34. Gasparyanc G.A. Design, bases of the theory and calculation of the car. M.: Mashinostroenie, 1978. 351 p.
35. Tarasik V.P. Theory of operational properties. SPb: BHV-Peterburg, 2006. 478 p.
36. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dinamik of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
37. Yunin E.K., Hegaj V.K. Dinamika of deep drilling. M.: Nedra-Biznescentr, 2004. 286 p.
38. Koronatov V.A. Introduction to rigorous theory of drilling // Sistemy Metody Tekhnologii. 2016. № 4 (32). P. 83-94.
39. Kogan A.YA. Interaction of a wheel and rail when swing // Vestn. VNIIZHTa. 2004. № 5. P. 33-40.
40. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.
41. Carter F.W. On the Stability of Running of Locomotives // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1928. 121. 585-611.
42. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221-252. Discussion pages 253-289.
43. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol. 1. P. 1-10.
44. Kalker J.J., Piotrowski J. Some new results in rolling contact // Vehicle System Dynamics. 1989. Vol. 18. P. 223-242.
45. Panin V.E., Grinyaev YU.V. Physical of the mesomechanic - a new paradigm on a joint of physics and mechanics of a deformable solid body // Physical Mesomechanics. 2003. T. 6, № 4. P. 9-36.
46. Panin V.E. Fundamentals of physical mesomechanics // Physical Mesomechanics. 1998. № 1. P. 5-22.
47. Panin V.E., Egorushkin V.E., Panin A.V. Physical of the mesomechanic of a deformable solid body as multilevel system. 1. Physical bases of multilevel approach // Physical Mesomechanics. 2006. T. 9, № 3. P. 9-22.
48. Panin V.E., Panin A.V. Effekt of a blanket in a deformable solid body // Physical Mesomechanics. 2005. T. 8, № 5. P. 7-15.
49. Popov V.L., Psah'e S.G., Shil'ko E.V., Dmitriev A.I., Knote K., Buher F., Ehrtc M. Research of dependence of coefficient of friction in the rail wheel system as functions of parameters of material and loading // Physical Mesomechanics. 2002. T. 5, № 3. P. 17-25.
50. Popov V.L., Psah'e S.G. Theoretical bases of modeling of elasto-plastic environments by method of mobile cellular automatons. 1. Homogeneous environments // Physical Mesomechanics. 2001. T. 4, № 1. P. 17-28.

УДК 621.001:519.676 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-4-26-31

Оценка возможности возникновения катастрофы сборки при неполной статистической информации

А.В. Питухин

Петрозаводский государственный университет, пр. Ленина 33, Петрозаводск, Республика Карелия
pitukhin@petrsu.ru
https://orcid.org/0000-0001-6417-5940
Статья поступила 10.10.2018, принята 31.10.2018

Совершенствование вероятностно-статистических методов в инженерных расчетах является актуальной задачей. В большинстве методов принимается допущение, что известны функции распределения управляющих переменных, входящих в соответствующие математические модели. Вместе с тем, в ряде случаев нет достаточного количества статистической информации об управляющих переменных, т. е. имеет место неполнота информации, что и определяет направление дальнейших исследований. Из множества методов принятия решений при ограниченной информации выбран метод, основанный на теории возможностей с использованием принципа обобщения Л. Заде, как наиболее апробированной в случае наличия неполной информации об управляющих параметрах. В основу построения моделей предельного состояния положены методы теории катастроф. Катастрофами считают качественные изменения системы, происходящие при плавном варьировании влияющих на ее поведение внешних условий. Из семи элементарных катастроф выбрана катастрофа сборки, описывающая состояние неустойчивого равновесия системы при двух независимых переменных. На основе теории возможностей и с использованием теории катастроф разработан метод оценки меры возможности возникновения катастрофы сборки, меры необходимости невозникновения катастрофы сборки и меры возможности невозникновения катастрофы сборки. Помимо решения задач теории надежности, предложенный метод может быть применим в инженерных расчетах при потере устойчивости конструкций, переходе материалов из одного агрегатного состояния в другое, фазовых переходах в металлах и сплавах, появлении критической хрупкости материалов при низких температурах и др. Намечены дальнейшие пути совершенствования предложенного метода.

