\frac{\omega}{c} \int^S \sqrt{\varepsilon} \cdot dS, \quad (2)$$

где ω — частота; c — скорость света; P — фазовый путь; ε — случайная функция диэлектрической проницаемости ионосферы; dS — элемент дуги, соединяющей пункты приема и излучения.

Подставляя (2) в формулу (1), получаем:

$$\Delta\omega = -\frac{\omega}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial\tau} \int^S \sqrt{\varepsilon} \cdot dS. \quad (3)$$

Учитывая результаты [5], имеем:

$$\Delta\omega = -\frac{\omega}{c} \int^S \frac{\partial\sqrt{\varepsilon}}{\partial\tau} \cdot dS. \quad (4)$$

Введем разложение:

$$\varepsilon(x, y, z, \tau) = \varepsilon_0(x, z, \tau) + \varepsilon_1(x, y, z, \tau), \quad (5)$$

где $\varepsilon_0(x, z, \tau)$ — регулярная функция диэлектрической проницаемости ионосферы; $\varepsilon_1(x, y, z, \tau)$ — случайная функция, характеризующая движущиеся турбулентные неоднородности ионосферного канала. Полагая $|\varepsilon_1| \ll \varepsilon_0$ и применяя для вычисления (4) метод малого параметра [6], имеем:

$$\Delta\omega_0 = -\frac{\omega}{2c} \int_0^{x_t} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\tau} \frac{dx}{\sin\beta_0} \quad (6)$$

$$\Delta\omega_1 = -\frac{\omega}{2c} \cdot \int_0^{x_t} \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0} \cdot \sin\beta_0} \frac{\partial\varepsilon_1}{\partial\tau} \cdot dx \right] + \frac{\omega}{4c} \cdot \int_0^{x_t} \left[\frac{\varepsilon_1}{\sin\beta_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0^3}} \frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\tau} \cdot dx \right] \quad (7)$$

Здесь $\Delta\omega_0$, $\Delta\omega_1$ — детерминированная и случайная составляющие доплеровского смещения частоты соответственно; x_t — координата приемника; β_0 — угол рефракции в регулярной ионосфере.

Проводя в (6), (7) замену переменной интегрирования $dt = \frac{1}{c\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{dx}{\sin\beta_0}$ и считая, что скорости перемещения турбулентных неоднородностей значительно больше скорости изменения регулярной составляющей ионосферы ($\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial\tau} \gg \frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\tau}$), получаем:

$$\Delta\omega_0 = -\frac{\omega}{2} \cdot \int_0^{t_k} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \tau} \cdot dt, \quad (8)$$

$$\Delta\omega_1 = -\frac{\omega}{2} \int_0^{t_k} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \tau} \cdot dt. \quad (9)$$

Используя (9), для дисперсии доплеровского смещения частоты радиосигнала имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega}^2 &= \left\langle \frac{\omega}{2} \cdot \int_0^{t_k} \frac{\partial \varepsilon_1(\tau_1)}{\partial \tau_1} \cdot dt_1 \cdot \frac{\omega}{2} \cdot \int_0^{t_k} \frac{\partial \varepsilon_1(\tau_2)}{\partial \tau_2} \cdot dt_2 \right\rangle = \\ &= \frac{\omega^2}{4} \cdot \int_0^{t_k} \int_0^{t_k} \left\langle \frac{\partial \varepsilon_1(\tau_1)}{\partial \tau_1} \cdot \frac{\partial \varepsilon_1(\tau_2)}{\partial \tau_2} \right\rangle dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{\omega^2}{4} \int_0^{t_k} \int_0^{t_k} \frac{\partial^2 N}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} dt_1 dt_2 \end{aligned}, \quad (10)$$

где N — пространственно-временная корреляционная функция ионосферных неоднородностей, а интегрирование проводится по невозмущенной траектории. Вычислим теперь интеграл (10), используя суммарно-разностные переменные [7]. Рассмотрим поле случайных неоднородностей, квазиоднородное во времени и в пространстве [8]. Тогда для функции N имеем:

$$\begin{aligned} N &= N_1 \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}, \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \right) \cdot \\ &\cdot N_0(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2, \tau_1 - \tau_2) \end{aligned} \quad (11)$$

где τ_1, τ_2 — последовательные моменты времени.

