

22. Gulyaev V.I., Bazhenov V.A., Lizunov P.P. Non-classical theory of shells and its application to the solution of engineering problems. L'vov: Vishcha shkola, 1978. 192 p.

23. Birger I.A. Round plates and shells of revolution. M.: Oborongiz, 1961. 250 p.

24. Hancq D.A., Walters, A.J., Beuth, J.L. Development of an Object-Oriented Fatigue Tool // Engineering with Computers. 2000. Vol. 16. P. 131-144.

25. Lampman S.R. editor, ASM Handbook: Vol.19, Fatigue and Fracture, ASM International, 1996. P. 526.

26. Troshchenko V.T., Sosnovskij L.A. Fatigue resistance of metals and alloys. Kiev: Naukova dumka, 1987. 1238 p.

УДК 531; 539. 3; 531.37; 531.44

DOI: 10.18324/2077-5415-2019-1-21-28

## О сухом трении при непоступательном скольжении тела и критика теории Контенсу – Журавлева

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Статья поступила 9.01.2019, принята 3.02.2019

*Критика теории Контенсу – Журавлева сводится к тому, что предположение о справедливости закона Кулона, пусть даже и в дифференциальной форме, при скольжении тел с верчением лишено каких либо оснований. И вот почему. Элементарные площадки пятна контакта, как и само тело, движутся не поступательно, а закон Кулона для них при нахождении элементарных сил трения используется в том виде, который применим только для случаев поступательного движения. Это означает, что определение главного вектора и главного момента сил трения, а также строящиеся на их основе выводы делались неверно. В частности, это приводит к необходимости введения следующих поправок существующей теории:*

- коэффициент трения верчения не может выражаться через коэффициент трения скольжения — такие коэффициенты являются величинами, независимыми друг от друга;

- при малых скоростях трение покоя при скольжении тел с верчением также может наблюдаться как для силы трения, так и для момента — их величина становится лишь менее заметной в сравнении с тем, когда скольжение и верчение возникают независимо друг от друга;

- при малых скоростях, при переходе от покоя к скольжению или верчению, которые могут возникать не обязательно одновременно, скачок значений силы и момента трения и при непоступательном скольжении тела тоже будет наблюдаться;

- при определении главного вектора и главного момента сил трения в формулах В.Ф. Журавлева следует использовать более общий вид аппроксимации Паде, позволяющий «улавливать» трение покоя.

*Приведено новое понимание сил трения покоя: на макромасштабном уровне они соответствуют сумме всех сил трения скольжения кинематических зон мезомасштабного уровня в пятне контакта перед началом скольжения тела для текущего момента времени. Дается и качественное объяснение появлению скачка (падающего участка) для силы трения при переходе от трения покоя к трению скольжения в случае малых скоростей. Похожие объяснения справедливы и для понимания моментов трения покоя, а также понимания наличия скачка для них при верчении и качении, когда они возникают отдельно друг от друга.*

**Ключевые слова:** сухое трение; закон Кулона; сила трения скольжения; момент трения верчения; момент трения качения; теория Контенсу; теория Контенсу – Журавлева; аппроксимация Паде для компонент сил трения.

## About dry friction at not forward sliding of a body and the critic of the theory Kontensu-Zhuravlev

V.A. Koronатов

Brotherly state university, Makarenko St., 40, Bratsk, Russia

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Article arrived 9.01.2019, it is accepted 3.02.2019

*The critic of the theory Kontensu-Zhuravlev to come down to the fact that the assumption of justice of Coulomb's law even if and in a differential form, when sliding bodies with spinning it is deprived of any bases. And that is why. Elementary platforms of a spot of*

contact, as well as a body, move not progressively, and Coulomb's law for them when finding elementary friction forces is used in that look which is applicable only for progress cases. It means that definition of the main vector and the main moment of friction forces and also the conclusions which are under construction on their basis - became not truly. In particular, it results in need of introduction of the following amendments of the existing theory:

- the coefficient of spinning cannot be expressed through sliding friction coefficient, such coefficients are sizes independent from each other;
- at small speeds static friction when sliding bodies with spinning can be also observed both for friction force, and for the moment – their size becomes only less noticeable, in comparison with when sliding and spinning arise independently of each other;
- at small speeds upon transition from rest to sliding or spinning which can arise not necessarily at the same time the jump of values of force and the moment of friction and at not forward sliding of a body will be observed too;
- when determining the main vector and the main moment of friction forces in V.F. Zhuravlev's formulas it is necessary to use more general view of approximation of Pade allowing "to catch" static friction.

New understanding of friction forces of rest is given: at the macrolarge-scale level they correspond to the sum of all friction forces of sliding of kinematic zones of mesolarge-scale level in a contact spot before sliding of a body for a present situation of time. Also the qualitative explanation is offered to emergence of jump (the falling site) for friction force upon transition from static friction to a sliding friction in case of small speeds. Similar explanations are fair also for understanding of the moments of static friction and also understanding of existence of jump for them when spinning and swing when they arise separately from each other.

**Keywords:** dry friction; Coulomb's law; sliding friction force; spinning friction moment; swing friction moment; Kontensu's theory; Kontensu-Zhuravlev's theory, Pade's approximation for a component of friction forces.

