

## Ошибка А. Зоммерфельда и о дискуссии применимости голономной механики для задач качения

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия  
kortavik@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>  
Статья поступила 4.10.2018, принята 2.11.2018

*Приведены главные отличия и преимущества нового общего подхода от традиционных в нахождении сил сопротивления для тел с комбинированной кинематикой движения, в частности, при качении с проскальзыванием, скольжении с верчением и бурении (проникании). Новый подход предлагается назвать методом кинематических зон, так как он позволяет учитывать динамику процессов в пятне контакта через изменения размеров кинематических зон, не определяя при этом контактные напряжения. Метод дает возможность устанавливать аналитические зависимости для силовых компонент через кинематические скорости, что ранее не удавалось. Приведенные отличия делают неактуальными все вопросы, которые ранее задавались В.Ф. Журавлеву его оппонентами в лице В.В. Козлова, А.В. Борисова и И.С. Мамаева в известной дискуссии на страницах журналов «Нелинейная динамика» и «Успехи физических наук» о применимости голономной механики для задач качения. С позиций метода кинематических зон доказана необоснованность утверждения знаменитого немецкого физика А. Зоммерфельда о монотонном убывании коэффициента трения скольжения с увеличением скорости при больших скоростях, сделанное им на основании экспериментальных данных в железнодорожном транспорте. Дано обоснование тому, что кинематические зоны скольжения и верчения не могут быть обнаружены экспериментально на обычном макромасштабном уровне из-за малости времен их жизни мезомасштабного уровня при скольжении тел с верчением и погружении (проникании). Обоснована возможность экспериментального обнаружения зон сцепления и скольжения на макромасштабном уровне при качении, что и удалось сделать О. Рейнольдсу. Приведено также сравнение результатов новой теории с результатами В.В. Козлова применительно к качению.*

**Ключевые слова:** метод кинематических зон; динамические контактные задачи; закон Амонтона – Кулона; коэффициент трения скольжения; комбинированная кинематика; клеточные автоматы; мезомасштабные зоны; физическая мезомеханика.

## Mistake of A. Sommerfeld and the discussion of applicability of holonomic mechanics for rolling problems

V.A. Koronotov

Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia  
kortavik@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>  
Received 4.10.2018, accepted 2.11.2018

*The main differences and advantages of the new general approach from the traditional in finding the forces of resistance for bodies with combined kinematics of motion, in particular, when rolling with slipping, sliding with twisting and drilling (penetration) are given. The new approach is proposed to be called the method of kinematic zones, since it allows one to take into account the dynamics of processes in the contact patch through changes in the dimensions of the kinematic zones, while not determining the contact stresses. The method makes it possible to establish analytical dependencies for force components through kinematic velocities, which was previously not possible. These differences make irrelevant all the questions about the applicability of holonomic mechanics for rolling problems that V.F. Zhuravlev had been previously asked by his opponents V.V. Kozlov, A.V. Borisov and I.S. Mamaeva in the well-known discussion in the pages of the journals "Nonlinear Dynamics" and "Advances in Physical Sciences". From the standpoint of the kinematic zones method, the validity of the conviction of the famous German physicist A. Sommerfeld about the monotonous decrease of the sliding friction coefficient with increasing speed at high speeds was proved, which he made on the basis of experimental data in railway transport. It is substantiated that the kinematic zones of sliding and spinning cannot be detected experimentally at the macroscale level due to the smallness of their lifetimes at the mesoscale level when the bodies slide with spinning and immersion (penetration). The possibility of experimental detection of zones of adhesion and sliding at the macroscale level during rolling is substantiated, which O. Reynolds was able to do. A comparison of the results of the new theory with the results of V.V. Kozlov in relation to rolling is also given.*

**Keywords:** method of kinematic zones; dynamic contact tasks; law of Amonton – Coulomb; sliding friction coefficient; combined kinematics; cellular automaton; mesoscale zones; physical mesomechanics.

В ранее изложенной работе автора [1] была приведена новая теория, дающая общий подход к определению аналитических зависимостей для силовых компонент сил сопротивления, возникающих в пятне контакта для тел с комбинированной кинематикой движения, в частности, при качении с проскальзыванием, скольжении с верчением и бурении (проникании). Такой подход вполне логично назвать методом кинематических зон, поскольку он основан на использовании изменения размеров таких зон через кинематические скорости при определении силовых компонент. Этот метод позволяет полностью отказаться от использования напряжений, возникающих в пятне контакта, для нахождения силовых компонент — основы для всех существующих методов решения динамических контактных задач [2–8].

