

Применение энергетической твердости материала для определения диаграммы истинных напряжений

П.М. Огар^a, В.С. Кушнарев^b, И.О. Кобзова^c, В.С. Чебыкин^d

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^aogar@brstu.ru, ^bkushvs@yandex.ru, ^ckobzovaio@mail.ru, ^dviktor2100@mail.ru

^a<https://orcid.org/0000-0001-7717-9377>

^b<https://orcid.org/0000-0003-3931-2215>

^c<https://orcid.org/0000-0001-8243-6753>

^d<https://orcid.org/0000-0002-1468-1017>

Статья поступила 28.04.2019, принята 11.05.2019

В статье указывается на несостоятельность подхода к построению диаграммы «напряжения – деформации», основанного на определении истинного напряжения при растяжении как результат деления среднего давления на пятне контакта при индентировании на ограничивающий фактор Ψ . Приводятся новые свойства диаграммы кинетического индентирования, в частности, установлена связь экспоненты кривой разгрузки с контактной глубиной и радиусом площадки контакта. Представлена пошаговая процедура предлагаемого метода расчета кривой «напряжения – деформации». Для нахождения параметров упругопластического тела Холломона использованы опубликованные результаты конечно-элементного анализа. Процедура позволяет итерационно уточнять искомые параметры. Ключевым моментом следует считать выявление связи деформации при растяжении с величиной относительного внедрения индентора с использованием энергетического подхода. Метод основывается на равенстве затрачиваемой энергии на единицу объема вытесненного материала за границу исходного положения в пределах равномерной деформации при одноосном растяжении и вдавливании сферы. Чтобы определить истинное напряжение, необходимо энергетическую твердость умножить на постоянный для данного материала коэффициент. Показано хорошее совпадение со справочными данными механических свойств нержавеющей стали 12X18H10T, найденных по предлагаемой методике. Результаты, полученные в соответствии со стандартом, значительно превышают кривую закона Холломона. Это объясняется некачественным определением связи деформации при растяжении с относительным внедрением сферического индентора.

Ключевые слова: кинетическое индентирование; диаграмма «напряжения – деформации»; сферический индентор; механические свойства материалов; степенной закон Холломона; экспонента упрочнения; энергетическая твердость.

Application of energy hardness to determine the true stress diagram of the material

P.M. Ogar^a, V.S. Kushnarev^b, I.O. Kobzova^c, V.S. Chebykin^d

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^aogar@brstu.ru, ^bkushvs@yandex.ru, ^ckobzovaio@mail.ru, ^dviktor2100@mail.ru

^a<https://orcid.org/0000-0001-7717-9377>

^b<https://orcid.org/0000-0003-3931-2215>

^c<https://orcid.org/0000-0001-8243-6753>

^d<https://orcid.org/0000-0002-1468-1017>

Received 28.04.2019, accepted 11.05.2019

The article points to the inconsistency of the approach to constructing a stress-strain diagram, based on the determination of the true tensile stress as a result of dividing the average pressure on the contact patch during indentation by the constraint factor Ψ . New properties of the kinetic indentation diagram are given, in particular, the relation between the exponent of the discharge curve and the contact depth and radius of the contact area has been established. A step-by-step procedure is presented for the proposed method for calculating the stress-strain curve. To find the parameters of the elastoplastic body of Hollomon, the published results of the finite element analysis are used. The procedure allows to iteratively refine the desired parameters. The key point should be the identification of the relationship of the deformation under tension with the value of the relative implementation of the indenter using the energy approach. The method is based on the equality of the energy expended per unit volume of the displaced material beyond the boundary of the initial position within the limits of uniform deformation under uniaxial tension and indentation of the sphere. To determine the true stress, it is necessary to multiply the energy hardness by a constant for a given material coefficient. A good match with the reference data of the mechanical properties of 12X18H10T stainless steel found by the proposed method is shown. The results obtained in accor-

dance with the standard significantly exceed the curve of Hollomon's law. This is due to poor-quality determination of the relationship of deformation under tension with the relative introduction of a spherical indenter.

Key words: kinetic indentation; stress-strain diagram; spherical indenter; mechanical properties of materials; Hollomon's power law; hardening exponent; energy hardness.

Введение

Определение механических свойств материалов вдавливанием инденторов относится к неразрушающим методам контроля и позволяет проводить оперативную диагностику состояния материала основных деталей оборудования в процессе наработки ресурса. Диаграммы кинетического индентирования, впервые предложенные С.И. Бульчевым с соавторами [1; 2], значительно расширяют возможности определения модуля упругости, твердости и других физико-механических свойств материалов и покрытий. В дальнейшем метод был адаптирован для выявления характеристик на микро- и наноуровне [3; 4]. Диаграммы кинетического индентирования вдавливания регламентированы государственным стандартом [5] и могут быть получены при непрерывном нагружении индентора и последующей разгрузке с регистрацией нагрузки и перемещения индентора. При этом модуль нормальной упругости и характеристики твердости материала могут быть определены на макро-, микро- и наноуровнях. Указанный стандарт [5] соответствует международному стандарту ИСО 14577-1.2002 «Материалы металлические. Определение твердости и других параметров материалов инструментальным методом вдавливания» (ISO 14577-1.2002 «Metallic materials – Instrumented indentation test for hardness and materials parameters»). Новые возможности появляются при преобразовании диаграмм кинетического индентирования в диаграммы растяжения в координатах «напряжение – деформация» в диапазоне от предела текучести до временного сопротивления, что регламентировано государственным стандартом [6].

Важнейшим моментом при разработке методов безобразцового определения механических свойств материалов по параметрам индентирования является оценка величины деформации при вдавливании сферы и ее взаимосвязь с деформацией при растяжении [7; 8]. Авторами [8] указано, что «...только незнание значений деформаций в месте контакта индентора служит единственным препятствием для установления зависимости между характеристиками твердости и прочности материалов. В связи с этим необходимо располагать не только способом оценки контактной деформации при вдавливании индентора, но и ее связью с деформацией при растяжении образца, по крайней мере, в области равномерной деформации».