Для однородной части корреляционной функции используем гауссову форму [2], а движение турбулентных неоднородностей учтем в рамках гипотезы о переносе замороженной турбулентности [8]. Тогда однородная часть корреляционной функции (11) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} N_0 &= \exp \left(- \left[\frac{x_1 - x_2 - v_x(\tau_1 - \tau_2)}{a_x} \right]^2 \right) \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \left[\frac{y_1 - y_2 - v_y(\tau_1 - \tau_2)}{a_y} \right]^2 \right) \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \left[\frac{z_1 - z_2 - v_z(\tau_1 - \tau_2)}{a_z} \right]^2 \right) \end{aligned} \quad (12)$$

где v_x, v_y, v_z — продольная, поперечная и вертикальная скорости движения поля неоднородностей соответственно; a_x, a_y, a_z — пространственные радиусы корреляции.

Вычислим смешанную производную, входящую под интеграл (10). Рассмотрим вначале случай, когда $v_x = v_y = 0, y_1 = y_2 = 0$. Дифференцируя (11) с учетом (12), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 N}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} &= -\frac{4v_z^2 N_1}{a_z^2} \left[\frac{z_1 - z_2 - v_z(\tau_1 - \tau_2)}{a_z} \right]^2 \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \left(\frac{x_1 - x_2}{a_x} \right)^2 - \left[\frac{z_1 - z_2 - v_z(\tau_1 - \tau_2)}{a_z} \right]^2 \right) + \\ &+ \frac{2v_z^2 N_1}{a_z^2} \cdot \exp \left(- \left(\frac{x_1 - x_2}{a_x} \right)^2 \right) \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \left[\frac{z_1 - z_2 - v_z(\tau_1 - \tau_2)}{a_z} \right]^2 \right) \end{aligned}$$

В интеграле (10) перейдем к суммарно-разностным переменным $t = (t_1 + t_2)/2, \xi = t_1 - t_2$. Тогда для смешанной производной в новых переменных имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 N}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} &= -\frac{4v_z^2 N_1}{a_z^4} \left(\xi \frac{dz_0}{dt} - v_z(\tau_1 - \tau_2) \right)^2 \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \frac{\xi^2}{a_x^2} \left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 - \left[\frac{dz_0}{dt} \xi - v_z(\tau_1 - \tau_2) \right]^2 \cdot \frac{1}{a_z^2} \right) + \\ &+ \frac{2v_z^2 N_1}{a_z^2} \exp \left(- \frac{\xi^2}{a_x^2} \left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 \right) \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \left[\frac{dz_0}{dt} \xi - v_z(\tau_1 - \tau_2) \right]^2 \cdot \frac{1}{a_z^2} \right) \end{aligned}$$

Полагая далее $a_x = a_y = a_z = a$ и учитывая, что интегрирование в (10) проводится по невозмущенным траекториям при $\tau_1 = \tau_2$, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 N}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} &= -\frac{4v_z^2 N_1}{a^4} \left(\xi \frac{dz_0}{dt} \right)^2 \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \frac{\xi^2}{a^2} \left[\left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_0}{dt} \right)^2 \right] \right) + \\ &+ \frac{2v_z^2 N_1}{a^2} \cdot \exp \left(- \frac{\xi^2}{a^2} \left[\left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_0}{dt} \right)^2 \right] \right) \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (10), имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega z}^2 &= \frac{\omega^2}{4} \int_0^{t_k} \int_{-\infty}^{\infty} \left[-\frac{4v_z^2 N_1}{a^4} \cdot \left(\xi \frac{dz_0}{dt} \right)^2 \right] \cdot \\ &\cdot \exp \left(- \frac{\xi^2}{a^2} \left[\left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_0}{dt} \right)^2 \right] \right) + \\ &+ \frac{2v_z^2 N_1}{a^2} \cdot \exp \left(- \frac{\xi^2}{a^2} \left[\left(\frac{dx_0}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_0}{dt} \right)^2 \right] \right) dt d\xi. \end{aligned}$$

Вычисляя интеграл (10) по переменной ξ , получаем:

$$\sigma_{\omega z}^2 = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi}}{2} \int_0^{t_k} \frac{v_z^2 \cdot N_1}{a} \frac{\left(\frac{dx_0}{dt}\right)^2}{\sqrt{\left[\left(\frac{dx_0}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_0}{dt}\right)^2\right]^3}} dt \quad (13)$$