Весьма существенно, что, таким образом, теперь нет необходимости:

- вводить гипотезу о справедливости закона Амонта – Кулона в дифференциальном виде [5];
- решать вопросы, связанные с определением влияния динамики процессов на распределение контактных напряжений (определять динамические законы изменения контактных напряжений). До сих пор это не удавалось, и учитывались лишь стационарные зависимости, например, в виде закона Герца в обычном виде или с учетом вытянутости пятна контакта [9; 10];
- определять динамику изменения формы и размеров пятна контакта — вместо этого пятно контакта обычно усреднено принималось в виде эллипса [2–5];
- вводить гипотезы о вязкоупругой деформации в пятне контакта, например, Кельвина – Фойгта [11–13], для придания динамичности процессам в пятне контакта при качении;
- использовать для силовых компонент трения сложные интегральные выражения [2–6], с которыми трудно было работать из-за их громоздкости и из которых практически невозможно устанавливать аналитические зависимости от кинематических скоростей, что является необходимым для решения динамических контактных задач.

Взамен вышеперечисленного метод кинематических зон позволяет весьма просто и обоснованно вводить аналитические зависимости от кинематических скоростей для компонент сил сопротивления [1] при решении динамических задач. Ранее нахождение таких зависимостей вызывало большие трудности и приводило к получению ошибочных результатов — например, из-за нечувствительности теории поликомпонентного сухого трения к изменениям угловой скорости при описании качения колеса [5; 14–20].

Интересно заметить, что отмеченные выше отличия новой теории от всех существующих теорий и, в частности, теории поликомпонентного сухого трения, дают исчерпывающие ответы на все вопросы в пользу голономной механики для задач качения. Такие вопросы ранее задавались В.Ф. Журавлеву его оппонентами в лице В.В. Козлова, А.В. Борисова и И.С. Мамаева на страницах журналов «Нелинейная динамика» [21–26] и

«Успехи физических наук» [27] во время дискуссии о применимости голономной и неголономной механики. В том числе получили обоснования некоторые экспериментальные данные, которые до сих пор не находили объяснений, что показано ниже.

• В дискуссии между В.В. Козловым и В.Ф. Журавлевым [21; 22] был затронут вопрос о постоянстве коэффициента трения скольжения. И хотя в настоящее время отсутствует единая точка зрения по данному вопросу [22; 28], тем не менее, по мнению автора, ссылка В.В. Козлова на публикацию А. Зоммерфельда [29] не может являться основанием для высказанных сомнений, и вот почему. В публикации [29] было сделано утверждение: «Опыт эксплуатации железных дорог показал, что при больших скоростях  $\nu$  коэффициент  $f$  монотонно убывает с возрастанием  $\nu$  (трение скольжения между колесами и тормозными колодками)». Здесь через  $f$  обозначен коэффициент трения скольжения, а что понимать под  $\nu$  — ничего не было сказано. По мнению автора,  $\nu$  — это скорость движения колеса, т. е. скорость его центра, а не скорость скольжения, как это следует из дискуссии [21; 22] уважаемых академиков друг с другом. В противном случае, как будет показано ниже, монотонного убывания коэффициента  $f$  не наблюдалось бы. Заметим также, что и сами железнодорожники связывают убывание коэффициента трения скольжения с возрастанием скорости поезда [30; 31], т. е. скорости центра колеса, а не скорости скольжения тормозной колодки. Будем иметь в виду, что это кажущееся изменение коэффициента трения в зависимости от скорости было зафиксировано в железнодорожном транспорте при обычном описании качения, т. е. без учета существования кинематических зон в пятне контакта, как это было тогда общепринято. Наблюдаемое уменьшение силы трения скольжения при увеличении скорости и постоянных силах давления колеса на полотно дороги и тормозной колодки на колесо, по-видимому, и давало основание А. Зоммерфельду говорить, в соответствии с законом Амонта – Кулона, о том, что коэффициент трения скольжения убывает. Теперь посмотрим на содержание этого вопроса с позиций новой теории, использующей метод кинематических зон [1], и предполагая, как и ранее, постоянство сил давления колеса на рельс и тормозной колодки на колесо. При качении с проскальзыванием в пятне контакта образуются кинематические зоны скольжения и сцепления. В предположении о постоянстве площади пятна контакта зона скольжения будет уменьшаться при росте зоны сцепления вследствие увеличения скорости движения колеса, а значит, и его угловой скорости. Тем самым будет уменьшаться и доля от всей силы давления со стороны колеса, приходящая на зону скольжения в пятне контакта. Согласно закону Амонта – Кулона, будет уменьшаться и возникающая сила трения скольжения в пятне контакта колеса с рельсом (сила трения между тормозной колодкой и колесом остается постоянной), что и было заме-