Ключевые слова: мера возможности; инженерные расчеты; катастрофа сборки; неполная информация.

Evaluation of the possibility of cusp catastrophe occurrence with incomplete statistical information

A.V. Pitukhin

Petrozavodsk State University; 33, Lenin Ave., Petrozavodsk, Republic of Karelia
pitukhin@petrsu.ru
https://orcid.org/0000-0001-6417-5940
Received 10.10.2018, accepted 31.10.2018

Improvement of probabilistic and statistical methods in engineering calculations is an actual problem. Most methods assume that the distribution functions of the control variables included in the corresponding mathematical models are known. At the same time, in some cases there is not enough statistical information about the control variables, in other words, there is incomplete information, which determines the direction of further research. From a set of methods of decision used at the limited information, the method based on the possibility theory with use of the Zadeh's extension principle as the most tested in case of availability of incomplete information on control parameters is chosen. The methods of the theory of catastrophes are used as the basis for building the limit state models. Qualitative changes that occur in the form of a sudden response of the system to a smooth change in external conditions are called catastrophes. Of the seven elementary catastrophes, the cusp catastrophe describing the state of unstable equilibrium of the system at two independent variables was chosen. Based on the theory of possibilities and using the theory of catastrophes, a method has been developed for estimating the measure of the possibility of assembly catastrophe, a measure of the need for an assembly to not crash and a measure of the possibility of an assembly not fail. In addition to solving the problems of reliability theory, the proposed method can be applied in engineering calculations with loss of stability of structures, transfer of materials from one state of aggregation to another, phase transitions in metals and alloys, the emergence of critical material brittleness at low temperatures, and others. Further ways of improving the proposed method are determined.

Keywords: possibility measure; engineering calculations; cusp catastrophe; incomplete information.

Введение

Вероятностно-статистические методы расчета деталей машин и элементов конструкций в достаточной степени разработаны и применяются в инженерной практике. Предполагается при этом, что статистическая информация о свойствах материала, размерах и форме, действующих нагрузках и других параметрах, влияющих на работоспособность деталей машин, является полной, т. е. законы распределения случайных величин известны, и с их помощью можно с требуемой точностью осуществлять проектировочные и поверочные расчеты, определить показатели надежности, например, вероятность безотказной работы. Однако на практике достаточно сложно получить полную статистическую информацию о характере и уровне действующих нагрузок, поскольку условия эксплуатации машин весьма варьируются и зависят от множества природных, социальных и индивидуальных факторов. Характеристики несущей способности материалов в силу существенной зависимости от особенностей технологических процессов их изготовления и условий эксплуатации, например, температурных, также не полностью определены, и законы их распределения зачастую неизвестны. Поэтому при наличии неполной статистической информации традиционные вероятностно-статистические методы не приведут к правильному результату, и можно использовать, например, методы теории возможностей [1–7]. При ограниченной информации хорошие результаты дает также теория свидетельств Демпстера и Шейфера [6; 8; 9], применяется байесовский подход [6], методы интервальных средних [10–12], а так же методы на основе распределений, полученных из неравенства П.Л. Чебышева [13]. Следует отметить фундаментальный труд Л.В. Уткина [6], где подробно проанализированы существующие теории и особенности их применения. Указанные методы использовались для расчетов надежности, основанных на уравнениях деталей машин и сопротивления материалов, а также строительной механики, где для учета влияния трещин применялись деформационные критерии [5; 7]. В отличие от традиционных подходов в ряде статей автора и соавторов [14–19] в основу построения моделей предельного состояния положены методы теории катастроф, обладающие известными преимуществами, например, универсальностью. В качестве основы использовалась катастрофа сборки, как имеющая наиболее существенное значение для практических целей [19–21]. Информация же о действующих напряжениях и свойствах материалов при этом предполагалась полностью заданной и описывалась методами теории вероятностей и математической статистики. Поэтому целью данной статьи является создание метода оценивания возможности возникновения катастрофы сборки при неполной статистической информации об управляющих параметрах. В качестве управляющих параметров могут выступать нагрузки, деформации, перемещения, температура, жесткость, физико-механические свойства материалов и др. Для моделирования неопределенности целесообразно использовать элементы теории возможностей, наиболее широко применяемой в теории управления и нашедшей свое применение в расчетах надежности элементов конструкций [1; 3; 4; 7].