Используя лучевые уравнения в регулярной ионосфере [9], для дисперсии доплеровского смещения частоты при движении поля неоднородностей вдоль оси z окончательно имеем:

$$\sigma_{\omega z}^2 = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi}}{2} \int_0^{t_k} \frac{v_z^2 \cdot N_1}{a} \frac{\sin^2 \beta_0}{c \cdot \sqrt{\epsilon_0}} dt. \quad (14)$$

Далее был рассмотрен случай, когда случайное поле неоднородностей движется вдоль оси x со скоростью v_x . Неоднородная часть пространственно-временной корреляционной функции (11) была оставлена прежней, а однородная часть представлялась в виде:

$$N_0 = \exp\left(-\left(\frac{z_1 - z_2}{a}\right)^2 - \left[\frac{x_1 - x_2 - v_x(\tau_1 - \tau_2)}{a}\right]^2\right). \quad (15)$$

Подставляя (15) в (10), вычисляя смешанную производную и интегрируя по разностной переменной, получим выражение для дисперсии доплеровского смещения частоты:

$$\sigma_{\omega x}^2 = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi}}{2} \int_0^{t_k} \frac{v_x^2 \cdot N_1}{a} \frac{\cos^2 \beta_0}{c \cdot \sqrt{\epsilon_0}} dt. \quad (16)$$

Если поле неоднородностей движется со скоростью v_y вдоль оси y , то однородную часть корреляционной функции (11) можно представить в виде:

$$N_0 = \exp\left(-\left(\frac{z_1 - z_2}{a}\right)^2 - \left[\frac{y_1 - y_2 - v_y(\tau_1 - \tau_2)}{a}\right]^2\right).$$

Тогда для дисперсии доплеровского смещения частоты из (10) получаем:

$$\sigma_{\omega y}^2 = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi}}{2} \int_0^{t_k} \frac{v_y^2 \cdot N_1}{a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}} dt. \quad (17)$$

Преобразуем теперь интегралы для среднего и дисперсий доплеровского смещения частоты. Считая в интегралах верхний предел переменным и дифференцируя (8), (14), (16), (17) по этому пределу, получаем:

$$\frac{d\Delta\omega_0}{dt} = -\frac{\omega}{2} \frac{\partial \epsilon_0}{\partial \tau} \quad (18)$$

$$\frac{d\sigma_{\omega z}^2}{dt} = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_z^2 \cdot N_1 \cdot \sin^2 \beta_0}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}}. \quad (19)$$

$$\frac{d\sigma_{\omega x}^2}{dt} = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_x^2 \cdot N_1 \cdot \cos^2 \beta_0}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}}. \quad (20)$$

$$\frac{d\sigma_{\omega y}^2}{dt} = \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_y^2 \cdot N_1}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}} \quad (21)$$

Таким образом, имеем набор дифференциальных уравнений для расчета доплеровских характеристик радиосигнала в ионосферном канале связи.

Записывая теперь совместно уравнения (18) – (21) и уравнения для поиска средней траектории, получим полную систему дифференциальных уравнений для расчета доплеровских характеристик сигнала в ионосферном канале связи:

$$\begin{aligned} \frac{dx_0}{dt} &= c \sqrt{\epsilon_0} \sin \beta_0, \\ \frac{dz_0}{dt} &= c \sqrt{\epsilon_0} \cos \beta_0, \\ \frac{d\beta_0}{dt} &= \frac{c \cdot \cos \beta_0}{2\sqrt{\epsilon_0(z_0)}} \cdot \frac{\partial \epsilon_0(z_0)}{\partial x_0} - \frac{c \cdot \sin \beta_0}{2\sqrt{\epsilon_0(z_0)}} \cdot \frac{\partial \epsilon_0(z_0)}{\partial z_0}, \\ \frac{d\Delta\omega_0}{dt} &= -\frac{\omega}{2} \frac{\partial \epsilon_0}{\partial \tau} \\ \frac{d\sigma_{\omega z}^2}{dt} &= \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_z^2 \cdot N_1 \cdot \sin^2 \beta_0}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}}, \\ \frac{d\sigma_{\omega x}^2}{dt} &= \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_x^2 \cdot N_1 \cdot \cos^2 \beta_0}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}}, \\ \frac{d\sigma_{\omega y}^2}{dt} &= \frac{\omega^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot v_y^2 \cdot N_1}{2a \cdot c \cdot \sqrt{\epsilon_0}}, \end{aligned} \quad (22)$$