чено железнодорожниками [30; 31]. Отмеченное будет справедливо и при постоянном коэффициенте трения скольжения и никак не указывает на необходимость его уменьшения. Это говорит о том, что выводы на основании опыта эксплуатации железных дорог, сделанные А. Зоммерфельдом, некорректны и не дают оснований утверждать о монотонном убывании коэффициента трения скольжения с увеличением скорости при больших скоростях (движения колеса). Ошибка А. Зоммерфельда заключалась в том, что он, как и все остальные, обращал внимание только на возникающие силы сопротивления скольжению между тормозной колодкой и колесом, не обращая при этом внимания на изменение силы трения скольжения в пятне контакта колеса с рельсом. Следует подчеркнуть, что монотонный характер уменьшения коэффициента трения, а точнее, силы трения скольжения, отмеченный А. Зоммерфельдом [29], может наблюдаться только вследствие монотонного уменьшения зоны скольжения, происходящего при увеличении кинематической зоны сцепления, к чему будет приводить рост скорости движения колеса (угловой скорости). А возрастание скорости проскальзывания из-за ее нелинейной связи со скоростью движения колеса [32; 33] может приводить как к возрастанию, так и к убыванию угловой скорости и, тем самым, к нарушению монотонности изменения силы трения. На ошибку знаменитого немецкого физика, которая почти сто лет вводила всех в заблуждение, косвенно указывает и тот факт, что для тел, совершающих поступательное скольжение, подобного уменьшения коэффициента трения скольжения экспериментально никто не наблюдал. При малых скоростях движения колеса изменение силы трения, скорее всего, было незначительным, что тоже объяснимо с позиций новой теории — изменение зон скольжения и сцепления в этом случае будет малозаметным, а значит, и сама сила трения скольжения будет мало изменяться. Заметим при этом, что сама сила трения скольжения при качении без верчения, согласно новой теории [1], зависит прямо пропорционально от скорости проскальзывания и обратно — от угловой скорости колеса, и не только при больших скоростях. И сила трения скольжения должна будет возрастать при росте скорости скольжения, что тоже говорит не в пользу утверждения А. Зоммерфельда.

• В автомобильном транспорте на основании опытных данных принимается, что коэффициент трения качения изменяется прямо пропорционально квадрату скорости движения колеса [34; 35], что никак не объясняется и вводится эмпирически. С позиций новой теории [1; 32; 33] это объясняется увеличением вытянутости зоны сцепления в пятне контакта прямо пропорционально и в направлении скорости движения, что приводит к росту плеча пары сил, создающих момент трения качения. Следует подчеркнуть, что здесь имеется в виду именно линейная скорость движения центра колеса, а не угловая. Например, при чистом буксовании на месте, при увеличении угловой скорости вытянутости пятна контакта и зоны сцепления происходить не

будет. Квадрат скорости берется, чтобы учесть, что при малых скоростях движения колеса возрастание коэффициента трения качения наблюдается в незначительной степени [34; 35].

• Сила трения скольжения при скольжении тела с верчением пропорциональна скорости скольжения и обратно — угловой скорости верчения [5]; объяснения приведены в работе автора [1].

• Момент трения верчения при скольжении тела с верчением прямо пропорционален угловой скорости верчения и обратно — скорости скольжения [5]; объяснения приведены в работе автора [1].

• Сила лобового сопротивления при погружении (проникании) прямо пропорциональна скорости погружения и обратно — угловой скорости вращения (верчения) буровой колонны [36–38]; объяснения приведены в работе автора [1].

В дополнение к ранее изложенной теории [1] отметить следующее.

1. Форму, размеры и площадь пятна контакта в каждый момент времени определять не нужно.

2. Число и местонахождение в пятне контакта одноименных кинематических зон [13; 39], отвечающих за каждое из простых движений, уточнять также не нужно; не нужно определять и форму, размеры и площадь каждой такой зоны. Здесь играет роль лишь то, какую часть от общей площади пятна контакта в текущий момент времени занимает каждая кинематическая зона или все одноименные зоны, если их несколько, отвечающие за одно из простых движений.

3. В кинематических зонах в каждый момент времени соответствующие простые движения происходят одновременно, а не по очереди друг за другом. Например, при качении с проскальзыванием точки в пятне контакта будут перемещаться в результате качения в зоне сцепления, и скольжения — в зоне скольжения. Эти простые движения будут происходить отдельно друг от друга, но одновременно в каждый момент времени в указанных кинематических зонах (это возможно, в том числе и на малых конечных макромасштабных временных интервалах — что позволило О. Рейнольдсу обнаружить кинематические зоны в пятне контакта катящегося цилиндра [40]). Наличие зоны скольжения при качении колеса ранее объяснялось псевдоскольжением, которое определялось через возникающие силы крипа [2–4; 41–44]. При скольжении с верчением картина будет иная. Здесь доминирующими движениями будут скольжение и верчение, что, согласно [1], может приводить к образованию кинематических зон, отвечающих за эти движения, на макромасштабном уровне — но только по размерам. Время жизни таких зон должно оставаться малым, на мезомасштабном уровне. В противном случае в пятне контакта твердого тела при скольжении с верчением на обычном макромасштабном уровне образовывались бы области, совершающие одновременно на конечном интервале времени и поступательное движение, и вращательное (верчение) — такого, как известно, в макромире на-