Методы. Катастрофами считают качественные изменения системы, происходящие при плавном варьировании влияющих на ее поведение внешних условий [22]. К предвестникам теории катастроф можно отнести работы Л. Эйлера по устойчивости стержней, труды по теории бифуркаций А. Пуанкаре и А. Андронова, теорию особенностей Х. Уитни. Создателями математической теории катастроф являются советский математик, академик В.Н. Арнольд [22] и французский математик Рене Том [23]. Существенный вклад внесли Е. Зиман [24], Т. Постон и И. Стюарт [25]. Следует отметить работы Дж.М.Т. Томпсона [20; 26], характеризующиеся простотой и наглядностью примеров.

Теория катастроф нашла применение при решении задач оценки показателей надежности для случая наличия полной статистической информации о нагрузках и несущей способности [14–19]. Алгоритм применения теории катастроф достаточно известен [21] и в сокращенном виде представлен ниже.

Пусть известна математическая модель исследуемого объекта, которая представлена при помощи определенного числа независимых переменных (аргументов, управляющих параметров, входных переменных). Состояния равновесия объекта образуют поверхность в упомянутом пространстве независимых переменных. Проекция поверхности равновесий на плоскость независимых переменных может иметь особенности. В таком случае теория особенностей предсказывает геометрию «катастроф», т. е. перескоков из одного состояния равновесия в другое при изменении управляющих параметров. Теория катастроф объяснила зависимость экспериментально наблюдаемых форм неустойчивости от числа этих независимых переменных.

Наиболее широко применяется в практических целях, как говорилось выше, катастрофа сборки [25], потенциальную функцию которой можно записать [19]:

$$V_{ab}(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}ax^2+bx\,.$$

Многообразие M катастрофы определяется известным уравнением:

$$0=\frac{d}{dx}V_{ab}(x)=x^3+ax+b\,. \tag{1}$$

На рис. 1 представлены поверхность равновесия (или многообразие катастрофы) и ее проекция на плоскость ab, определяющую управляющие параметры a и b.

Как уже подчеркивалось ранее, в качестве управляющих параметров в зависимости от условий задачи могут непосредственно выступать напряжения, деформации, жесткость, температура и др. Либо, в общем случае, эти параметры могут являться некоторыми функциями от указанных физических величин.

Точка (a,b) в своем движении постепенно меняет координаты a и b, описывая траекторию на плоскости ab. При этом наблюдаемое положение равновесия пройдет путь в M, лежащий над путем в ab. Из-за складок поверхности равновесия M этому пути, возможно, придется перескакивать с одного листа поверхности на другой. Такой перескок необходим, поскольку точки многообразия M, расположенные на внутренней поверхности складки, соответствуют неустойчивому состоянию объекта. Этот весьма быстрый и внезапный перескок объекта (катастрофа) реализуется лишь в случае покидания области I, что объясняется отсутствием выбора (принцип максимального промедления (*perfect delay*) Тома). Следовательно, гладкие изменения независимых переменных a и b могут привести к скачкообразным изменениям исследуемой системы (переменной состояния x), называющимся катастрофами. Траектория движения точки на ab совместно с траекторией на поверхности равновесия M показана на рис. 1.

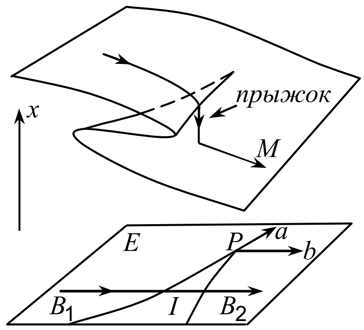

Рис. 1. Катастрофа сборки

Кубическое уравнение (1) имеет от одного до трех вещественных корней. Природа этих корней зависит от дискриминанта:

$$D=4a^3+27b^2\,. \tag{2}$$

При $(a,b)\in E$ имеется только один вещественный корень $(D>0)$.