### Введение

Закон Кулона экспериментально был установлен для случая поступательного скольжения, определяя зависимость силы трения от скорости скольжения и прижимной силы (нормальной реакции). В последующем этот закон полуэмпирическим путем был распространен на случаи верчения и качения, когда эти движения осуществляются отдельно от других. В 1967 г. П. Контенсу в своей работе [1] усомнился в справедливости закона Кулона при непоступательном скольжении. Для решения прикладной задачи им было предложено для таких более сложных движений тела применять закон Кулона в дифференциальной форме, что, в частности, позволяет силу трения верчения выражать через трение скольжения, связывать коэффициенты трения верчения и скольжения друг с другом. Такой подход в настоящее время стал общепринятым и получил название теории Контенсу. Дальнейшее развитие теории Контенсу осуществилось в работах В.Ф. Журавлева [2–5], что оформилось в виде теории поликомпонентного сухого трения. Главным достижением этой теории, по мнению автора, является возможность определения компонент сил трения не через сложные интегральные выражения, а посредством использования аппроксимаций Паде, что существенно упрощает решение многих прикладных задач.

В данной работе приведена критика теории Контенсу – Журавлева. Автор считает, что предположение о справедливости закона Кулона в дифференциальной форме для задач скольжения тел с верчением лишено оснований. Как следствие, возникают вопросы о справедливости возможности выражения момента трения верчения через трение скольжения, а также о зависимости коэффициентов трения верчения и скольжения между собой. С отсутствием возможности остановок в поступательном скольжении при наличии верчения тоже сложно согласится. Поэтому в формулах В.Ф. Журавлева предлагается использовать аппроксимацию Паде более общего вида, что позволяет в новых аналитических зависимостях учитывать и трение покоя для компонент сил трения — в этом заключается принципиальное отличие новых зависимостей от прежних при определении компонент трения. Возможность существ-

ования трения покоя при малых скоростях верчения подтверждается экспериментально и объясняется теоретически. С помощью метода кинематических зон и принципов физической мезомеханики объясняется, что следует понимать под трением покоя и каковы причины появления скачка (падающего участка) в характеристике трения. Метод кинематических зон на мезомасштабном уровне позволяет более ясно понимать происходящие процессы в поверхностном слое пятна контакта фрикционных пар.

**О силах сухого трения.** В общем случае при движении тела по негладкой (шероховатой) поверхности в пятне контакта вследствие сухого трения могут возникать следующие компоненты сил сопротивления: сила трения  $F$  и момент трения верчения  $M$ , действующие в касательной плоскости между телами, и момент трения качения  $M_k$  — в плоскости, перпендикулярной к касательной. Эти компоненты возникают вследствие неровностей соприкасающихся тел и возникающих деформаций. Если линейная скорость проскальзывания  $v$  одного тела относительно другого равна нулю, то сила трения  $F$  называется силой трения покоя, если нет — силой трения скольжения. Аналогичные названия имеют и компоненты моментов: при отсутствии верчения или качения (их угловые скорости, соответственно  $\Omega$ ,  $\omega$ , равны нулю) называются моментами трения верчения или качения покоя, в противном случае — просто моментами верчения или качения. Определение этих компонент сил сопротивления играет определяющую роль в большинстве задач контактного взаимодействия тел. Имеются в виду прежде всего классические динамические задачи — скольжение с верчением плоских тел (например, диска), качение колеса или шара. Правильное нахождение их решений является необходимым условием перехода к решению многочисленных прикладных задач. Таких, например, как задачи автомобильного и железнодорожного транспорта, явления шимми в авиации, бурения, сверления и т. д.

Первые исследования [6–9] по сухому трению были проведены Леонардом да Винчи, Л. Эйлером, Г. Амантоном, Ш. Кулоном, А. Мореном. В работах этих авто-

ров изучались законы трения только для случая поступательного скольжения тела вдоль шероховатой плоскости. Для силы трения был установлен закон, который в современном представлении записывается так:

$$F = \begin{cases} fN \operatorname{sign} v, & \text{при } v \neq 0; \\ [-F_1, F_1], & \text{при } v \equiv 0 \quad (F_1 \geq fN) \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $f$  — коэффициент трения как безразмерная величина;  $N$  — прижимная сила (нормальная реакция);  $F_1$  — предельное значение силы трения покоя, при достижении которого тело перестает оставаться неподвижным и начинает скользить. Принято считать, что сила трения скольжения  $F$  либо не зависит от скорости скольжения (рис. 1), либо зависит нелинейным образом (рис. 2), что обычно принято аппроксимировать кубической параболой. На каждой характеристике при переходе от нулевой скорости покоя к началу скольжения имеется падающий участок: на рис. 1 — скачкообразный, а на рис. 2 — в виде падающей ветви кубической параболы. Существуют трудности в объяснении природы трения покоя и причин появления скачка (падающего участка) для силы трения при малых скоростях скольжения [10].