Разработанность темы. В настоящее время для описания истинных напряжений при растяжении (сжатии) используется степенной закон Холломона:

$$S = \begin{cases} E \varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_y; \\ E \varepsilon_y^{1-n} \varepsilon^n, & \varepsilon \geq \varepsilon_y, \end{cases} \quad (1)$$

где E — модуль упругости; σ_y — предел текучести; n — экспонента упрочнения.

Учитывая, что общая деформация состоит из двух частей:

$$\varepsilon = \varepsilon_y + \varepsilon_p, \quad (2)$$

для $\sigma > \sigma_y$, с учетом выражений (1) и (2) и полагая $\varepsilon_p = \varepsilon_r$, имеем:

$$\sigma_r = \sigma_y (1 + \varepsilon_r / \varepsilon_y)^n, \quad (3)$$

где $\varepsilon_y = \sigma_y / E$.

Для описания деформации при внедрении сферы в результате анализа многочисленных экспериментальных данных в 1951 г. Д. Тейбор предложил следующее соотношение [9]:

$$\varepsilon_r = \beta \frac{d_p}{D}, \quad (4)$$

где $\beta = 0.2$ — константа; d_p — диаметр отпечатка; D — диаметр индентора. Соответствующие напряжения описываются выражением:

$$\sigma_r = \frac{P_m}{\psi}, \quad (5)$$

где P_m — среднее давление; ψ — ограничивающий фактор (для упругого идеальнопластического тела $\psi = 3$):

$$P_m = \frac{4P}{\pi d_p^2}, \quad (6)$$

где P — нагрузка, приложенная к индентору.

Впоследствии подход Д. Тейбора был модифицирован для упругопластической области Х.А. Франсисом [10], затем, с минимальными изменениями, Ф.В. Хаггом [11]:

$$\Psi = \begin{cases} 1,12, & \varphi \leq 1; \\ 1,12 + 0,53 \log \varphi, & 1 < \varphi < 27,3; \\ 2,87, & \varphi \geq 27,3. \end{cases} \quad (7)$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon_p E^*}{0,43 \sigma_t}, \quad (8)$$

$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu^2}{E} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где ν_i, ν и E_i, E — коэффициенты Пуассона, модули упругости материала индентора и испытываемого образца соответственно;

$$d_p = \left(\frac{3PD}{E^*} \frac{h_p^2 + (d_p/2)^2}{h_p^2 + (d_p/2)^2 - h_p D} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (10)$$

Авторы [12] предложили заменить уравнение (10) следующим выражением:

$$d_i = 2\sqrt{h_i(D - h_i)}, \quad (11)$$

где h_i — глубина проникновения индентора от уровня исходной поверхности материала. Для $n = 0 \dots 0,5$, $E^* = 200$ ГПа и $\sigma_y = 400$ МПа авторами [12] получено:

$$\varepsilon_p = \left(0,5n + \frac{1,44}{\sqrt{n+0,1}} - 1,6 \right) \left(\frac{d_p}{D} \right)^2; \quad (12)$$

$$\psi = \begin{cases} -0,65 + \ln(\varphi), & \text{для упругопластической} \\ & \text{области;} \\ -0,81 + \frac{2}{\sqrt{n+0,2}}, & \text{для полной} \\ & \text{пластичности;} \end{cases} \quad (13)$$

Предложенный авторами [10; 11] метод определения механических свойств получил название «метод АВІ» (*automated ball indentation*) и был использован в руководящем документе РД ЭО 0027-2005 [13], который предшествовал государственному стандарту [6].

В дальнейшем многие исследования были также посвящены уточнению предложенных Тейбором значений параметров β и Ψ [14–19], разброс значений которых составляет для $\beta = 0.1 \dots 0.32$ и для $\Psi = 2.4 \dots 3.7$. Обзор методов определения упругопластической деформации при внедрении сферы взамен выражения (4) приведен в работе [7], где отмечено, что значения деформаций могут отличаться в разы.

Для оценки характеристик упрочняемого материала методом сферического индентирования в последние десятилетия широко используется конечно-элементный анализ [20–24 и др.]. В указанных работах деформация ε_r является функцией отношения $\bar{h} = h/R$, где h — величина внедрения от исходной поверхности; R — радиус сферы.

В работе [21] характеристики упругопластического контакта при внедрении сферического индентора описываются полиномиальными функциями, полученными в результате конечно-элементного анализа:

$$C^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}) = \frac{h_c}{h} = \sum_{i=0}^1 f_{ci}(\varepsilon_y, n) \cdot \ln(0,5\bar{h})^i, \\ f_{ci}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^4 \left[\sum_{k=0}^3 (a_{ijk} \cdot \varepsilon_y^k) \cdot n^j \right]; \\ \varepsilon_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}) = \sum_{i=0}^3 f_{ei}(\varepsilon_y, n) \cdot (0,5\bar{h})^i, \quad (14) \\ f_{ei}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^4 \left[\sum_{k=0}^3 (b_{ijk} \cdot \varepsilon_y^k) \cdot n^j \right]; \\ \psi_r(\varepsilon_y, n, \bar{h}) = \frac{P}{4R^2\sigma_r} = \sum_{i=0}^3 f_{\psi i}(\varepsilon_y, n) \cdot (0,5\bar{h})^i, \\ f_{\psi i}(\varepsilon_y, n) = \sum_{j=0}^4 \left[\sum_{k=0}^3 (c_{ijk} \cdot \varepsilon_y^k) \cdot n^j \right],$$

где h_c — глубина, вдоль которой имеется контакт между сферой и полупространством; P — сила, приложенная к индентору; σ_r — определяется выражением (5). Значения 200 коэффициентов a_{ijk} , b_{ijk} получены для $\varepsilon_y = 0,001 \dots 0,004$, $n = 0 \dots 0,2$ и $\bar{h}_r = 0 \dots 0,12$.