Следовательно, катастрофа происходит в случае, когда траектория точки (a,b) покидает область I и входит в область E. При этом дискриминант D меняет знак с минуса на плюс.

Известно, что изменения независимых переменных могут быть случайными. Случайными являются нагрузки, размеры элементов конструкций вследствие их рассеяния в пределах полей допусков, размеры трещиноподобных дефектов, механические свойства материалов и т. д. Поэтому вопросы расчета и проектирования элементов конструкций при наличии случайных возмущающих факторов и с позиций теории катастроф были рассмотрены в работах автора и соавторов [14–19]. При этом законы распределения случайных величин полагались известными.

Предельное состояние описывалось с применением катастрофы сборки (1), которую мы и рассмотрим, но уже с позиций теории возможностей, поскольку информация о распределении случайных переменных ограниченна (законы распределения случайных величин неизвестны). Теория возможностей описана достаточно подробно и использовалась в работах [2; 3; 6; 7; 27], в том числе и для оценки показателей надежности деталей машин и строительных конструкций. Однако теория катастроф при этом не применялась.

Результаты. Независимые переменные a и b в общем случае зависят от параметра (времени), и состояние объекта будет определяться нестационарной случайной функцией $D(a,b,t)$. Полагаем, что момент времени зафиксирован, и дискриминант является случайной величиной.

Как уже говорилось, катастрофа происходит, когда траектория точки (a,b) покидает область I, и при этом D меняет знак с отрицательного на положительный.

Пусть a и b — случайные величины с известными средними, но неизвестными законами распределения. Условие наступления предельного состояния, т. е. возникновения катастрофы сборки:

$$D = 4\tilde{a}^3 + 27\tilde{b}^2 \geq 0\,. \qquad (3)$$

Отсутствие катастрофы сборки определяется условием:

$$D = 4\tilde{a}^3 + 27\tilde{b}^2 < 0\,.$$

Волной сверху обозначены «возможностные» переменные, т. е. переменные, информация о которых неполная или неточная, и законы их распределения неизвестны. В теории нечетких множеств они называются «нечеткими» переменными.

В дальнейшем определим меру возможности возникновения катастрофы сборки Q и меру возможности отсутствия катастрофы сборки R, а также меру необходимости отсутствия катастрофы сборки N.

Введем нечеткую функцию $D(d)$ от нечетких переменных $\tilde{a}$ и $\tilde{b}$, определяющих дискриминант D с позиций теории возможностей:

$$D(d) = 4\tilde{a}^3 + 27\tilde{b}^2\,. \qquad (4)$$

Полагаем известными функции распределения возможностей управляющих переменных:

$$\pi_{\tilde{a}}(a) = \exp\left\{-\left[(a-m_a)/h_a\right]^2\right\}, \qquad (5)$$

$$\pi_{\tilde{b}}(b) = \exp\left\{-\left[(b-m_b/h_b\right]^2\right\}, \qquad (6)$$

где m_a, m_b, h_a, h_b — параметры функции распределения возможностей; m_a и m_b определяют средние значения; h_a и h_b характеризуют рассеяние параметров a и b.

Функция распределения возможностей для дискриминанта имеет вид:

$$\pi_D(d) = \exp\left\{-\left[(d-m_d)/h_d\right]^2\right\}, \qquad (7)$$

где m_d и h_d — параметры, подлежащие определению.

Воспользуемся для этого известной методикой [2; 27]. Обратная функция:

$$\pi_D^{-1}(d) = d = m_d \pm h_d\sqrt{-\ln\alpha} = m_d \pm h_d\beta\,. \qquad (8)$$

$$\alpha = \pi_D(d) = \exp(-\beta^2)\,. \qquad (9)$$

$$\beta = \sqrt{-\ln\alpha}\,. \qquad (10)$$

Иллюстрация общего вида функции распределения возможностей $\pi_D(d)$ нечеткой переменной D, а также Q, R и N представлена на рис. 2.