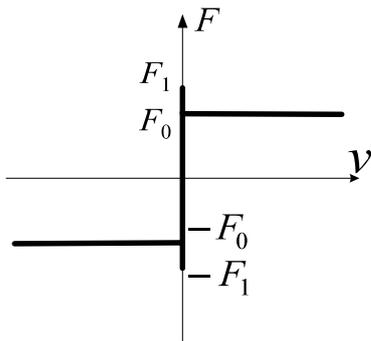


Рис. 1. Упрощенное представление закона Кулона для силы трения

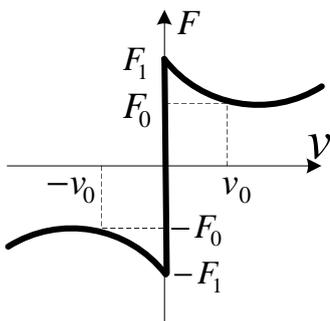


Рис. 2. Закон Кулона для силы трения при нелинейной зависимости от скорости скольжения

В зависимости от того, как оценивался вклад каждого из вышеназванных ученых в установлении закона сухого трения (1), этот закон в разные периоды именовался как закон Эйлера – Кулона, Кулона, Кулона – Морена. По этому поводу приводится интересный обзор в статье В.Ф. Журавлева [11]. В ней отмечается, что формулировка Эйлера — это «формулировка механика и математика, для которого важно исчерпываю-

щее аналитическое описание нового объекта, необходимое в уравнениях механики, а не физика, изучающего природу новой силы, каким был Кулон». В направлении математического подхода работали такие ученые, как Г. Кориолис, Резаль, Э. Раус, П. Пенлеве, О. Рейнольдс, Н.Е. Жуковский, Е.А. Болотин, П. Контенсу, А.Ю. Ишлинский, Ле Суан Ань, В.Ф. Журавлев, В.В. Козлов и др. Изучением физики процесса трения занимались В.Д. Кузнецов, А. Морен, Ф.П. Боуден, П. Конти, М. Мергент, Л. Бриллиен, В. Гарди, Э.С. Хайкин, Б.В. Дерягин, И.В. Крагельский, В.Л. Попов и др. В данной работе автор отдает предпочтение названию «закон Кулона» как одному из распространенных вариантов.

В последующем зависимость вида (1) стала использоваться и при определении моментов трения вращения  $M$  и качения  $M_k$  [12; 13]:

$$\begin{aligned} M &= \rho N \operatorname{sign} \Omega, & \text{при } \Omega \neq 0; \\ M_k &= \hat{\rho} N \operatorname{sign} \omega, & \text{при } \omega \neq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\rho, \hat{\rho}$  — соответственно коэффициенты трения вращения и качения, имеющие размерность длины; моменты покоя при вращении и качении вводятся, когда соответственно  $\Omega \equiv 0$  и  $\omega \equiv 0$ .

**Теория Контенсу – Журавлева.** Приведенные выражения (1), (2) для нахождения силы трения или моментов трения вращения и качения выражают справедливость закона Кулона для одного из простых движений тела — поступательного скольжения, вращения и качения, причем, когда они существуют по отдельности друг от друга. Для случаев, когда эти движения реализуются в той или иной комбинации друг с другом, справедливость закона Кулона никем экспериментально не проверялась. П. Контенсу [1] одним из первых обратил внимание на то, что закон Кулона в форме (1) дает ошибочные результаты при скольжении тела с вращением. Для решения таких задач им было предложено использовать закон Кулона в дифференциальной форме. Применяя закон Кулона для элементарных площадок, путем суммирования (интегрирования) всех элементарных сил определяется главный вектор сил трения, возникающий в пятне контакта трущихся тел; главный момент сил трения считался им малой величиной и поэтому не определялся. Анализ полученного интегрального выражения для главного вектора показал, что сила трения скольжения похожа на силу вязкого сопротивления при больших угловых скоростях вращения [13]. Развивая теорию Контенсу, В.Ф. Журавлев помимо главного вектора стал учитывать и главный момент сил трения в пятне контакта. При этом ему удалось путем интегрирования сложных выражений выразить компоненты сил трения через элементарные функции для некоторых частных случаев, что позволило более полно изучить свойства этих сил. На основе изученных свойств, вместо не берущихся в общем случае интегральных выражений для компонент сил трения, В.Ф. Журавлевым [2–5] было предложено ввести их Паде аппроксимацию:

$$F = F_0 \frac{v}{|v| + b\varepsilon|\Omega|}, \quad F_0 = F|_{\Omega=0} = fN; \quad (3)$$

$$M = M_0 \frac{\varepsilon\Omega}{\varepsilon|\Omega| + a|v|}, \quad M_0 = M|_{v=0} = \rho N.$$

Здесь  $a, b$  – коэффициенты аппроксимации, которые определяются экспериментально;  $\varepsilon$  – средний радиус пятна контакта. В формулах В.Ф. Журавлева, в соответствии с теорией Контенсу, форма Паде аппроксимации была выбрана из соображения, что при малых скоростях эти силовые компоненты должны соответствовать вязкому трению. На это указывали найденные им аналитические выражения для силы трения скольжения в элементарных функциях для некоторых частных случаев. Как будет показано ниже, аналогия с вязким трением для компонент трения была ошибочной. Аналитические зависимости (3) можно было рассматривать как новую модель трения для тел, совершающих неопустательное скольжение, если считать, что коэффициенты аппроксимации определяются экспериментальным путем.