блюждаться не может. Это говорит о том, что кинематические зоны скольжения и верчения на макромасштабном уровне, если образуются, то только по размерам, а по времени жизни они должны оставаться на мезомасштабном уровне. Если скорости скольжения и верчения близки друг к другу, то и площади и времена их жизни должны быть примерно одинаковыми, а в случае отличия скоростей друг от друга площади и времена их жизни тоже будут разными. При этом форма, размеры и взаимное положение этих кинематических зон по отношению друг к другу и к самому пятну контакта должны постоянно меняться на малых мезомасштабных временных интервалах. Причем так, чтобы в среднем на обычном макромасштабном временном интервале минимальной длительности кинематические зоны, отвечающие за разные простые движения, успевали полностью заместиться друг с другом и, тем самым, все точки пятна контакта смогли поучаствовать как в скольжении, так и в верчении — поступательном и вращательном (верчении) движениях твердого тела. Это значит, что о таких блуждающих кинематических зонах можно говорить только на временных интервалах мезомасштабного уровня. Для случаев бурения, сверления и проникания [1; 38] все выглядит аналогично случаю скольжения тела с верчением, только там вместо зон скольжения будут зоны погружения. Из вышесказанного становится ясно, почему ранее кинематические зоны скольжения (погружения) и верчения экспериментально никак не фиксировались при скольжении твердых тел с верчением (бурении и проникании) на обычном макромасштабном уровне.

4. Представляет интерес сравнение новой теории [1; 32] с результатами работы В.В. Козлова [21] применительно к качению. На качественном уровне результаты этих двух разных теорий весьма похожи друг на друга: аналогичные силовые компоненты трения одинаковым образом выражают пропорциональную зависимость от соответствующих кинематических скоростей, хотя конкретные аналитические зависимости записываются по-разному. Отличия заключаются в том, что в новой теории учитываются возникающие деформации между телом качения и полотном дороги, а в механике В.В. Козлова — нет. Тем самым, формулы В.В. Козлова пригодны только для абсолютно твердых тел качения по абсолютно твердой поверхности и мало пригодны для описания качения деформируемых реальных тел, т. е. для решения прикладных задач. Кроме того, автор согласен с мнением В.Ф. Журавлева [22] по поводу того, что при точечном контакте тел качения неоткуда будет взяться моментам трения качения и верчения. Используемый формализм Лагранжа в механике В.В. Козлова сильно затрудняет физическую интерпретацию полученных результатов, что, по всей видимости, и объясняет их «незамеченность» в течение продолжительного времени после публикации, поскольку эти результаты не вписывались в привычные представления о силах трения. Существенно также и то, что, как уже было ранее отмечено [32], строго гово-

ря, эти результаты относятся к другой механике, не классической, в ней вместо закона Амонтона – Кулона постулировался другой, более общий закон. В новой теории качения [32; 33], построенной в рамках существующих законов механики, полученные формулы применимы для реальных деформируемых тел и опорных поверхностей. Кроме того, ясный физический смысл получаемых в ней результатов снимает все вопросы по поводу несоответствия их общепринятым представлениям о силах трения [21; 22].

5. Как уже отмечалось [1], обнаружение мезозон сопряжено с большими трудностями вследствие их малости в сравнении с обычными макрообъектами и часто непродолжительными временами их жизни. В физической мезомеханике [45–48] для этого используют клеточные автоматы [49; 50], которые наделяются характерными свойствами микрообъектов и с помощью которых на компьютере моделируются реальные процессы на мезомасштабном уровне. Введенные в новой теории автора [1] кинематические мезозоны в пятне контакта соприкасающихся тел также могут рассматриваться как клеточные автоматы, точнее, как реальные прообразы для таких автоматов, обладающие при этом непостоянными временами жизни. Использование клеточных автоматов может позволить проверять, по крайней мере, на компьютерном уровне степень достоверности вводимых гипотез и строящихся на их основе теорий контактного взаимодействия для тел с комбинированной кинематикой движения. И это можно рассматривать как временную замену реальным экспериментальным исследованиям при отсутствии технических возможностей.