Использование выражения (14) позволяет определить радиус пятна контакта с учетом эффектов «sink-in / pile-up»:

$$a = \sqrt{2Rh_c - h_c^2} = \sqrt{2RC^2h - (C^2h)^2}, \quad (15)$$

$C^2 = h_c/h$ — параметр для индентора в виде параболаида второго порядка.

Следует отметить, что по структуре выражение (14) для ограничивающего фактора Ψ_r соответствует выражениям Тейбора (5) и (6) для определения σ_r . Используя выражение (15) для определения деформации и выражение (16), можно построить диаграмму «напряжения – деформации» при растяжении.

Авторами [22] параметр C^2 представлен в виде:

$$C^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}) = M^{\frac{2}{N}} (2\bar{h})^{\frac{2}{N}-1}, \quad (16)$$

где $M = M(\varepsilon_y, n)$; $N = N(\varepsilon_y, n)$; $\varepsilon_y = \sigma_y/E$.

Для определения относительной нагрузки, приложенной к индентору, удобно использовать результаты работы [24]:

$$\bar{P} = \frac{P}{E^*R^2} = e^{-B(\varepsilon_y, n)} (\bar{h})^A (\varepsilon_y, n), \quad (17)$$

$$A = \frac{0,93 + 290,65\varepsilon_y - 2340885\varepsilon_y^2 + 54640443\varepsilon_y^3 + 3,1\ln + 0,77n^2}{1 + 19449\varepsilon_y - 1710185\varepsilon_y^2 + 40700605\varepsilon_y^3 + 2,1684n}, \quad (18)$$

$$B = \frac{5,30 + 81,12\varepsilon_y - 2128404\varepsilon_y^2 + 38135770\varepsilon_y^3 - 8,34n + 1,8\ln^2}{1 + 437,16\varepsilon_y - 999345\varepsilon_y^2 + 0,34,05n - 3,43n^2}. \quad (19)$$

В выражениях (18) и (19) $\varepsilon_y = \sigma_y/E^*$.

Из вышеприведенного краткого обзора следует несостоятельность подхода для точного определения диаграммы «напряжения – деформации» при растяжении, предложенного Д. Тейбором еще в 1951 г. и основанного на использовании при индентировании среднего давления на пятне контакта, и ограничивающего фактора Ψ по следующим причинам:

1. Широкий диапазон значений ограничивающего фактора Ψ и параметра β .

2. Для упругопластического тела Холломона в пределах равномерной деформации истинные напряжения зависят от экспоненты упрочнения. В приведенных выражениях для ε_p и Ψ только выражения (12) и (13) содержат экспоненту упрочнения.

3. Если средние давления на пятне контакта при индентировании сравниваются с истинными напряжениями при растяжении ограничивающим фактором Ψ , то должны сравниваться правые части в выражениях для описания законов Майера и Холломона. В представленных в обзоре методиках этого не прослеживается.

4. Размер пятна контакта, а значит, и средние контактные давления зависят от коэффициента трения при индентировании. Вопрос о влиянии трения на ограничивающий фактор Ψ даже не ставится.

В этой связи практический интерес для определения кривой растяжения и свойств материалов представляет применение кинетического индентирования [25–29].

Цель настоящих исследований — определить зависимости «напряжения – деформации» из диаграммы кинетического индентирования с использованием результатов конечно-элементного моделирования в виде простых выражений, например (16) и (17), которые не ориентированы на метод, предложенный Д. Тейбором. При этом для определения деформации использовать энергетический подход, предложенный одним из авторов в работах [30; 31].

Свойства диаграммы кинетического индентирования. Схема диаграммы кинетического индентирования материалов (рис. 1) обычно представляется в координатах $P-h$ или $P-\bar{h}$, где P — нагрузка; $\bar{h} = h/R$ — относительное внедрение индентора.

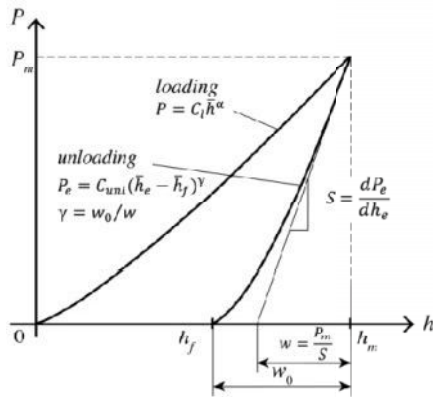


Рис. 1. Диаграмма кинетического индентирования материала

С кривых «нагрузка – перемещение» снимаются четыре важных параметра: максимальная нагрузка P_m , максимальное внедрение h_m , контактная жесткость на начальном участке ветви разгрузки $S = dP_e/dh_e$, остаточная глубина h_f после разгрузки индентора. Метод базируется на уравнении для контактной жесткости S , полученном С.И. Булычевым с соавторами, которые первыми использовали кинетическое индентирование для определения механических свойств материалов [1]:

$$S = \frac{dP_e}{dh_e} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} E^* \sqrt{A}, \quad (20)$$

где A — проекция площадки контакта.

Согласно методу Оливера – Фарра [3; 4], уравнение (20) приняло вид:

$$S = \beta_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} E^* \sqrt{A}, \quad (21)$$

где β_c — корректирующий фактор для уточнения измерений свойств материалов.

Согласно [6], для улучшения качества обработки кинетической диаграммы индентирования целесооб-

разно провести аппроксимацию кривых нагружения и разгрузки.

Считаем, что нагрузки кривой нагружения значительно (на несколько порядков) превышают критическую нагрузку, соответствующую началу пластической деформации при использовании критерия максимального касательного напряжения Треска. В этом случае кривую нагружения можно описать выражениями:

$$P = P_m \bar{h}_m^{-\alpha} \bar{h}^\alpha = P_m \bar{h}_m^{-\alpha} \bar{h}^\alpha = C_l \bar{h}^\alpha, \quad (22)$$

а кривую разгрузки:

$$P_e = C_{unl} (\bar{h}_e - \bar{h}_f)^\gamma, \quad (23)$$

где $C_l = P_m \bar{h}_m^{-\alpha}$; $C_{unl} = P_m (\bar{h}_m - \bar{h}_f)^{-\gamma}$; $\bar{h}_m = h_m/R$; R — радиус сферы; $\alpha = 1...1.5$, $\gamma = 1.3...1.5$ — экспоненты.