**Критика теории Контенсу – Журавлева.** Мое несогласие с теорией Контенсу – Журавлева применительно к скольжению тела с верчением заключается в следующем.

1. Закон Кулона в дифференциальной форме, в том виде, в каком он используется в теории Контенсу – Журавлева, бесоснователен. И вот почему. Элементарные площадки, на которые разбивается трущаяся поверхность, как и тело в целом, совершают неопустательное скольжение. А при определении элементарных сил трения закон Кулона применяется для них в том виде (1), который справедлив только для случая поступательного движения тела при скольжении. Это говорит о том, что элементарные силы трения, а через них и главный вектор, и главный момент трения при неопустательном скольжении тела определялись неверно. Возможное объяснение подобного подхода, по-видимому, в том, что альтернативных путей решения этого вопроса в то время не существовало.

О том, что такой путь ошибочен, говорит, например, такой пример. Для случая чистого верчения круглого диска радиуса  $R$  с равномерно распределенной силой давления  $N$ , определяя главный момент трения, приходим к следующему. Применяя закон Кулона сначала в том виде, как он используется при верчении, а затем — в дифференциальном виде для элементарных площадок как при поступательном движении, получим:

$$M = \rho N \quad \text{и} \quad M = f \frac{2}{3} RN. \quad \text{Откуда следует, что}$$

$$\rho = f \frac{2}{3} R, \quad \text{т. е. коэффициенты трения верчения и}$$

скольжения получаются величинами одного порядка. Согласно [14], коэффициент верчения обычно значительно (в 5–10 раз) меньше коэффициента качения (а значит, и момент трения верчения тоже будет значительно меньше момента трения качения [15; 16]), а в сравнении с коэффициентом трения скольжения такая разница должна быть еще более заметна. Полученный

результат не согласуется с этим. Кроме того, заметим, что ранее, до появления работ П. Контенсу, считалось, что коэффициенты трения скольжения, верчения и качения не зависят друг от друга [12], и это, по-видимому, является правильным. Независимость коэффициентов трения скольжения и верчения друг от друга, в частности, означает, что трение покоя при возможном скольжении и верчении могут заканчиваться не одновременно.

2. В теории Контенсу – Журавлева утверждалось, что при наличии сколь угодно малого верчения сила трения трогания обращается в нуль, и условие отсутствия проскальзывания не может быть реализовано [4], т. е. трение покоя отсутствует.

Однако экспериментальные факты говорят о другом. В домашних условиях несложно проделать такой опыт. Однородному диску, например, обычному круглому зеркальцу, сообщаем малую угловую скорость верчения и помещаем на горизонтальную плоскость кусок стекла так, чтобы диск, вращаясь, не скользил по плоскости. Затем для появления сдвигающей силы вдоль плоскости край стекла приподнимаем на малую высоту. Опыт показывает, что при малом угле наклона плоскости вращающийся диск будет оставаться в данном месте, т. е. не начинает скользить вниз по стеклу. Подчеркнем, что угловая скорость верчения должна быть малой, иначе состояния покоя диска в поступательном движении будет трудно добиться. Это говорит о том, что составляющая силы тяжести не может заставить скользить вертящееся зеркальце вдоль наклонной плоскости. Значит, трение покоя при верчении существует! Только оно будет меньшей величины, чем при отсутствии верчения.

О наличии трения покоя говорят и другие опыты, проведенные на профессиональном уровне и опубликованные в журнале «Нелинейная динамика». В работе [17] А.В. Борисова с соавторами на приведенных графиках изменения относительной силы трения точками, обозначающими значения, полученные экспериментальным путем, ясно показано наличие трения покоя. Причем на всех шести графиках! Авторы статьи этот факт почему-то упорно не хотели замечать, списывая его на процесс приработки трущихся поверхностей на начальной стадии движения инденторов. По-видимому, причиной такого игнорирования явилось то, что теоретическая кривая на приведенных графиках не предусматривала трения покоя. А теоретическая кривая, по мнению автора, не соответствует действительности — она была получена, на основе аналитической зависимости главного вектора силы трения, исходя из предположения справедливости закона Кулона в дифференциальном виде. В пользу такого предположения говорит и то, что и другие экспериментальные точки на приведенных графиках не близки к теоретической кривой.

Наличие трения покоя можно объяснить и исходя из теории автора [18; 19], что будет сделано ниже.

3. Формулы В.Ф. Журавлева (3), введенные им в [2–5] эмпирически, не предусматривают существование трения покоя как для силы, так и для момента при скольжении с верчением. С учетом вышесказанного о существовании трения покоя предлагается в этих формулах использовать более общую аппроксимацию Паде,

которая позволяла бы «улавливать» и трение покоя. Что, собственно, автором и было ранее сделано в работе [18], когда качественно обосновывались формулы В.Ф. Журавлева с использованием метода кинематических зон и физической мезомеханики [20–22]. А именно:

$$F = F_0 \frac{|v| + \Delta}{|v| + b\varepsilon|\Omega| + \Delta}, \quad F_0 = F|_{\Omega=0} = fN \operatorname{sign} v;$$

$$M = M_0 \frac{\varepsilon|\Omega| + \Delta}{\varepsilon|\Omega| + a|v| + \Delta}, \quad (4)$$

$$M_0 = M|_{v=0} = \rho N \operatorname{sign} \Omega.$$

Здесь  $\Delta$  – коэффициент аппроксимации, определяется экспериментально, как и другие коэффициенты аппроксимации (имеет предположительно малую величину, так как через него определяется трение покоя). В формулах (4) используется более общая форма Паде аппроксимации, а главное, в них предусмотрены возможности трения покоя для силы трения и момента, т. е. при малых скоростях они не будут соответствовать вязкому трению, как это считалось ранее.