Важно отметить, что функция ϵ_0 в системе уравнений (22) может быть описана произвольными аналитическими моделями высотных профилей и позволяет учесть горизонтальную изменчивость ионосферы. Также полученные уравнения допускают использование различных глобальных моделей ионосферы, например такие, как IRI [10] и ПЭМИ [11], которые задают электронную концентрацию ионосферы в виде дискретных данных. Чтобы представить дискретные профили электронной концентрации в аналитическом виде, можно использовать бикубическую сплайн-интерполяцию, которая не только хорошо интерполирует саму функцию, но и дает также непрерывные производные первого и второго порядка.

Оценка достоверности предложенного формализма для расчета доплеровских характеристик радиосигнала в ионосферном канале была проведена путем сравнения результатов моделирования в частном случае с количественными оценками, известными из литературы. Ранее в работе [12] были выполнены расчеты флуктуаций доплеровского смещения частоты радиосигнала, распространяющегося в параболическом ионосферном слое с движущимися случайными неоднородностями электронной концентрации, заданными гауссовой корреляционной функцией. Модель фоновой диэлектрической проницаемости ионосферы задавалась в виде зависимости:

$$\epsilon_0(z) = 1 - \frac{2}{p_0^2} \frac{z}{z_m} + \frac{1}{p_0^2} \left(\frac{z}{z_m}\right)^2, \quad 0 \leq z \leq 2z_m, \quad (23)$$

где z_m — высота максимума электронной концентрации; $p_0 = f / f_{кр}$, $f_{кр}$, $f = \omega / 2\pi$ — критическая и рабочая частота соответственно.

Движение случайных неоднородностей в [12] было учтено в рамках гипотезы о переносе замороженной турбулентности. Использование параболической модели диэлектрической проницаемости позволило авторам [12] получить простые аналитические формулы для флуктуаций доплеровского смещения частоты. На рис. 1 приведены зависимости дисперсии доплеровского смещения частоты, нормированной на величину M [12] (M определяется скоростью дрейфа неоднородностей, критической частотой радиосигнала и интенсивностью электронной концентрации в максимуме слоя), от параметра p — отношения несущей частоты сигнала к максимальной частоте, способной отразиться от ионосферы. Кривые 3 и 4 относятся к случаю наклонного падения при $\theta_0 = 20^\circ$ (обозначения [12]) и движению неоднородностей поперек плоскости падения (кривая 3) и вдоль оси x (кривая 4) [12].

На рис. 2 указанные дисперсии представлены в зависимости от угла падения при разных значениях параметра p (сплошные кривые соответствуют движению

неоднородностей в плоскости падения, пунктирные — поперек) [12].

Величина нормировки в работе [12] задана в виде:

$$M = \frac{v^2}{c^2} f_m^2 \cdot \left(\frac{\Delta n_e}{n_e} \right)^2, \text{ где } \left(\frac{\Delta n_e}{n_e} \right)^2 = 10^{-6},$$

$$f_m = \frac{f_{кр}}{\cos(\beta_n)}; \beta_n \text{ — угол падения на ионосферу; } v \text{ —}$$

скорость движения случайных неоднородностей.

С помощью системы уравнений (22) нами были рассчитаны указанные зависимости при соответствующих параметрах фоновой параболической ионосферы и гауссовых случайных неоднородностях. На рис. 3 приведены кривые нормированной дисперсии доплеровского смещения частоты в зависимости от параметра p (рис. 3 а) и от угла падения на ионосферу при различных p (рис. 3 б).

Сравнение кривых на рис. 1–3 показывает, что результаты выполненных расчетов с помощью системы (22) удовлетворительно совпадают с результатами, полученными в [12]. Последнее доказывает, что предложенный формализм моделирования является адекватным для расчетов доплеровских характеристик декаметрового радиосигнала в ионосферном канале.