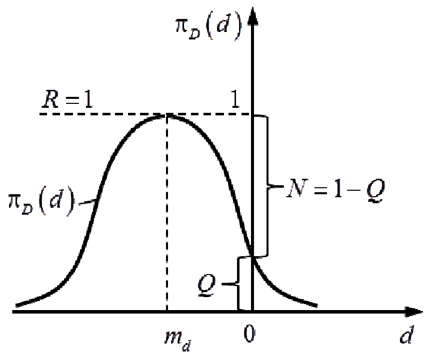

Рис. 2. Функция распределения возможностей нечеткой переменной D

По принципу обобщения Л. Заде [2]:

$$d = 4(m_a - h_a\beta)^3 + 27(m_b - h_b\beta)^2\,. \qquad (11)$$

Перед h_a и h_b берется знак «минус», так как функция $D(d)$ от аргументов a и b возрастающая [27].

Условие возникновения катастрофы сборки с учетом (3) и (11):

$$d = 4(m_a - h_a\beta)^3 + 27(m_b - h_b\beta)^2 \geq 0\,. \qquad (12)$$

В выражении (12) неизвестны аргументы β и d. Для полного решения задачи находим m_d, затем α и h_d.

Положив $\beta = 0$ из уравнений (8) и (11), находим:

$$m_d = 4m_a^3 + 27m_b^2\,. \qquad (13)$$

Значение β, что при $d = 0$ соответствует условию перехода системы в состояние неустойчивого равновесия и последующего наступления катастрофы, определяем путем решения кубического уравнения (11) или (12), положив $d = 0$.

С использованием зависимости (9) находим α, и по выражению (8) определяем h_d :

$$h_d = \frac{m_d}{\beta}.$$

Меру возможности возникновения (появления) катастрофы сборки Q находим по формуле:

$$Q = \exp\left[-(m_d/h_d)^2\right].$$

Меру необходимости невозникновения катастрофы сборки определяем:

$$N = 1 - Q.$$

Меру возможности непоявления катастрофы сборки R определяем с использованием метода оценивания возможности безотказной работы механических систем [7; 27].

В инженерных расчетах предложенный метод, основанный на математической теории катастроф и теории возможностей, может быть применен для оценки возможности отказа системы в отличие от методов, основанных на теории катастроф и теории вероятностей [14–19], где определяется вероятность отказа системы. Но при этом задается не функция распределения вероятностей независимых переменных, а функция распределения их возможностей. Последовательность (алгоритм) расчетов остается практически идентичным.

Заключение

Совершенствование вероятностно-статистических методов в инженерных расчетах является актуальной задачей. Вместе с тем, в ряде случаев нет достаточного количества статистической информации об управляющих переменных, т. е. имеет место неполнота информации, что и определяет направление дальнейших исследований.

Из множества методов принятия решений при ограниченной информации выбран метод, основанный на теории возможностей с использованием принципа обобщения Л. Заде, как наиболее апробированной в случае наличия неполной информации об управляющих параметрах.

В основу построения моделей предельного состояния положены методы теории катастроф. Из семи элементарных катастроф выбрана катастрофа сборки, описывающая состояние неустойчивого равновесия системы при двух независимых переменных.

На основе теории возможностей и с использованием теории катастроф разработаны методы оценки меры возможности появления катастрофы сборки Q, меры необходимости невозникновения катастрофы сборки N и меры возможности невозникновения катастрофы сборки R.

В статье рассмотрен вариант возможности возникновения катастрофы сборки при неполной информации о двух переменных a и b непосредственно. В реальных практических задачах эти параметры могут зависеть от некоторого числа управляющих переменных, информация о которых ограниченна. Такая задача должна решаться путем приведения ее к рассмотренной в данной статье.

В дальнейшем целесообразно разработать метод оценки меры возможности безотказной работы деталей машин и элементов конструкций при воздействии предельной нагрузки с использованием нечетких переменных и катастрофы сборки.