Отметим также, что при определении главного вектора и главного момента, как представляется автору, метод кинематических зон на мезомасштабном уровне [18; 19] будет, по-видимому, единственно эффективным, так как для каждой такой кинематической зоны можно применять обычные законы Кулона. Применение законов Кулона на обычном макроуровне для рассматриваемых задач будет затруднительно, если вообще возможно.

**О кинематических зонах и мезозонах.** Для дальнейшего необходимо напомнить, согласно работе [18], как в пятне контакта соприкасающихся тел различаются кинематические зоны: скольжения — где точки движутся с одинаковыми скоростями; верчения — где точки движутся с разными скоростями; сцепления — где точки неподвижны. Наряду с обычными размерами кинематических зон на макромасштабном уровне — макрозонами, используя идеи физической мезомеханики [20–22], будем различать микрозоны на мезомасштабном уровне. Такие кинематические микрозоны для краткости в дальнейшем будем называть мезозонами. Каждая такая кинематическая зона отвечает за одно из одноименных (по названию зоны) простых движений. Предполагается, что рост таких кинематических зон по числу, размерам (площади) и временам жизни, прямо пропорционально соответствующей кинематической скорости, отвечающей за данное простое движение, при отсутствии движения (состояние покоя) пропорционален силам или моментам, стремящимся сдвинуть тело и тем самым пытающимся придать телу одно из простых движений. Кинематические мезозоны имеют возможность сливаться друг с другом при высокой их концентрации и переходить в макрозоны по размерам (площади) и продолжительности их жизни. В этом случае удастся обнаруживать их в нашем макромире. Очевидно, что для каждой такой кинематической зоны будет работать закон Кулона в виде (1) или (2) — в зави-

симости от вида простого движения, за который она отвечает. Для дальнейшего важно определять динамику роста или убывания общей площади для каждой из таких зон. Отметим, что при скольжении тел с верчением пятно контакта заранее сформировано и имеет постоянные размеры. Поэтому изменение общей площади, занимаемой мезозонами скольжения, может происходить только за счет изменения общей площади мезозон верчения и наоборот. При скольжении с верчением кинематические мезозоны, хотя и имеют возможности сливаться друг с другом при высокой их концентрации, но времена их жизни остаются малыми, что не дает им возможность переходить в полной мере в макрозоны [19]. Поэтому кинематические зоны скольжения и верчения при непоступательном скольжении не могут быть обнаружены в макромире. В противном случае в макромире могло бы наблюдаться, что часть пятна контакта твердого тела движется поступательно, а часть — совершает верчение. Как известно, такого наблюдаться не может. При других вариантах комбинированной кинематики движения пятно контакта может изменяться по размерам, а кинематические зоны могут изменяться по занимаемой общей площади и независимо друг от друга. Классическим примером того, что мезозоны могут объединяться в макрозоны и быть заметны, являются опыты, проведенные О. Рейнольдсом. В 1876 г. ему удалось обнаружить зоны скольжения и сцепления при качении цилиндра [23].

**О трении покоя.** Трение покоя возникает при наличии силы, стремящейся сдвинуть тело вдоль опорной плоскости. При появлении такой силы, по мере ее роста, будут образовываться и увеличиваться — количественно, по размерам и продолжительности жизни — кинематические мезозоны скольжения. Со стороны каждой такой мезозоны будет возникать сила трения скольжения (не покоя!), которая, согласно закону Кулона, будет прямо пропорциональна силе давления, а значит, и ее площади: чем больше площадь мезозоны, тем большая часть силы давления всего тела будет приходиться на нее. Отсюда можно сделать такое предположение. Трение покоя в каждый момент времени на обычном макромасштабном уровне будет соответствовать суммарной силе всех сил трения скольжения для кинематических мезозон, образующихся в пятне контакта трущихся тел перед началом скольжения тела. Это предполагает, что на мезомасштабном уровне возникают только силы трения скольжения, а понятие трения покоя здесь не нужно. На обычном макромасштабном уровне трение покоя предлагается определять как результирующую силу трения скольжения всех мезозон.

Тем самым, с учетом вышесказанного, более правильным будет говорить только о силах трения скольжения, если учитывать процессы наиболее точно, на мезомасштабном уровне в пограничном слое контактирующих тел. Трение покоя — это вынужденная степень идеализации для сил трения при рассмотрении процессов на огрубленном макромасштабном уровне.

Под моментом трения покоя перед возникновением верчения на обычном макромасштабном уровне, по аналогии с предыдущим, будем понимать суммарное значение всех моментов верчения, возникающих во всех кинематических зонах верчения мезомасштабного уровня. Каждый такой момент трения верчения также определяется в соответствии с законом Кулона. Здесь тоже понятие момента трения покоя для мезозон вводить не нужно.