В заключение заметим, что и в новой теории [1], и при обосновании ошибочности утверждения А. Зоммерфельда, не обязательно было требовать постоянства площади пятна контакта и необходимость изменения площади и размеров одной кинематической зоны за счет другой зоны — они могут изменяться и независимо друг от друга. Эти требования были излишне строгими. И при таких измененных, более мягких допущениях новая теория будет работать, подтверждая справедливость всех ранее полученных аналитических выражений для компонент сил сопротивления, возникающих в пятне контакта, а также ошибку А. Зоммерфельда. Похожее ошибочное заключение о коэффициенте трения скольжения сделал и Е.Л. Николаи в своем известном двухтомнике «Теоретическая механика» при объяснении буксования паровоза: «Движущей силой паровоза является сила трения  $T$  (это так называемая сила тяги на ободе)... Если бы коэффициент трения  $f$  был величиной постоянной, то при буксовании сила  $T$  имела бы бы постоянное значение независимо от величины вращающего момента  $M$ . Но на самом деле, как показывают опыты, коэффициент трения  $f$  падает с возрастанием скорости скольжения». По мнению автора объяснение здесь будет иное. При буксовании колеса паровоза на месте, когда скорости скольжения и ок-

ружная (угловая) будут возрастать одновременно и в равной степени, сила трения  $T$ , согласно новой теории [1], будет уменьшаться и при постоянном коэффициенте трения  $f$ . Таким образом, теперь можно с уверенностью констатировать, что все существующие проблемы, связанные с описанием динамики контактного взаимодействия тел с комбинированной кинематикой движения, успешно решены. Это позволяет в дальнейшем рассматривать задачи такого рода, ранее относящиеся к трудно решаемым и специфичным задачам, как обычные. И удалось это сделать во многом благодаря тому, что возникающие трудности в понимании процессов на обычном макроуровне удалось решить на мезомасштабном уровне.

#### Литература

1. Коронатов В.А. Общий подход к определению сил сопротивления при качении, скольжении тел с верчением, бурении, проникании, сверлении и заглаживании // Системы Методы Технологий. 2018. № 3 (39). С. 24-32.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
3. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
4. Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений. М.: Физматлит, 2013. 352 с.
5. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т компьютерных исслед., 2010. 164 с.
6. Зобова А.А. Обзор моделей распределенного сухого трения // Прикладная математика и механика. 2016. Т. 80, № 2. С. 194-206.
7. Кожевников И.Ф. Динамика колес с деформируемой периферией: обзор. М.: Вычисл. центр РАН им. А.А. Дородницына. 2009. С. 53-84.
8. Голечков Ю.И., Корольков Е.П. О моделях контактного взаимодействия колеса и рельса в динамике транспортных систем // Наука и техника транспорта. 2011. № 3. С. 39-43.
9. Hertz H. Uber die Berührung fester elastischer Körper // J. Reine und Angewandte Mathematica. 1882. Vol. 92. P. 156-171.
10. Svendenius J. Tire Models for Use in Braking Applications // Department of Automatic Control Lund Institute of Technology. Lund, 2003. 95 p.
11. Кулешов А.С., Трещев Д.В., Иванова Т.Б., Наймушина О.С. Твердый цилиндр на вязкоупругой плоскости // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 3. С. 601-625.
12. Зобова А.А., Трещев Д.В. Шар на упругой плоскости // Тр. математического ин-та им. В.А. Стеклова. 2013. Т. 281. С. 98-126.
13. Мифтахова А.Р. Контактные задачи о качении с проскальзыванием для вязкоупругих тел // Трение и износ. 2018. Т. 39, № 1. С. 71-79.
14. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // Прикладная математика и механика. 1998. Т. 62, Вып. 5. С. 762-767.
15. Журавлев В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и верчения // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2003. № 4. С. 81-88.
16. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. О механизме явления шимми // Докл. Акад. наук. 2009. Т. 428, № 6. С. 761-765.
17. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Теория явления шимми // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2010. № 3. С. 22-29.
18. Журавлев В.Ф., Климов Д.М., Плотников П.К. Новая модель шимми // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2013. № 5. С. 13-23.
19. Журавлев В.Ф. Явление шимми с позиций поликомпонентного сухого трения // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 1 (74). С. 7-14.
20. Киреевков А.А. Связанные модели трения скольжения и качения // Доклады Академии наук. 2008. Т. 419, № 6. С. 759-762.
21. Козлов В.В. Лагранжева механика и сухое трение // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 4. С. 855-868.
22. Журавлев В.Ф. Отклик на работу В.В. Козлова «Лагранжева механика и сухое трение» (НД. 2010. Т. 6, № 4) // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 1. С. 147-149.
23. Борисов А.В., Мамаев И.С. Законы сохранения, иерархия динамики и явное интегрирование неголономных систем // Нелинейная динамика. 2008. Т. 4, № 3. С. 223-280.
24. Журавлев В.Ф. Отклик на работу А.В. Борисова и И.С. Мамаева «Законы сохранения, иерархия динамики и явное интегрирование неголономных систем». Ответ А.В. Борисова // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 2. С. 365-369.
25. Журавлев В.Ф. Ответ А.В. Борисову // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 3. С. 671-674.
26. Борисов А.В. Ответ В.Ф. Журавлеву // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 4. С. 897-901.
27. Борисов А.В., Мамаев И.С. Замечания о новых моделях трения и неголономной механике // Успехи физических наук. 2015. Т. 185, № 12. С. 1339-1341.
28. Крагельский И.В. Трение и износ. изд. 2-е. М.: Машиностроение, М., 1968. 480 с.
29. Sommerfeld A. Vorlesungen über theoretische Physik: Bd. 1: Mechanik. 2. Aufl. Leipzig: Akad. Verl., 1944 [Зоммерфельд А. Механика. М.: ИЛ, 1947. 391 с.].
30. Крылов В.И., Крылов В.В., Ефремов В.Н., Демущкин П.Т. Тормозное оборудование железнодорожного подвижного состава: справочник. М.: Транспорт, 1989. 487 с.
31. Гребенюк П.Т. Нестационарные процессы торможения // Тр. ВНИИЖТ. М., 2006. С. 96.
32. Коронатов В.А. Обобщение качественно новой теории качения колеса при описании явления шимми // Системы Методы Технологий. 2018. № 1 (37). С. 45-55.
33. Коронатов В.А. Представление новой теории качения на примере описания движения ведомого колеса локомотива (автомобиля) // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2018. № 1 (57). С. 49-60.
34. Гаспарянц Г.А. Конструкция, основы теории и расчета автомобиля. М.: Машиностроение, 1978. С. 351.
35. Тарасик В.П. Теория движения автомобиля. СПб: БХВ-Петербург, 2006. 478 с.
36. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СПбГИ (ТУ), 1996. 155 с.
37. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.
38. Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы Методы Технологий. 2016. № 4 (32). С. 83-94.
39. Коган А.Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Вестн. ВНИИЖТа. 2004. № 5. С. 33-40.
40. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.