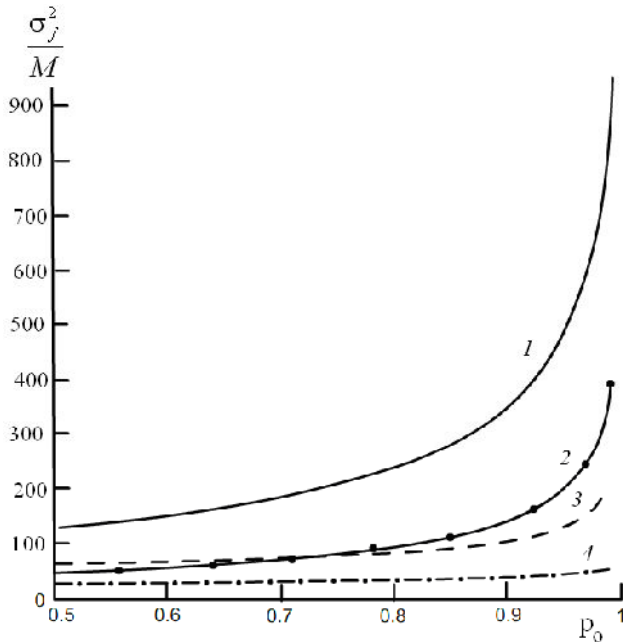


Рис. 1. Зависимость дисперсии доплеровского смещения частоты от параметра p_0 [12]

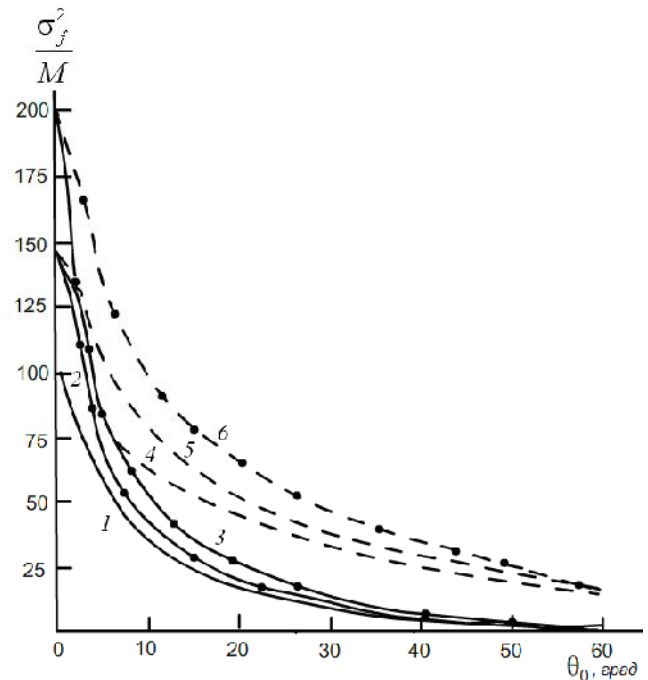


Рис. 2. Зависимость дисперсии доплеровского смещения частоты от угла падения θ_0 [12]

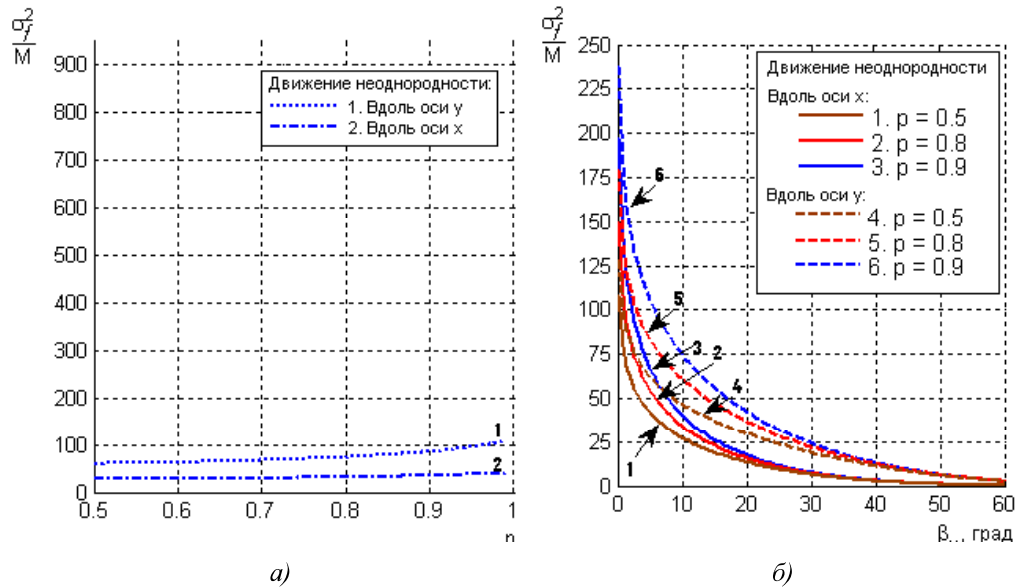


Рис. 3. Зависимости дисперсии доплеровского смещения частоты, рассчитанные с помощью системы уравнений (22): *a* — от параметра p ; *б* — от угла падения