Под моментом покоя перед началом качения на обычном макромасштабном уровне будем понимать суммарное значение моментов трения качения для всех мезозон сцепления, каждый из которых определяется в соответствии с законом Кулона. Момент трения покоя для мезозон здесь также вводить не нужно.

Перед началом скольжения с верчением образованные кинематических зон скольжения и верчения на мезомасштабном уровне будет затруднено за счет возникающей конкуренции между ними. Причем в этой конкуренции предпочтение в образовании и росте будут получать те мезозоны, образованию которых способствуют соответствующие силы или моменты. Но в любом случае при наличии таких сил и моментов мезозоны скольжения и верчения будут образовываться, а значит, трение и момент покоя возникают и при скольжении с верчением. А на их значение будут влиять в обратном пропорциональной зависимости скорость скольжения или угловая скорость верчения конкурирующих составляющих движения, если какое-то из этих движений началось раньше. Это будет объяснять их меньшее значение по сравнению с трением или моментом покоя при чистом скольжении или чистом верчении. Аналогичная картина может наблюдаться и при других комбинациях простых движений, например, при качении со скольжением, качении с верчением и качении со скольжением и верчением. Это говорит о существовании трений покоя и при комбинированной кинематике движения тела для всех компонент сил трения, а значит, в аналитической записи для таких сил следует использовать более общую аппроксимацию Паде, предложенную автором в работах [24–27].

**О скачках при трении.** Ранее вопрос о причинах появления скачка трения в начале скольжения при малых скоростях для случаев поступательного движения тел поднимался в работах [10; 28; 29]. По мнению Ф.П. Бодена [28], сухое трение возникает вследствие сваривания в точках контакта соприкасающихся поверхностей, и это явление приводит к скачкообразному перемещению тел. С.Э. Хайкин [29] объяснял скачки при трении за счет возникновения релаксационных автоколебаний при скольжении. А.Ю. Ишлинский [10] высказал предположение о том, что скачки трения определяются продолжительностью контакта соприкасающихся тел. Не проводя анализ существующих точек зрения по данному вопросу, приведем новое понимание этого, исходя из теории автора [18; 19], основанной на динамике изменений кинематических зон в поверхностном слое пятна контакта. И сделаем это не только для случаев поступательного скольжения тела.

Можно предположить, что перед началом скольжения тела на обычном макромасштабном уровне в пятне контакта будет сформировано предельное число всех кинематических зон мезомасштабного уровня, суммарная сила трения скольжения которых будет уже не в состоянии уравновесить действие внешней сдвигающей силы. При этом следует ожидать предельную концентрацию таких мезозон, готовых в начале скольжения к слиянию в единую макрообласть, занимающую все пятно контакта трущихся тел (насколько позволяют это микронеровности поверхностного слоя). В самом начале скольжения тела эти мезозоны действительно сливаются в единую область, но не все, если скорость скольжения будет мала. Некоторые из таких кинематических зон начнут скользить в направлении, противоположном направлению движения тела. Для наглядности в качестве фрикционной пары представим две одежные щетки, которые находятся в соприкосновении своими рабочими поверхностями, где каждая из щетинок моделирует микронеровности в увеличенном масштабе. При скольжении верхней щетки относительно нижней, которая остается неподвижной, отдельные щетинки нижней щетки вследствие упругих сил начинают двигаться навстречу верхней щетке. Эти щетинки могут иметь большую по модулю скорость, чем движущаяся щетка при малой скорости последней. В результате такой разности скоростей на рабочей поверхности верхней щетки образуются мезозоны встречного скольжения, а значит, возникают силы трения скольжения со стороны таких мезозон в направлении движения верхней щетки. За счет таких мезозон встречного скольжения, а их будет меньше, чем мезозон доминирующего движения, происходит резкое уменьшение результирующей общей суммарной силы трения скольжения — скачок трения. Подчеркнем, что такое уменьшение может происходить только при малой скорости движения верхней щетки, т. е. при малой скорости скольжения. В противном случае мезозоны встречного скольжения образовываться не будут, вместо них будут мезозоны скольжения в доминирующем направлении, но двигаться они будут с меньшей скоростью, чем остальные.

Аналогичная картина происходит и при чистом верчении, а также и при скольжении с верчением, только в этом случае за счет конкуренции мезозон скольжения и верчения скачки трения и момента в начале скольжения или верчения, которые могут возникать и не одновременно друг с другом, будут меньше, чем если бы скольжение или верчение возникали по отдельности друг от друга.

В начале качения тоже следует ожидать появления скачка трения качения. Здесь такой скачок будет возникать за счет уменьшения силы трения покоя в начале качения по аналогии с вышесказанным. Сила трения покоя помогает трению качения, препятствуя движущему моменту, приложенному, например, к колесу. За счет изменения момента, создаваемого силой трения покоя, и будет возникать скачок момента в начале качения.

## Заключение

1. Приведена критика теории Контенсу – Журавлева при скольжении тел с верчением, где подвергается сомнению правомерность использования закона Кулона в дифференциальном виде.