Экспоненты α и γ можно определить по двум точкам кривых нагружения и разгрузки:

$$\alpha = \frac{\ln(P_2/P_1)}{\ln(h_2/h_1)}, \quad \gamma_i = \frac{\ln(P_{ei}/P_{mi})}{\ln((h_{ei} - h_{fi})/(h_{mi} - h_{fi}))}. \quad (24)$$

При многоцикловом нагружении экспонента γ_i определяется для каждого цикла.

Контактная жесткость на начальном участке кривой разгрузки:

$$S = \left. \frac{dP_e}{dh_e} \right|_{h_e=h_m} = \frac{P_m \cdot \gamma}{h_m - h_f} = \frac{P_m \cdot \gamma}{w_0}. \quad (25)$$

Из диаграммы кинетического индентирования следует:

$$w = \frac{P_m}{S} = \frac{w_0}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{w_0}{w}. \quad (26)$$

Параметр γ можно определить расчетным путем. В работе [32] указано, что если нагружение индентора описывается уравнением (20), то в этом случае распределение давления на площадке контакта радиусом a описывается выражением:

$$p(r) = p_m (1 + \beta) (1 - r^2/a^2)^\beta, \quad (27)$$

здесь $\beta = \alpha - 1$; $p_m = P/(\pi a^2)$ — среднее давление на площадке контакта.

При повторном нагружении индентора в разгруженной лунке нагрузкой P_e до величины P_m величина перемещения [33]:

$$w_0 = \frac{P_m K_{\beta 0}}{\pi a E^*}, \quad (28)$$

где $K_{\beta 0} = (1 + \beta) 2^{2\beta+1} B(1 + \beta, 1 + \beta)$; $B(1 + \beta, 1 + \beta)$ — бета-функция.

Разгрузка сферы рассмотрена авторами [34], где указано, что контактная глубина при разгрузке описывается выражением:

$$h_{ce} = h_c \frac{h_e - h_f}{h_m - h_f}, \quad h_f \leq h_e \leq h_m, \quad (29)$$

где h_c — контактная глубина при упругопластическом нагружении.

Соответственно, для радиуса площадки контакта при разгрузке:

$$a_{ce} = (2Rh_{ce} - h_{ce}^2)^{0.5}. \quad (30)$$

Из выражения (28) с учетом (29) и (30) следует:

$$P_e = \frac{\pi E^*}{K_{\beta 0}} (2Rh_{ce} - h_{ce}^2)^{0.5} (h_e - h_f), \quad (31)$$

$$\left. \frac{dP_e}{dh_e} \right|_{h_e=h_m} = \frac{\pi E^*}{K_{\beta 0}} \cdot \frac{3Rh_c - 2h_c^2}{(2Rh_c - h_c^2)^{0.5}}. \quad (32)$$

Тогда из выражений (26) и (28) имеем:

$$\gamma = \frac{w_0}{P} \cdot \frac{dP}{dh} = \frac{K_{\beta 0}}{\pi E^* (2Rh - h_c^2)^{0.5}} \cdot \frac{\pi E^*}{K_{\beta 0}} \cdot \frac{(3Rh_c - 2h_c^2)}{(2Rh_c - h_c^2)^{0.5}}, \quad (33)$$

$$\gamma = \frac{3 - 2\bar{h}_c}{2 - \bar{h}_c}, \quad \bar{h}_c = h_c/R. \quad (34)$$

Следовательно, параметр γ при кинетическом индентировании сферой не зависит от распределения нагрузки на площадке контакта, но зависит от относительной контактной глубины \bar{h}_c при нагружении, а, следовательно, и от размеров площадки контакта при нагружении индентора. Аналогичный результат был получен для повторного нагружения индентора в работах [32; 35].

Из выражения (34) следует:

$$\bar{h}_c = \frac{3 - 2\gamma}{2 - \gamma}, \quad h_c = \frac{3 - 2\gamma}{2 - \gamma} \cdot R; \quad (35)$$

для радиуса площадки контакта:

$$\bar{a} = (2\bar{h}_c - \bar{h}_c^2)^{0.5} = \frac{\sqrt{3 - 2\gamma}}{2 - \gamma}, \quad a = \frac{\sqrt{3 - 2\gamma}}{2 - \gamma} \cdot R. \quad (36)$$

Таким образом, при известном значении экспоненты γ уравнения разгрузки, определенном по выражению (24) или расчетным путем по выражению (35), площадь контакта определяется выражением:

$$A = \frac{\pi(3 - 2\gamma)}{(2 - \gamma)^2} \cdot R^2. \quad (37)$$

Следует отметить, что определение размеров площадки контакта имеет важное значение, так как влияет на точность определения модуля упругости при кинетическом индентировании по выражениям (20) или (21). Анализ методов определения размеров площадки контакта приведен в работах [22; 23; 36–38].

Представление предлагаемого метода. Целью является идентификация параметров степенного закона Холломона (уравнение (1)): E — модуля упругости, σ_y — предела текучести или отношения $\varepsilon_y = \sigma_y/E$, n — экспоненты упрочнения, ε — деформации — из диа-

граммы кинетического индентирования сферой, состоящей из кривой нагружения $P(h)$ и кривой разгрузки $P_e(h_e)$. Экспонента кривой нагружения $\alpha = A(\varepsilon_y, n)$ для $\varepsilon_y = 0,0005 \dots 0,01$ и $n = 0 \dots 0,4$ принимает значения больше единицы, поэтому кривая нагружения должна быть вогнутой. Выпуклые участки кривой нагружения индентора свидетельствуют о некачественной обработке экспериментальных данных и необходимости внесения корректив.