Математические методы теории катастроф позволяют описать не только разрушение элементов конструкций механических систем, но и всякие скачкообразные изменения в природе и обществе: землетрясения, исчезновение биологических видов и популяций, социальные революции и др. Помимо решения задач теории надежности, предложенный метод может быть применим в инженерных расчетах при потере устойчивости конструкций, переходе материалов из одного агрегатного состояния в другое, фазовых переходах в металлах и сплавах и т. д. При ограниченной информации об управляющих параметрах рассмотренный в данной статье подход может дать существенные преимущества перед традиционными.

Желательно также, помимо теории возможностей, в дальнейшем рассмотреть и другие методы принятия решений при неполной информации с использованием теории катастроф.

Литература

1. Dubois D., Prade H. Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty. New York: Plenum Press, 1988.

2. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. P. 338-353.

3. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. № 8. С. 35.

4. Utkin V.S., Solovjev S.A. Reliability Analysis of Existing Reinforced Concrete on Normal Crack Length Criterion // International Journal for Computation Civil and Structural Engineering.2017. Vol. 13, № 2. P. 56-63.

5. Уткин В.С., Соловьёв С.А. Определение остаточной несущей способности и надёжности железобетонных балок по критерию ширины раскрытия трещин // Бетон и железобетон. 2016. № 1. 20 с.

6. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. СПб.: Наука, 2007. 404 с.

7. Уткин В.С., Карпушова К.А. Расчёт надёжности несущих железобетонных элементов по критерию прочности рабочей арматуры в сечении с нормальной трещиной //Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 28-29.

8. Ferson S, Kreinovich U., Ginzburg I. Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures: Report SAND 2002-4015. Sandia National Laboratories, 2003.

9. Dempster A.P. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping // Annales of Mathematical Statistics. 1967. Vol. 38. P. 325-339.

10. Tonon F., Bernardini A., Mammino A. Reliability Analysis of Rock Mass Response by Means of Random Set Theory // Reliability Engineering and System Safety. 2000. Vol. 70 (3). P. 263-282.

11. Walley P. Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities. London: Chapman and Hall, 1991. 706 p.

12. Кузнецов В.П. Интервальные статистические модели. М.: Радио и связь, 1991. 352 с.

13. Уткин В.С. Расчёт надёжности деталей машин с использованием неравенства Чебышёва // Вестн. машиностроения. 2012. № 1. С. 7-10.

14. Pitukhin A.V. Application of Cusp Catastrophe Theory in Engineering Design // The Third World Congress on Computational Mechanics, Extended Abstracts (August 1-5). Chiba, Japan, 1994. Vol. 2. P. 1259-1260.

15. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory //Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 607. P. 817-820.

16. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statisyical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol.741. P. 283-286.

17. Pitukhin A., Skobtsov I. Optimal Design of Earth-Moving Machine Elements with Cusp Catastrophe Theory Application [Electronic resource] // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Institute of Physics Publishing. Bristol. 2017. № 87.

18. Питухин А.В., Скобцов И.Г. Метод оценки вероятности катастрофы сборки для случая, когда управляющие параметры являются случайными функциями // Фундаментальные исследования. 2014. № 1. С. 24-27

19. Питухин А.В. Методы теории катастроф при проектировании элементов конструкций машин и оборудования лесного комплекса // Изв. высш. учеб. заведений «Лесной журнал». 2007. № 2. С. 58-64.

20. Thompson J.M.T., Hun G.W. Elastic Instability Phenomena. hichester : Jhon Wiley and Sons. 1984. 209 p.

21. Арнольд В.Н. Теория катастроф. 3-е изд. доп. М.: Наука, 1990. 128 с.

22. Арнольд В.И. Особенности гладких отображений // Успехи математических наук. 2000. Т. 23, Вып. 1 (139). С. 3-44.

23. Thom R. Stabilite Structurelle et Morphogenese. New York: Benjamin, 1972. 362 p.

24. Zeeman E.C. Catastrophe Theory: Selected Papers 1972-1977. Addison-Wesley. Massachusetts, 1975.

25. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1980. 608 с.

26. Thompson J.M.T., Hunt G.W. A General Theory of Elastic Stability London: Jhon Wiley and Sons, 1973. 171 p.

27. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчёт надёжности механических систем при ограниченной статистической информации. Вологда, 2008. 188 с.