2. Приведены экспериментальные данные и теоретическое обоснование опровержения того, что, согласно теории Контенсу – Журавлева, при наличии скольжения малого верчения сила трения трогания обращается в нуль, и условие отсутствия проскальзывания не может быть реализовано.

3. Сделано утверждение, что коэффициенты трения скольжения и верчения не зависят друг от друга, как это считалось и ранее, до теории Контенсу – Журавлева.

4. Дано новое понимание трения покоя при простых движениях тела — поступательного скольжения, вращения и качения, а также для случаев движения тела с комбинированной кинематикой.

5. Сделано утверждение о том, что, строго говоря, существует только трение скольжения, а трение покоя — это степень идеализации на огрубленном макромасштабном уровне.

6. Приведено новое объяснение скачка (падающего участка) трения как при простых видах движения тела, так и при комбинированной кинематике движения.

7. Предложенная теория ставит вопросы о правомерности прежних подходов и методов решения задач на скольжение с верчением и другими случаями с комбинированной кинематикой движения тела.

## Литература

1. Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением вращения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 60–77.
2. Андронов В.В., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск: R&CDynamics, 2010. 183 с.
3. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 5. С. 762-767.
4. Журавлев В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и вращения // Изв. РАН. МТТ. 2003. № 4. С. 81-88.
5. Журавлев В.Ф., Киреев А.А. О разложениях Паде в задаче о двумерном Кулоновском трении // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 2. С. 3-13.
6. Леонардо да Винчи. О себе и о своей науке. Т. I. Academia, 1932.
7. Amontons M. De la resistance causée dans les machines // Mém. l'Acad. Roy., 1699. P. 206–222.
8. Euler L. Sur la diminution de la resistance du frottement. Histoire de L'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres a Berlin. 1748. P. 133–148.
9. Morin A. Nouvelles experiences sur le frottement fait à Metz en 1831–1833 // Mém. présentées par divers savants à l'Académie des sciences. Т. 4. P. 1–128, 591–696. 1833; P. 641–783. 1835.
10. Ишлинский А.Ю., Крагельский И.В. О скачках при трении // Журн. Техн. Физики, 1944. Т. 14, вып. 4/5. С. 276-282.
11. Журавлев В.Ф. К истории сухого трения // Известия РАН. Механика твердого тела. 2013. № 4. С. 13 – 19.

12. Painleve P. Leçons sur le Frottement. Paris: Hermann, 1895 (Пенлеве П. Лекции о трении. М.: Гостехиздат, 1954. 316 с.

13. Маркеев А.П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. М.: Наука, Физматлит, 1992. 335 с.

14. Ш.-Ж. де ла Валле Пуссен. Лекции по теоретической механике. М.:ИЛ, 1948. 339 с.

15. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Ижевск, РХД, 2007. 592 с.

16. Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Дворников А.Л. Курс теоретической механики. М.: Высшая школа. 1974. 528 с.

17. Борисов А.В., Караваев Ю.Л., Мамаев И.С., Ермакова Н.Н., Иванова Т.Б., Тарасов В.В. Экспериментальное исследование движения тела с осесимметричным основанием, скользящего по шероховатой поверхности // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 3. С. 547-577.

18. Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурении, проникании, сверлении и заглаживании // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 3 (39). С. 24-32.

19. Коронатов В.А. Ошибка А. Зоммерфельда и о дискуссии применимости голономной механики для задач качения // Системы Методы Технологии. 2018. № 4 (40). С. 20-26.

20. Панин В.Е. Основы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. 1998. № 1. С. 5-22.

21. Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Панин А.В. Физическая мезомеханика деформируемого твердого тела как многоуровневой системы. 1. Физические основы многоуровневого подхода // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9. № 3. С. 9-22.

22. Панин В.Е., Панин А.В. Эффект поверхностного слоя в деформируемом твердом теле // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8. № 5. С. 7-15.

23. Reynolds O. On rolling friction // Philos. Trans. R. Soc. Lond., 1876/ Vol. 166. N. 155–174.

24. Коронатов В.А. Обобщение качественно новой теории качения колеса при описании явления Шимми // Системы. Методы. Технологии. 2018. № 1 (37). С. 45-55.

25. Коронатов В.А. Представление новой теории качения на примере описания движения ведомого колеса локомотива (автомобиля) // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2018. № 1 (57). С. 49-60.

26. Коронатов В.А. Новый вариант теории движения колеса на примере описания явления шимми // Проблемы механики современных машин. Материалы VII Международной научной конференции. Издательство: Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления (Улан-Удэ), 2018 г. Том 1. С. 209-215.

27. Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 4 (32). С. 83-94.

28. Bowden F.P., Leben L. The nature of sliding and the analysis of frictions. Proc. Roy. Soc., London. Ser. A. 1939. Vol. 169. N 938. P. 371-391.

29. Кайдановский Н.Л., Хайкин С.Э. Механические релаксационные колебания // Журн. Техн. Физики. 1933. Т. 3. Вып. 1. С. 91 - 109.