Диаграмма кинетического индентирования сферой образца из нержавеющей стали 12X18H10T представлена на рис. 2. Материал индентора — сталь ШХ15, модуль упругости — $E_i = 2,11 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона — $\nu_i = 0,3$, твердость $HRC_s = 62 \dots 65$, радиус $R = 2$ мм.

Исходные данные: координаты кривых нагружения $P(h)$ и разгрузки $P_e(h_e)$.

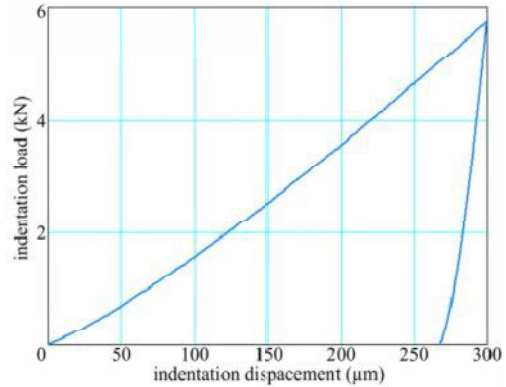


Рис. 2. Диаграмма «усилие — перемещение» для стали 12X18H10T

Процедура идентификации параметров закона Холломона состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Аппроксимация кривых нагружения и разгрузки.

Аппроксимация сводится к определению экспонент α и γ в выражениях (22) и (23) либо методом наименьших квадратов, либо по двум точкам кривых нагружения и разгрузки выражениями (24). При определении γ по двум точкам рекомендуется принять $h_e = 0,5(h_m + h_f)$, тогда:

$$\gamma = \frac{\ln(P_e/P_e(h_e))}{\ln 2} = 1,4427 \ln(P_e/P_e(h_e)). \quad (38)$$

Для диаграммы на рис. 2 получено: $\alpha = 1,18215$ и $\gamma = 1,458$.

Шаг 2. Определение предварительного значения модуля упругости E_0^* .

Из выражения (21) с учетом (25) и (36) имеем:

$$E^* = \frac{P_m \gamma}{2\beta_c a (h_m - h_f)}. \quad (39)$$

Подставляя выражение (36), окончательно получим:

$$E^* = \frac{P_m \gamma (2 - \gamma)}{2\beta_c R \sqrt{3 - 2\gamma} (h_m - h_f)}. \quad (40)$$

Принимая по рекомендации [4] корректирующий фактор, $\beta_c = 1.05$. Для данных на рис. 2 имеем предварительное значение модуля упругости:

$$E_0^* = \frac{5749 \cdot 1.458 \cdot (2 - 1.458)}{2 \cdot 1.05 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 1.458 \cdot 0.03261} = 1.1329 \cdot 10^5, \text{ МПа.}$$

Шаг 3. Определение параметров $\varepsilon_y = \sigma_y / E^*$ и n .

Из сравнения уравнений (17) и (22) следует:

$$A(\varepsilon_y, n) = \alpha = 1.18215; \quad (41)$$

из выражения (17) следует:

$$B(\varepsilon_y, n) = \alpha \ln \bar{h}_m - \ln \bar{P}_m = 1.18215 \cdot \ln 0.15 - \ln \frac{5749}{113290 \cdot 2^2} = 2.124534. \quad (42)$$

Решая систему трансцендентных уравнений (41) и (42), получим $\varepsilon_y = 0,000986$, $n = 0.21722$.

Шаг 4. Уточнение значения модуля упругости E^* и параметров $\varepsilon_y = \sigma_y / E^*$ и n .

Для этого в выражение (39) подставляем расчетные уточненные значения радиуса пятна контакта $a = a(\varepsilon_y, n)$ (выражение (15)) и корректирующего фактора $\beta_c = \beta_c(\varepsilon_y, n)$ [39]:

$$\beta_c = \frac{\pi}{2K_{\beta 0}} \cdot \frac{3 - 2C^2 \bar{h}}{2 - C^2 \bar{h}}, \quad (43)$$

где $C^2 = C^2(\varepsilon_y, n, \bar{h})$ определяется выражением (16).

Для нового значения модуля упругости E_i^* вновь решаем систему уравнений (41) и (42) и уточняем значение E_{i+1}^* . При достижении заданной точности итерационную процедуру прекращаем.

Шаг 5. Определение предельной равномерной деформации при индентировании.

Мерой условной деформации при вдавливании следует выбрать относительный радиус отпечатка (или относительный диаметр d/D), так как диаграмма вдавливания $HV - \bar{a}$ имеет максимум, а \bar{a}_u можно считать условным пределом равномерной деформации при вдавливании. Между \bar{a}_u на пределе прочности и индексом Майера m существует однозначная связь:

$$\bar{a}_u = \frac{[m(m-2)]^{\frac{1}{2}}}{m-1}. \quad (44)$$

Значения индекса Майера рассчитываем по двум точкам кривой нагружения по определенным значениям параметров ε_y и n :

$$m = m(\varepsilon_y, n) = \frac{\ln(\bar{P}_2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_2) / \bar{P}_1(\varepsilon_y, n, \bar{h}_1))}{\ln(\bar{a}_2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_2) / \bar{a}_1(\varepsilon_y, n, \bar{h}_1))}, \quad (45)$$

$$\text{где } \bar{a}_i = \sqrt{2C^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_i) \cdot \bar{h}_i - (C^2(\varepsilon_y, n, \bar{h}_i) \cdot \bar{h}_i)^2}. \quad (46)$$

Шаг 6. Определение связи деформации при растяжении с величиной внедрения сферического индентора.

Метод основывается на равенстве затрачиваемой энергии на единицу объема вытесненного материала за черту исходного положения в пределах равномерной деформации при одноосном растяжении и вдавливании сферы. Для одноосного растяжения удельная энергия изменения объема равна истинному напряжению [30]. При вдавливании сферы удельная энергия пластического вытеснения материала равна энергетической твердости [31]. При вдавливании сферы только часть энергии ψ_e затрачивается на пластическое вытеснение материала от уровня исходной поверхности. Для $\varepsilon = \varepsilon_u = n$:

$$\psi_e(\varepsilon_y, n) = \frac{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))}{S(\varepsilon_u)}, \quad (47)$$

где $HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))$ — энергетическая твердость при $\bar{h} = \bar{h}_u(\varepsilon_y, n)$, которое определяется из выражений (44)–(46).