References

1. Dubois D., Prade H. Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty. New York: Plenum Press, 1988.

2. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. P. 338-353.

3. Utkin V.S. The Importance of Risk Level in the Possibility Theory // Stroitel'nye materialy. 2004. № 8. P. 35.

4. Utkin V.S., Solovjev S.A. Reliability Analysis of Existing Reinforced Concrete on Normal Crack Length Criterion // International Journal for Computation Civil and Structural Engineering.2017. Vol. 13, № 2. P. 56-63.

5. Utkin V.S., Solov'yov S.A. Determination of the Residual Bearing Capacity of Reinforced Concrete Beams Reliability by the Criterion of the Width of the Crack Opening // Beton i zhelezobeton. 2016. № 1. P. 20.

6. Utkin L.V. Risk Analysis and Decision Making with Incomplete Information. SPb.: Nauka, 2007. 404 p.

7. Utkin V.S., Karpushova K.A. Reliability Calculation of Load-Bearing Reinforced Concrete Elements as per Strength Criterion of Main Reinforcement in Section with Normal Crack //Construction mechanics and calculation of constructions. 2017. № 2 (271). P. 28-29.

8. Ferson S, Kreinovich U., Ginzburg I. Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures: Report SAND 2002-4015. Sandia National Laboratories, 2003.

9. Dempster A.P. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping // Annales of Mathematical Statistics. 1967. Vol. 38. P. 325-339.

10. Tonon F., Bernardini A., Mammino A. Reliability Analysis of Rock Mass Response by Means of Random Set Theory // Reliability Engineering and System Safety. 2000. Vol. 70 (3). P. 263-282.

11. Walley P. Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities. London: Chapman and Hall, 1991. 706 p.

12. Kuznecov V.P. Interval Statistical Models. M.: Radio i svyaz', 1991. 352 p.

13. Utkin V.S. Calculating the Reliability of Machine Parts on the Basis of the Chebyshev Inequality // Russian Engineering Research. 2012. № 1. P. 7-10.

14. Pitukhin A.V. Application of Cusp Catastrophe Theory in Engineering Design // The Third World Congress on Computational Mechanics, Extended Abstracts (August 1-5). Chiba, Japan, 1994. Vol. 2. P. 1259-1260.

15. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory //Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 607. P. 817-820.

16. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statisyical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 741. P. 283-286.

17. Pitukhin A., Skobtsov I. Optimal Design of Earth-Moving Machine Elements with Cusp Catastrophe Theory Application [Electronic resource] // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Institute of Physics Publishing. Bristol. 2017. № 87.

18. Pituhin A.V., Skobcov I.G. A Method of Estimating the Probability of Cusp Catastrophe for the Case when the Control Pairs are Random Function // Fundamental research. 2014. № 1. P. 24-27.

19. Pituhin A.V. Methods of Catastrophe Theory when Designing Elements of Machines and Equipment of Forest Industry // Bulletin of higher educational institutions. Lesnoy zhurnal. 2007. № 2. P. 58-64.

20. Thompson J.M.T., Hun G.W. Elastic Instability Phenomena. Chichester: Jhon Wiley and Sons. 1984. 209 p.

21. Arnol'd V.N. Catastrophe Theory. 3-e izd. dop. M.: Nauka, 1990. 128 p.

22. Arnol'd V.I. Features of Smooth Manifold // Russian Mathematical Surveys. 2000. T. 23, Vyp. 1 (139). P. 3-44.

23. Thom R. Stabilite Structurelle et Morphogenese. New York: Benjamin, 1972. 362 p.

24. Zeeman E.C. Catastrophe Theory: Selected Papers 1972-1977. Addison-Wesley. Massachusetts, 1975.

25. Poston T., Styuart I. Catastrophe Theory and its Application: per. s angl. M.: Mir, 1980. 608 p.

26. Thompson J.M.T., Hunt G.W. A General Theory of Elastic Stability London: Jhon Wiley and Sons, 1973. 171 p.

27. Utkin V.S., Utkin L.V. Reliability Calculation for Mechanical Systems with Limited Statistical Information. Vologda, 2008. 188 p.