## References

1. Kontensu P. Communication between sliding friction and friction of spinning and its account in the theory of top//giroskopiya Problems. М.: World, 1967. P. 60-77.
2. Andronov V.V., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. М.; Izhevsk: R&CDynamics, 2010. 183 p.
3. Zhuravlev V. F. About model of dry friction in problem of swing of solids // the dishwasher. 1998. Т. 62, Is. 5. P. 762-767.

4. Zhuravlev V.F. Regularities of friction at combination of slippage and spinning // *Izv. RAS. MTT*. 2003. № 4. P. 81-88.
5. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. About Pade's decomposition in task about two-dimensional Coulomb friction // *Izv. RAS. MTT*. 2005. № 2. P. 3-13.
6. Vinci de L. About and about the science. T. I. Academia, 1932.
7. Amontons M. De la resistance causée dans les machines // *Mémoires de l'Académie Royale*, 1699. P. 206–222.
8. Euler L. Sur la diminution de la resistance du frottement. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres a Berlin*. 1748. P. 133–148.
9. Morin A. Nouvelles experiences sur le frottement faites a Metz en 1831–1833 // *Mémoires de l'Académie des sciences*. 1833. T. 4. P. 1–128, 591–696; 1835. P. 641–783.
10. Ishlinskiy A.YU., Kragel'skiy I.V. O skachkakh pri trenii. - *Zhurn. Tekhn. Fiziki*, 1944, t. 14, vyp. 4/5, s. 276 - 282.
11. Zhuravlev V.F. K istorii sukhogo treniya // *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*. 2013, № 4. S.13-19.
12. Painleve P. Leçons sur le frottement. Paris: Hermann, 1895.
13. Markeev A.P. Dynamics of the body adjoining to firm surface. M.: Science, Fizmatlit, 1992. 336 p.
14. De la Vallée's Che.-Ge. Poussin of the Lecture on theoretical mechanics. M.:IL, 1948. 339 p.
15. Markeyev A.P. Teoreticheskaya mekhanika. M.: Izhevsk, RKHD, 2007. – 592 s.
16. Dobronravov V.V., Nikitin N.N., Janitors A.L. Kurs of theoretical mechanics. M.: The higher school, 1974. 528 p.
17. Borisov A.V., Loaves Yu.L., Mamayev I.S., Erdakova N.N., Ivanova T.B., Tarasov V.V. Pilot study of the movement of the body with the axisymmetric base sliding on rough surface // *Nonlinear dynamics*. 2015. Vol. 11, № 3. P. 547-577.
18. Borisov A.V., Karavaev Yu.L., Mamaev I.S., Erdakova N.N., Ivanova T.B., Tarasov V.V. Experimental investigation of the motion of a body with an axisymmetric base sliding on a rough plane // *Reg. Ch. Dyn*. 2015. Vol. 20, № 5. P. 518–541.
19. Koronotov V.A. Obshchiy podkhod k opredeleniyu sil soprotivleniya pri kachenii, skol'zhenii tel s vercheniyem, burennii, pronikanii, sverlenii i zaglazhivaniyu // *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2018. № 3 (39). S. 24-32.
20. Koronotov V.A. Mistake of A. Sommerfeld and about discussion of applicability of holonomic mechanics for problems of swing // *Systems // Methods. Technologies*. 2018. № 4 (40). P. 20-26.
21. Panin V.E. Fundamentals of physical mesomechanics // *Physical mesomechanics*. 1998. № 1. P. 5-22.
22. Panin V.E., Egorushkin V.E., Panin A.V. Fizicheskaya of the mesomechanic of deformable solid as multilevel system. 1. Physical bases of multilevel approach // *Physical mesomechanics*. 2006. Vol. 9, № 3. P. 9-22.
23. Panin V.E., Panin A.V. Effekt of blanket in deformable solid // *Physical mesomechanics*. 2005. Vol. 8, № 5. P. 7-15.
24. Reynolds O. On rolling friction // *Philos. Trans. R. Soc. Lond.*, 1876. Vol. 166, P. 155–174.
25. Koronotov V. A. Synthesis of qualitatively new theory of swing of wheel at the description of the phenomenon of shimma // *Systems. Methods. Technologies*. 2018, № 1 (37). P. 45-55.
26. Koronotov V.A. Submission of the new theory of swing on the example of the description of the movement of the conducted wheel of the locomotive (car) // *the Current technologies. System analysis. Modeling*. 2018. № 1 (57). P. 49-60.
27. Koronotov V.A. New version of the theory of the movement of wheel on the example of the description of the phenomenon of shimma // *Problems of mechanics of modern cars // Materials VII of the International scientific conference*. Publishing house: East Siberian state university of technologies and steering (Ulan-Ude). 2018. Vol. 1. P. 209-215.
28. Koronotov V.A. Has begun creation of the strict theory of drilling // *Systems. Methods. Technologies*. 2016. № 4 (32). P 83-94.
29. Bowden F.P., Leben L. The nature of sliding and the analysis of frictions. *Proc. Roy. Soc., London. Ser. A*, 1939. Vol. 169, № 938. P. 371-391.
30. Kaydanovskiy N.L., Khaykin S.E. Mekhanicheskiye relaksatsionnyye kolebaniya // *Zhurn. Tekhn. Fiziki*. 1933. Vol. 3, № 1. P. 91-109.