Для рассматриваемого случая $\psi_e(\varepsilon_y, n) = 2.826$.

При любом значении ε справедливо соотношение:

$$\frac{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h})}{S(\varepsilon)} = \frac{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))}{S(\varepsilon_u)}, \quad (48)$$

из которого следует:

$$S(\varepsilon) = S(\varepsilon_u) \frac{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h})}{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))}. \quad (49)$$

С учетом уравнения (1) имеем:

$$\varepsilon(\varepsilon_y, n, \bar{h}) = n \left(\frac{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h})}{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (50)$$

Шаг 7. Строим диаграмму истинных напряжений.

При известной деформации выражение для истинных напряжений, согласно выражению (1), можно представить в виде:

$$S(E, \varepsilon_y, n, \bar{h}) = K_s(E, \varepsilon_y, n) \cdot HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}), \quad (51)$$

$$\text{где } K_s(E, \varepsilon_y, n) = \frac{E \varepsilon_y^{1-n} n^n}{HE(\varepsilon_y, n, \bar{h}_u(\varepsilon_y, n))}. \quad (52)$$

Таким образом, для определения истинного напряжения необходимо энергетическую твердость умножить на постоянный для данного материала параметр K_s .

Исключая из уравнений (51) и (50) параметр \bar{h} , строим истинную диаграмму «напряжения – деформации». При необходимости можно построить диаграмму условных напряжений. На рис. 3 представлена диа-

грамма истинных напряжений, которая построена по предлагаемой методике для диаграммы кинетического индентирования (рис. 2). Там же приведены результаты, полученные по методике [6], которые значительно отличаются от полученных по предлагаемой методике.

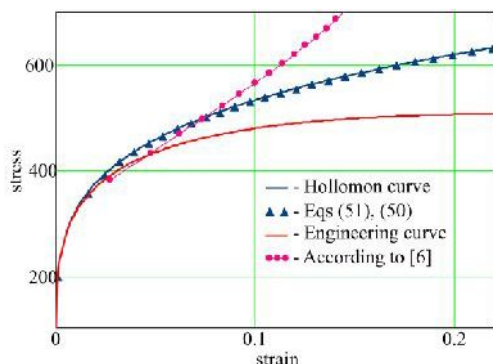


Рис. 3. Истинная и условная диаграммы напряжений для стали 12X18H10T

Для образца из нержавеющей стали 12X18H10T определены следующие параметры механических свойств: модуль упругости — 201.6 ГПа, условный предел текучести — 198.8 МПа, условный предел прочности — 508 МПа. По данным [40], для указанной стали после закалки 1 020 – 1 100 °С значения указанных свойств соответственно равны 198 ГПа, 196 МПа и 510 МПа.

Заключение

1. Указана несостоятельность подхода к построению диаграммы «напряжения – деформации», основанного на определении истинного напряжения при растяжении как результат деления среднего давления на пятне контакта при индентировании на ограничивающий фактор Ψ по причинам широкого диапазона значений ограничивающего фактора Ψ , отсутствия учета упрочнения материала, отсутствия связи между параметрами правой части уравнений законов Майера и Холломона, влияния трения на размер пятна контакта, а значит, и на величину среднего давления.

2. Выявлены новые свойства диаграммы кинетического индентирования, в частности, установлена связь экспоненты кривой разгрузки с контактной глубиной и радиусом площадки контакта.

3. Представлена пошаговая процедура предлагаемого метода определения кривой «напряжения – деформации». Для определения параметров упругопластического тела Холломона использованы опубликованные результаты конечно-элементного анализа. Процедура позволяет итерационно уточнять искомые параметры.

4. Ключевым моментом является установление связи деформации при растяжении с величиной относительного внедрения индентора с использованием энергетического подхода. Метод основывается на равенстве затрачиваемой энергии на единицу объема вытесненного материала за границу исходного положения в пределах равномерной деформации при одноосном растяжении и вдавливании сферы.

Для определения истинного напряжения необходимо энергетическую твердость умножить на постоянный для данного материала коэффициент.

5. На рис. 3 проиллюстрировано хорошее совпадение полученных по предлагаемой методике механических свойств нержавеющей стали 12X18H10T со справочными данными. Там же приведены результаты, полученные по методике [6], которые при $\varepsilon > 0.1$ значительно превышают кривую закона Холломона. Это можно объяснить некачественным определением связи деформации при растяжении с относительным внедрением сферического индентора.

Литература

1. Булычев С.И., Алехин В.П., Шоршоров М.Х., Терновский А.П., Шнырев Г.Д. Определение модуля Юнга по диаграмме вдавливания индентора // Заводская лаборатория. 1975. Т. 41, № 9. С. 1137–1140.
2. Булычев С.И., Алехин В.П. Испытание материалов непрерывным вдавливанием индентора. М.: Машиностроение, 1990. 224 с.
3. Oliver W.C., Pharr G.M. An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments // Journal of Materials Research. 1992. Vol. 7, № 6. P. 1564-1583.
4. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // Journal of Materials Research. 2004. Vol. 19, № 1. P. 3-20.
5. ГОСТ Р 8.748-2011. Металлы и сплавы. Измерение твердости и других характеристик материалов инструментальным индентированием. М.: Стандартинформ, 2011. 23 с.
6. ГОСТ Р 56232-2014. Определение диаграммы «напряжение - деформация» методом инструментального индентирования шара. М.: Стандартинформ, 2016. 38 с.
7. Огар П.М., Горохов Д.Б. Обзор методов определения упругопластической деформации при внедрении сферы // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 3 (27). С. 15–22.
8. Матюнин В.М., Марченков А.Ю. Взаимосвязь деформаций и параметров упрочнения металла при растяжении и вдавливании в пластической области // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2016. Т. 82, № 9. С. 51-57.
9. Tabor D. The Hardness of Metals. Oxford: Clarendon Press, 1951.
10. Francis H.A. Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation // Journal of Engineering Materials and Technology. Trans. ASME, 1976, Vol. 98, ser. H. P. 272.
11. Haggag F.M. In-Situ Measurements of Mechanical Properties Using Nover Automation System. ASTM STP 1204. P. 27-44.
12. Taljat B., Zacharia T., Kosel F. New Procedure to determine Stress Curve from Spherical Indentation // International Journal of Solids and Structures, 1998. Vol. 35. P. 4411-4426.
13. Руководящий документ РД ЭО 0027-2005 «Инструкция по определению механических свойств металла оборудования атомных станций безобразцовыми методами по характеристикам твердости». М.: ФГУП концерн «Росэнергоатом», 2005. 47 с.
14. Sonmez F.O., Demir A. Analytical relations between hardness and strain for cold formed parts // Journal of materials processing technology. 2007. Vol. 186. P. 163-173.
15. Matthews J. Indentation hardness and hot pressing // Acta metallurgica. 1980. Vol. 28. P. 311-408.