Далее рассматривался более общий случай, когда движущиеся турбулентные неоднородности оставались прежними, а средняя ионосфера изменялась со временем. В средней нестационарной ионосфере с течением времени ее параметры могут существенно измениться. В частности, уменьшение критической частоты ионосферного слоя приводит к тому, что размер зоны молчания при односкачковом распространении декаметрового радиосигнала будет возрастать и может стать равным длине скачка между корреспондентами. В этих условиях важно рассмотреть динамику доплеровских характеристик нижних и верхних лучей.

В качестве модели регулярной нестационарной ионосферы рассматривалась функция:

$$\varepsilon_0(z, \tau) = 1 - \left(\frac{f_{кр}(\tau)}{f} \right)^2 \exp \left(- \left(\frac{z - z_m}{h_m} \right)^2 \right), \quad (24)$$

где h_m — полутолщина слоя. Временная зависимость критической частоты ионосферы представлялась в виде:

$$f_{кр}(\tau) = f_{кр0} - b\tau^2,$$

где $f_{кр0}$ — критическая частота в начальный момент времени $\tau = 0$; b — коэффициент пропорциональности.

На рис. 4 приведены результаты расчета среднего $\langle \Delta f \rangle$ и среднеквадратичного $\sigma_f = \sigma_\omega / 2\pi$ отклонения доплеровского смещения частоты сигнала (рабочая

частота $f = 13$ МГц) на трассе $x_t = 1500$ км. Характерный размер случайных неоднородностей $a = 10$ км, скорость их движения $v_z = 0.1$ км/с. Параметры регулярной ионосферы составляли: $z_m = 300$ км; $h_m = 100$ км; $f_{кр0} = 6.5$ МГц.

Из зависимостей на рис. 4 следует, что с течением времени (с уменьшением критической частоты ионосферы) изменения средних значений $\langle \Delta f \rangle$ нижнего и верхнего лучей сильно зависят от значений $\langle \Delta f \rangle$ в нулевой момент времени, который выбирается достаточно условно. Между тем, главное влияние на поведение $\langle \Delta f \rangle$ оказывает изменение длины траекторий нижних и верхних лучей при вариациях ионосферных параметров. В частности, уменьшение критической частоты ионосферы приводит к уменьшению длины траектории верхнего луча и увеличению траектории нижнего луча. В результате в пункте приема средние значения $\langle \Delta f \rangle$ обоих лучей могут быть противоположными по знаку, что является важным свойством при их идентификации. На рис. 4 видно, что с уменьшением $f_{кр}$ значение σ_f падает для верхних лучей и возрастает для нижних. Такие изменения σ_f связаны с ростом флуктуаций доплеровского сдвига частоты радиосигнала при увеличении пути лучей в ионосферном канале связи.