41. Carter F.W. On the Stability of Running of Locomotives // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1928. 121. 585–611.
42. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engrs. 1916. Vol. 201. P. 221-252. Discussion pages 253-289.
43. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol. 1. P. 1-10.
44. Kalker J.J., Piotrowski J. Some new results in rolling contact // Vehicle System Dynamics. 1989. Vol. 18. P. 223-242.
45. Панин В.Е., Гриняев Ю.В. Физическая мезомеханика - новая парадигма на стыке физики и механики деформируемого твердого тела // Физическая мезомеханика. 2003. Т. 6, № 4. С. 9-36.
46. Панин В.Е. Основы физической мезомеханики // Физическая мезомеханика. 1998. № 1. С. 5-22.
47. Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Панин А.В. Физическая мезомеханика деформируемого твердого тела как многоуровневой системы. 1. Физические основы многоуровневого подхода // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9, № 3. С. 9-22.
48. Панин В.Е., Панин А.В. Эффект поверхностного слоя в деформируемом твердом теле. // Физическая мезомеханика. 2005. Т. 8, № 5. С. 7-15.
49. Попов В.Л., Псахье С.Г., Шилько Е.В., Дмитриев А.И., Кноте К., Бухер Ф., Эртц М. Исследование зависимости коэффициента трения в системе «рельс-колесо» как функции параметров материала и нагружения // Физическая мезомеханика. 2002. Т. 5, № 3. С. 17-25.
50. Попов В.Л., Псахье С.Г. Теоретические основы моделирования упругопластических сред методом подвижных клеточных автоматов. 1. Однородные среды // Физическая мезомеханика. 2001. Т. 4, № 1. С. 17-28.
11. Kuleshov A.S., Treshchev D.V., Ivanova T.B., Najmushina O.S. The firm cylinder on the viscoelastic plane // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2011. Т. 7, № 3. P. 601-625.
12. Zobova A.A., Treshchev D.V. Ball on elastic plane // Tr. matematicheskogo in-ta im. V.A. Steklova. 2013. Т. 281. P. 98-126.
13. Miftahova A.R. Contact tasks about swing with slipping for viscoelastic bodies // Friction and Wear. 2018. Т. 39, № 1. P. 71-79.
14. Zhuravlyov V.F. About model of dry friction in a problem of swing of solid bodies // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1998. Т. 62, Vyp. 5. P. 762-767.
15. Zhuravlev V.F. Regularities of friction at a combination of sliding and spinning // Mechanics of Solids. 2003. № 4. P. 81-88.
16. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. About the mechanism of the phenomenon of a shimma // Dokl. Akad. nauk. 2009. Т. 428, № 6. P. 761-765.
17. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. Theory of the phenomenon of a shimma // Mechanics of Solids. 2010. № 3. P. 22-29.
18. Zhuravlev V.F., Klimov D.M., Plotnikov P.K. New model of a shimma // Mechanics of Solids. 2013. № 5. P. 13-23.
19. Zhuravlev V.F. The shimma phenomenon from positions of multicomponent dry friction // Cosmonautics and rocket engineering. 2014. № 1 (74). P. 7-14.
20. Kireenkov A.A. Connected models of a sliding friction and swing // Doklady Akademii nauk. 2008. Т. 419, № 6. P. 759-762.
21. Kozlov V.V. Lagranzhev's goats of the mechanic and dry friction // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2010. Т. 6, № 4. P. 855-868.
22. Zhuravlev V.F. Response to V.V. Kozlov's work "Lagrangian mechanics and dry friction" (ND. 2010. Т. 6, № 4) // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2011. Т. 7, № 1. P. 147-149.
23. Borisov A.V., Mamaev I.S. Conservation laws, hierarchy of dynamics and obvious integration of negolonomy systems // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2008. Т. 4, № 3. P. 223-280.
24. Zhuravlev V.F. Response to A.V. Borisov and I.S. Mamaev's work "Conservation laws, hierarchy of dynamics and obvious integration of negolonomy systems". A.V. Borisov's answer // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2010. Т. 6, № 2. P. 365-369.
25. Zhuravlev V.F. Answer to A.V. Borisov // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2010. Т. 6, № 3. P. 671-674.
26. Borisov A.V. Answer to V.F. Zhuravlev // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2010. Т. 6, № 4. P. 897-901.
27. Borisov A.V., Mamaev I.S. Remarks on new models of friction and negolonomy mechanics // Physics-Uspekh (Advances in Physical Sciences). 2015. Т. 185, № 12. P. 1339-1341.
28. Kragel'skij I.V. Friction and wear. izd. 2-e. M.: Mashinostroenie, M., 1968. 480 p.
29. Sommerfeld A. Vorlesungen uber theoretische Physik: Bd. 1: Mechanik. 2. Aufl. Leipzig: Akad. Verl., 1944 [Zommerfel'd A. Mekhanika. M.: IL., 1947. 391 p.].
30. Krylov V.I., Krylov V.V., Efremov V.N., Demushkin P.T. Brake equipment of railway rolling stock: spravochnik. M.: Transport, 1989. 487 p.
31. Grebenyuk P.T. Unsteady braking processes // Tr. VNIIZHT. M., 2006. 96 p.
32. Koronatov V.A. Synthesis of qualitatively new theory of swing of a wheel at the description of the phenomenon of a shimma // Sistemy Metody Tekhnologii. 2018. № 1 (37). P. 45-55.
33. Koronatov V.A. Submission of the new theory of swing on the example of the description of the movement of the conducted wheel of the locomotive (car) // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2018. № 1 (57). P. 49-60.