16. Herbert E.G., Oliver W., Pharr G. On the measurement of yield strength by spherical indentation // *Philosophical Magazine*. 2006. Vol. 86. P. 5521-5539.
17. Habbab H., Mellor B., Syngellakis S. Post-yield characterisation of metals with significant pile-up through spherical indentations // *Acta Materialia*. 2006. Vol. 54. P. 1965-1973.
18. Xu B., Chen X. Determining engineering stress-strain curve directly from the load-depth curve of spherical indentation test // *Journal of Materials Research*. 2010. Vol. 25. P. 2297-2307.
19. Haušild P., Materna A., Nohava J. On the identification of stress-strain relation by instrumented indentation with spherical indenter // *Materials & Design*. 2012. Vol. 37. P. 373-378.
20. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // *Acta Materialia*. 2004. Vol. 52. P. 4023-4032.
21. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 2037-2069.
22. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., El Abdi R., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. № 43. P. 4136-4153.
23. Kim S.H., Lee B.W., Choi Y., Kwon D. Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials—a FEM study // *Materials Science and Engineering A*. 2006. Vol 415. P. 59-65.
24. Collin J.M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. Vol. 32. P. 636-640.
25. Кухарева И.Е. Применение индентирования для построения кривой растяжения // *Вестн. ХНАДУ*. 2011. Вып. 54. С. 33-39.
26. Матюнин В.М., Волков П.В., Демидов А.Н. Автоматизированный экспресс анализ механических свойств поверхностных слоев обработанного металла методом непрерывного вдавливания индентора // *Технология металлов*. 2013. № 2. С. 49-51.
27. Матюнин В.М. Индентирование в диагностике механических свойств материалов. М.: Издательский дом МЭИ, 2015. 288 с.
28. Шабанов В.М. Экспресс диагностика технического состояния металла элементов конструкций АЭС методом кинетического индентирования [Электронный ресурс] // *Технологии техносферной безопасности*. 2013. Вып. 3 (49). 7 с. URL. <http://ipb.mos.ru/ttb> (дата обращения: 03.03.2019).
29. Чернятин А.С., Разумовский И.А. Метод индентирования как способ оценки нагруженности и деградации механических характеристик материала // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2015. № 4. С. 40-48.
30. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. Energy concept of hardness by the kinetic sphere indentation // *Advanced Materials Research*. 2015. Vol. 1061-1062. P. 579-583.
31. Ogar P.M., Gorokhov D.B. The Relationship between the Deformation of Spherical Indentation and Tensile Deformation // *Key Engineering Materials*. 2017. Vol. 723. P. 363-368.
32. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Изменение экспоненты кривой разгрузки при сферическом индентировании // *Системы Методы Технологии*. 2012. № 2. С. 39-42.
33. Огар П.М., Тарасов В.А. Влияние формы осесимметричной нагрузки на напряженно-деформированное состояние упругопластического полупространства // *Системы Методы Технологии*. 2010. № 5. С. 14-20.
34. Ogar P., Gorokhov D., Ugrumova E. Mechanics of unloading of a rough surfaces pre-loaded joint // *MATEC Web of Conferences*. 2017. Vol. 129. 06016.
35. Ogar P.M., Tarasov V.A. Kinetic Indentation Application to Determine Contact Characteristics of Sphere and Elastoplastic Half-Space // *Advanced Materials Research*. 2013. Vol. 664. P. 625-631.
36. Collin J.-M., Mauvoisin G., El Abdi R. An experimental method to determine the contact radius changes during a spherical instrumented indentation // *Mechanics of Materials*. 2008. Vol. 40. P. 401-406.
37. Bartier O., Hernot X., Mauvoisin G. Theoretical and experimental analysis of contact radius for spherical indentation // *Mechanics of Materials*, 2010. Vol. 42 (5). P. 640-656.
38. Collin J.-M. Correction factor for contact radius in spherical indentation measurements // *Mechanics of Materials*. 2012. Vol. 50. P. 47-52.
39. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The correction factor in elastic modulus determining by indentation // *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 887-888. P. 997-1000.
40. Центральный металлический портал [Электронный ресурс]. URL. http://metallcheckiy-portal.ru/marki_metallov/stk/12X18H10T (дата обращения: 15.03.2019).