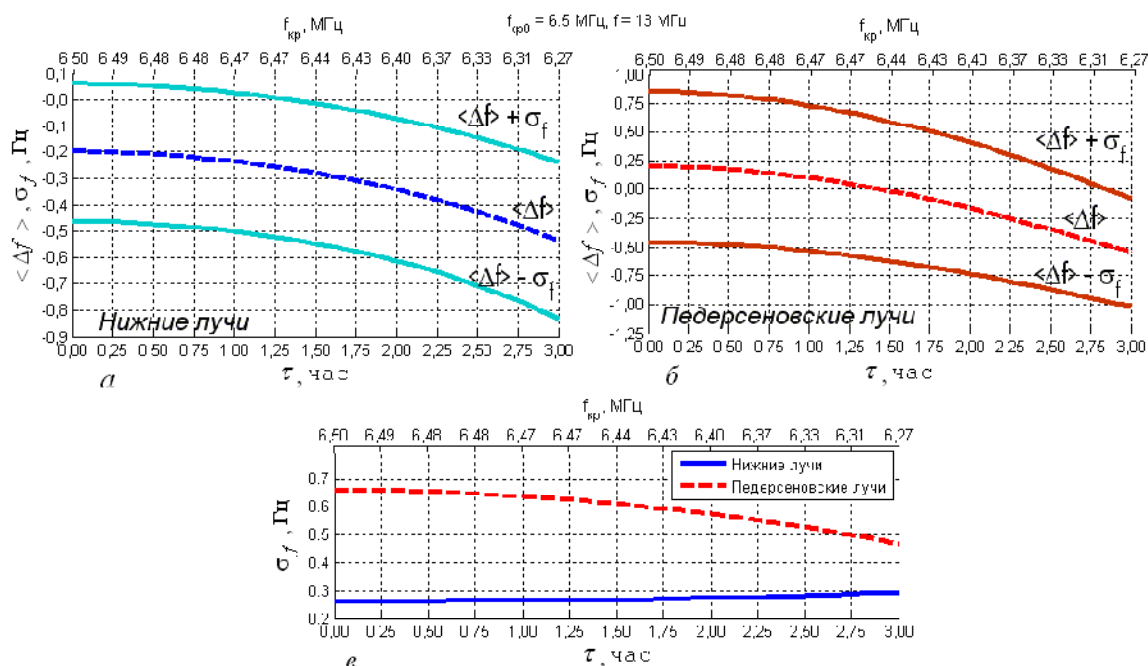


Рис. 4. Временные зависимости среднего и среднеквадратичного отклонения доплеровского смещения частоты радиосигнала при $\Delta n_e/n_e = 1.25\%$

Заключение

Разработан формализм математического моделирования статистических характеристик доплеровского сдвига частоты декаметрового радиосигнала в ионосферном канале связи. В основу формализма положены результаты интегрирования стохастических лучевых уравнений в приближении метода возмущений.

Получены интегральные формулы для расчета среднего значения и дисперсии доплеровского смещения частоты радиосигнала в условиях квазиоднородного случайного поля неоднородностей. Движение случайных неоднородностей учтено в рамках гипотезы о переносе замороженной турбулентности.

Для оптимизации расчетов интегральные формулы сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями. Система уравнений может быть решена численно с помощью хорошо известных методов и допускает использование в качестве моделей регулярной ионосферы произвольные аналитические зависимости диэлектрической проницаемости от координат, в том числе модели с сильными горизонтальными градиентами.

Также полученные уравнения позволяют провести расчеты статистических доплеровских характеристик радиосигнала, отраженного от ионосферы, заданной моделями электронной концентрации в виде дискретных данных. Предварительная бикубическая сплайн-интерполяция этих данных обеспечивает непрерывность производных первого и второго порядка, которые требуются для расчетов.

Путем сравнения результатов моделирования с аналитическими оценками в параболическом слое ионосферы, известными из литературы, показана достоверность предложенного формализма для расчета флук-

туаций доплеровского сдвига частоты в ионосферном канале связи.

Предложенный аппарат математического моделирования позволяет провести расчеты ожидаемых средних значений и среднеквадратичных отклонений доплеровского сдвига частоты декаметрового радиосигнала на трассах различной протяженности в спокойных и возмущенных геофизических условиях. Результаты таких предварительных расчетов могут быть использованы для прогнозирования и организации бесперебойного ионосферного канала связи между корреспондентами.

Литература

1. Яковлев О.И., Якубов В.П., Урядов В.П., Павельев А.Г. Распространение радиоволн. М.: ЛЕНАНД, 2009. 496 с.
2. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984. 392 с.
3. Благовещенская Н.Ф. Геофизические эффекты активных воздействий в околоземном космическом пространстве. СПб.: Гидрометеиздат, 2001. 273 с.
4. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 504 с.
5. Намазов С.А., Новиков В.Д., Хмельницкий И.А. Доплеровское смещение частоты при ионосферном распространении декаметровых радиоволн // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 4. С. 473-500.
6. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 503 с.
7. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. В 2 ч. М.: Мир, 1981. Ч. 2. 320 с.
8. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2: Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
9. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.Г. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

10. Bilitza D. International Reference Ionosphere 2000 // Radio Science. 2001. Vol. 36, № 2. P. 261-275.

11. Поляков В.М., Суходольская В.Е., Ивельская М.К., Сутырина Г.Е., Дубовская Г.В., Бузунова М.Ю. Полуэмпирическая модель ионосферы для широкого диапазона геофизических условий. М.: МЦД-Б, 1986. 136 с.

12. Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А. Статистика доплеровского смещения частоты радиоволн, отраженных от параболического ионосферного слоя // Материалы V Всерос. конф. Армандовские чтения «Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред». Муром, 2012. С. 159-163.

References

1. Yakovlev O.I., Yakubov V.P., Uryadov V.P., Paveliev A.G. Propagation of radio waves. M.: LENAND, 2009. 496 p.

2. Gershman B.N., Erukhimov L.M., Yashin Yu.Ya. Wave phenomena in the ionosphere and cosmic plasma. M.: Science. 1984. 392 p.

3. Blagoveshchenskaya N.F. Geophysical effects of active influences in near-Earth space. SPb.: Gidrometeoizdat, 2001. 273 p.

4. Davis K. Radio waves in the ionosphere. M.: Mir, 1973. 504 p.

5. Namazov S.A., Novikov V.D., Khmel'nitsky I.A. Doppler frequency shift during ionospheric propagation of decameter radio waves // Izvestiya Vuzov. Radio Physics. 1975. V. 18. No. 4. P. 473-500.

6. Bogolyubov N.N., Mitropolsky Yu.A. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations. M.: Science, 1974. 503 p.

7. Isimaru A. Propagation and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. In 2 hours. Part 2. M.: Mir, 1981. 320 c.

8. Rytov S.M., Kravtsov, Yu.A., Tatarsky, V.I. Introduction to statistical radiophysics. Part 2: Random fields. M.: Science, 1978. 464 p.

9. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.G. Geometrical optics of non-homogeneous media. M.: Science, 1980. 304 p.

10. Bilitza D. International Reference Ionosphere 2000. Radio Science, v.36, No. 2, 2001. P. 261-275.

11. Polyakov V.M., Sukhodolskaya V.E., Ivetskaya M.K., Sutyryna G.E., Dubovskaya G.V., Buzunova M.Yu. Semiempirical model of the ionosphere for a wide range of geophysical conditions. M.: WDC-B, 1986. 136 p.

12. Vologdin A.G., Prikhodko L.I., Shirokov I.A. The statistics of the Doppler shift of the frequency of radio waves reflected from the parabolic ionospheric layer // V All-Russia. Armandovsky readings "Radiophysical methods in remote sensing of environments" Murom, 2012. P. 159-163.

УДК 519.6, 006.91, 389.14

DOI: 10.18324/2077-5415-2019-2-67-72

Модельная задача динамики и управления уровнем исправности парка измерительной техники

Р.З. Хайруллин^{1а}, П.А. Мотлич^{2б}, И.А. Никитина^{2с}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе 26, Москва, Россия

²Главный научный метрологический центр Министерства обороны Российской Федерации, ул. Комарова 13, Мытищи, Россия

^аzrk@nm.ru, ^бmp.gnmc@mail.ru, ^сnikitina-irina78@mail.ru

^а<https://orcid.org/0000-0002-1214-5069>,

^б<https://orcid.org/0000-0002-8102-8448>,

^с<https://orcid.org/0000-0002-0164-361X>

Статья получена 20.03.2019, принята 25.04.2019

Представлена простейшая динамическая модель, предназначенная для прогнозирования показателя исправности парка измерительной техники за счет закупок новых образцов. Входными данными модели являются количество исправных и неисправных образцов на момент начала прогнозирования, а также вероятности переходов измерительной техники из одного состояния в другое. Переход из состояния «неисправный» в состояние «исправный» обеспечивается как за счет планового ремонта определенной доли неисправных образцов, так и за счет закупок новых образцов вместо неисправных. Основу модели составляет система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В качестве управления выбраны закупки новых исправных образцов измерительной техники. Исследуется случай равномерных закупок на периоде прогнозирования. Предполагается, что каждая закупка компенсируется списанием, в результате чего сохраняется общее количество входящих в парк образцов измерительной техники. Модель позволяет формировать стратегии проведения закупок, обеспечивающие требуемое значение показателя исправности на прогнозируемую дату. Приведены формулы для расчета времени, необходимого для достижения требуемого значения показателя исправности при равномерных закупках. Модель может служить основой для построения оптимальных стратегий закупок и ремонтов.

Ключевые слова: математическая модель; парк измерительной техники; показатель исправности.