### References

1. Koronatov V.A. The general approach to determination of forces of resistance when swing, sliding bodies with spinning, drilling, penetration, drilling and smoothing down // Systems Methods Technologies Sistemy. 2018. № 3 (39). P. 24-32.
2. Dzhonson K. Mechanics of contact interaction. M.: Mir, 1989. 510 p.
3. Goryacheva I.G. Mechanics of frictional interaction. M.: Nauka, 2001. 478 p.
4. Popov V.L. Mekhanik's priests of contact interaction and physicist of friction. From a nanotribology to dynamics of earthquakes. M.: Fizmatlit, 2013. 352 p.
5. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.: Izhevsk, NIC «Regulyarnaya i haotichnaya mekhanika»: In-t komp'yuternyh issled., 2010. 164 p.
6. Zobova A.A. The review of models of the distributed dry // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2016. Т. 80, № 2. P. 194-206.
7. Kozhevnikov I.F. Dynamics of wheels with the deformable periphery: obzor. M.: Vychisl. centr RAN im. A.A. Dorodnicyna. 2009. P. 53-84.
8. Golechkov YU.I., Korol'kov E.P. About models of contact interaction of a wheel and a rail in dynamics of the transport systems // Science and Technology in Transport. 2011. № 3. P. 39-43.
9. Hertz H. Uber die Beruhrung fester elastischer Korper // J. Reine und Angewandte Mathematica. 1882. Vol. 92. P. 156-171.
10. Svendenius J. Tire Models for Use in Braking Applications // Department of Automatic Control Lund Institute of Technology. Lund, 2003. 95 p.