References

1. Bulychev S.I., Alekhin V.P., Shorshorov M.K., Ternovskij A.P., Shnyrev G.D. Determining young's modulus from the indenter penetration diagram // *Zavod. lab*. 1975. 41. № 9. P. 1137-1140.
2. Bulychev S.I., Alekhin V.P. Testing of materials by continuous depression of an indenter. M.: Mashinostroenie, 1990. 224 p.
3. Oliver W.C., Pharr G.M. An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments // *Journal of Materials Research*. 1992. v. 7. № 6. P. 1564-1583.
4. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // *Journal of Materials Research*. 2004. V. 19. № 1. P. 3-20.
5. GOST P 8.748-2011. Metals and alloys. Measurement of hardness and other characteristics of materials by instrumental indentation. Standartinform, Moscow, 2011. 23 p.
6. GOST R 56232-2014. Definition of the stress-strain diagram by instrumental spherical indentation. Standartinform, Moscow, 2016. 38 p.
7. Ogar P.M., Gorokhov D.B. Review of methods for determining the elastic-plastic strain in the sphere indentation // *Systems. Methods. Technologies*. 2015. № 3 (27). P. 15-22.
8. Matyunin V.M., Marchenkov A.Yu. Correlation of the Strain Values and Strengthening Parameters in Tension and Indentation Tests in a Plastic Region // *Zavod. lab*. 2016. v. 82. № 9. P. 51-57.
9. Tabor D. The Hardness of Metals. Oxford: Clarendon Press, 1951.
10. Francis H.A. Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation // *Journal of Engineering Materials and Technology*. Trans. ASME, 1976, vol. 98, ser. H, 272 p.
11. Haggag F.M. In-Situ Measurements of Mechanical Properties Using Nover Automation System. ASTM STP 1204, P. 27-44.
12. Taljat B., Zacharia T., Kosel F. New Procedure to determine Stress Curve from Spherical Indentation // *International Journal of Solids and Structures*, 1998. Vol. 35, P. 4411-4426.
13. Instruksiya po opredeleniyu mekhanicheskikh svoystv metalla oborudovaniya atomnykh stantsii bezobraztsovyimi

metodami po karakteristikam tverdosti: RD EO 0027-2005. M.: FGUP KONTsERN «ROSENERGOATOM», 2005. 47 p.

14. Sonmez F.O., Demir A. Analytical relations between hardness and strain for cold formed parts // *Journal of materials processing technology*. 2007. V. 186. P. 163-173.

15. Matthews J. Indentation hardness and hot pressing // *Acta metallurgica*. 1980. V. 28. P. 311-408.

16. Herbert E.G., Oliver W., Pharr G. On the measurement of yield strength by spherical indentation // *Philosophical Magazine*. 2006. V. 86. P. 5521-5539.

17. Habbab H., Mellor B., Syngellakis S. Post-yield characterisation of metals with significant pile-up through spherical indentations // *Acta materialia*. 2006. V. 54. P. 1965-1973.

18. Xu B., Chen X. Determining engineering stress-strain curve directly from the load-depth curve of spherical indentation test // *Journal of Materials Research*. 2010. V. 25. P. 2297-2307.

19. Haušild P., Materna A., Nohava J. On the identification of stress-strain relation by instrumented indentation with spherical indenter // *Materials & Design*. 2012. V. 37. P. 373-378.

20. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // *Acta Materialia*. 2004. Vol. 52. P. 4023-4032.

21. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 2037-2069.

22. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., El Abdi R., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties on contact radius determination for spherical indentation // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. № 43. P. 4136-4153.

23. Kim S.H., Lee B.W., Choi Y., Kwon D. Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials—a FEM study // *Materials Science and Engineering A*. 2006. V 415. P. 59-65.

24. Collin J.M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // *Materials and Design*. 2010. Vol. 32. P. 636-640.

25. Kukhareva I.E. Apply indentation to build a stretch curve // *Vestnik KhNASU*, iss. 54, 2011. P. 33-39.

26. Matjunin V.M., Volkov P.V., Demidov A.N. Automated express analysis of the mechanical properties of the surface layers of the treated metal by the method of continuous indentation // *Tekhnology of metals*. 2013. № 2. P. 49-51.

27. Matjunin V.M. Indentation in the diagnosis of mechanical properties of materials // Moscow: Publishing House MEI, 2015. 288 p.

28. Shabanov V.M. Rapid diagnosis of the technical state of the metal structural elements of NPP using kinetic indentation method // *Technology of technosphere safety*. 2013. № 3 (49). P 1-7.

29. Chernjatin A.S., Razumovskij I.A. Indentation method as a way to assess the loading and degradation of the mechanical characteristics of the material // *J. of machinery manufacture and reliability*. 2015. № 4. P. 40-48.

30. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. Energy concept of hardness by the kinetic sphere indentation // *Advanced Materials Research*. 2015. Vol. 1061-1062. P. 579-583.

31. Ogar P.M., Gorokhov D.B. The Relationship between the Deformation of Spherical Indentation and Tensile Deformation // *Key Engineering Materials*. 2017. Vol. 723. P. 363-368.

32. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. The change in the exponent of the discharge curve during spherical indentation // *Systems Methods Technologies*. 2012. № 2, P. 39-42.

33. Ogar P.M., Tarasov B.A. Effect of the axisymmetrical load shape on the loaded-strained state of elasticoplastic half-space // *Systems Methods Technologies*. 2010. № 1. P. 14-20.

34. Ogar P., Gorokhov D., Ugryumova E. Mechanics of unloading of a rough surfaces pre-loaded joint // *MATEC Web of Conferences*. 129, 06016 (2017).

35. Ogar P.M., Tarasov V.A. Kinetic Indentation Application to Determine Contact Characteristics of Sphere and Elastoplastic Half-Space // *Advanced Materials Research* Vol. 664 (2013) P. 625-631.

36. Collin J.-M., Mauvoisin G., El Abdi R. An experimental method to determine the contact radius changes during a spherical instrumented indentation // *Mechanics of Materials* 40 (2008) 401-406.

37. Bartier O., Hernot X., Mauvoisin G. Theoretical and experimental analysis of contact radius for spherical indentation // *Mechanics of Materials*, 2010, 42 (5), P. 640-656.

38. Collin J.-M. Correction factor for contact radius in spherical indentation measurements // *Mechanics of Materials* 50 (2012) P. 47-52.

39. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The correction factor in elastic modulus determining by indentation // *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 887-888. P 997-1000.

40. Central metal portal [Electronic resource]. URL. http://metallcheckiy-portal.ru/marki_metallov/ stk/12X18H10T (accessed: 15.03.2019).