34. Gasparyan G.A. Design, bases of the theory and calculation of the car. M.: Mashinostroyeniye, 1978. 351 p.
35. Tarasik V.P. Theory of operational properties. SPb: BHV-Peterburg, 2006. 478 p.
36. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dinamik of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
37. Yunin E.K., Hegaj V.K. Dinamika of deep drilling. M.: Nedra-Biznescentr, 2004. 286 p.
38. Koronotov V.A. Introduction to rigorous theory of drilling // *Sistemy Metody Tekhnologii*. 2016. № 4 (32). P. 83-94.
39. Kogan A.YA. Interaction of a wheel and rail when swing // *Vestn. VNIIZHTa*. 2004. № 5. P. 33-40.
40. Rynolds O. On rolling friction // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.
41. Carter F.W. On the Stability of Running of Locomotives // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A*. 1928. 121. 585-611.
42. Carter F.W. The electric locomotive // *Proc. Inst. Civil Engn*. 1916. Vol. 201. P. 221-252. Discussion pages 253-289.
43. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // *Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding*. 1973. Vol. 1. P. 1-10.
44. Kalker J.J., Piotrowski J. Some new results in rolling contact // *Vehicle System Dynamics*. 1989. Vol. 18. P. 223-242.
45. Panin V.E., Grinyaev YU.V. Physical of the mesomechanic - a new paradigm on a joint of physics and mechanics of a deformable solid body // *Physical Mesomechanics*. 2003. T. 6, № 4. P. 9-36.
46. Panin V.E. Fundamentals of physical mesomechanics // *Physical Mesomechanics*. 1998. № 1. P. 5-22.
47. Panin V.E., Egorushkin V.E., Panin A.V. Physical of the mesomechanic of a deformable solid body as multilevel system. 1. Physical bases of multilevel approach // *Physical Mesomechanics*. 2006. T. 9, № 3. P. 9-22.
48. Panin V.E., Panin A.V. Effekt of a blanket in a deformable solid body // *Physical Mesomechanics*. 2005. T. 8, № 5. P. 7-15.
49. Popov V.L., Psah'e S.G., Shil'ko E.V., Dmitriev A.I., Knot K., Buher F., Ehrte M. Research of dependence of coefficient of friction in the rail wheel system as functions of parameters of material and loading // *Physical Mesomechanics*. 2002. T. 5, № 3. P. 17-25.
50. Popov V.L., Psah'e S.G. Theoretical bases of modeling of elasto-plastic environments by method of mobile cellular automata. 1. Homogeneous environments // *Physical Mesomechanics*. 2001. T. 4, № 1. P. 17-28.

УДК 621.001:519.676

DOI: 10.18324/2077-5415-2018-4-26-31

## Оценка возможности возникновения катастрофы сборки при неполной статистической информации

А.В. Питухин

Петрозаводский государственный университет, пр. Ленина 33, Петрозаводск, Республика Карелия

pitukhin@petsu.ru

<https://orcid.org/0000-0001-6417-5940>

Статья поступила 10.10.2018, принята 31.10.2018

*Совершенствование вероятностно-статистических методов в инженерных расчетах является актуальной задачей. В большинстве методов принимается допущение, что известны функции распределения управляющих переменных, входящих в соответствующие математические модели. Вместе с тем, в ряде случаев нет достаточного количества статистической информации об управляющих переменных, т. е. имеет место неполнота информации, что и определяет направление дальнейших исследований. Из множества методов принятия решений при ограниченной информации выбран метод, основанный на теории возможностей с использованием принципа обобщения Л. Заде, как наиболее апробированной в случае наличия неполной информации об управляющих параметрах. В основу построения моделей предельного состояния положены методы теории катастроф. Катастрофами считают качественные изменения системы, происходящие при плавном варьировании влияющих на ее поведение внешних условий. Из семи элементарных катастроф выбрана катастрофа сборки, описывающая состояние неустойчивого равновесия системы при двух независимых переменных. На основе теории возможностей и с использованием теории катастроф разработан метод оценки меры возможности возникновения катастрофы сборки, меры необходимости возникновения катастрофы сборки и меры возможности возникновения катастрофы сборки. Помимо решения задачи теории надежности, предложенный метод может быть применен в инженерных расчетах при потере устойчивости конструкций, переходе материалов из одного агрегатного состояния в другое, фазовых переходах в металлах и сплавах, появлении критической хрупкости материалов при низких температурах и др. Намечены дальнейшие пути совершенствования предложенного метода.*

**Ключевые слова:** мера возможности; инженерные расчеты; катастрофа сборки; неполная информация.