

## Оценка надежности специальных технических систем на этапе их эксплуатации

А.В. Романов<sup>1а</sup>, А.С. Гоголевский<sup>1б</sup>, О.Н. Неелова<sup>1с</sup>, В.А. Соколова<sup>2д</sup>

<sup>1</sup>Военно-космическая академия им.А.Ф.Можайского, ул. Ждановская 13, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, Институтский пер., 5, Санкт-Петербург, Россия

<sup>а</sup>romanich-87@mail.ru, <sup>б</sup>gogolevski@bk.ru, <sup>с</sup>lopedvego@yandex.ru, <sup>д</sup>sokolova\_vika@inbox.ru

<sup>а</sup><https://orcid.org/0000-0001-6571-5558>, <sup>б</sup><https://orcid.org/0000-0002-1279-013X>,

<sup>с</sup><https://orcid.org/0000-0001-8428-8336>, <sup>д</sup><https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>

Статья поступила 01.10.2018, принята 29.10.2018

*Современные радиотехнические и оптико-электронные системы и крупные производственные комплексы являются сложными техническими объектами. Характерной особенностью их современного развития являются широкое внедрение методов и средств автоматики и телемеханики, вызванное переходом на автоматизированное и автоматическое управление различными производственными и технологическими процессами, создание гибких производственных модулей, систем и комплексов. Улучшение эффективности и качества проектируемых АСУ, САУ, ГПМ, ГПС и т.д. невозможно без повышения надежности технических средств управления.*

*Второй причиной, требующей повышения надежности, являются возрастание сложности технических средств (ТС), аппаратуры для их обслуживания и жесткие условия эксплуатации. Недостаточная надежность ТС приводит к увеличению доли эксплуатационных затрат по сравнению с общими затратами на проектирование, производство и применение таких систем. При этом стоимость эксплуатации ТС может во много раз превосходить стоимость их разработки и изготовления. Кроме того, отказы ТС приводят к различного рода последствиям — потере информации, простоем сопряженных с ТС других устройств и систем, авариям и т.д. Таким образом, третьей причиной повышения роли надежности в современных условиях является экономический фактор.*

*Кроме того, в условиях медленно протекающей модернизации единственной возможностью поддержания работоспособности оборудования является своевременная оценка надежности системы на этапе ее эксплуатации с целью своевременного и всестороннего анализа происходящих технологических процессов, диагностики состояния и прогнозов поведения в будущем.*

**Ключевые слова:** надежность; техническая система; стыковка распределений.

## Assessment of reliability of special technical systems at the stage of their operation

A.V. Romanov<sup>1а</sup>, A.S. Gogolevsky<sup>1б</sup>, O.N. Neyelova<sup>1с</sup>, V.A. Sokolova<sup>2д</sup>

<sup>1</sup>Military Space Academy under name of A.F. Mozhaisky; 13, Zhdanovskaya St., St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>St. Petersburg State Forest Technical University under name of S.M. Kirov; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia

<sup>а</sup>romanich-87@mail.ru, <sup>б</sup>gogolevski@bk.ru, <sup>с</sup>lopedvego@yandex.ru, <sup>д</sup>sokolova\_vika@inbox.ru

<sup>а</sup><https://orcid.org/0000-0001-6571-5558>, <sup>б</sup><https://orcid.org/0000-0002-1279-013X>,

<sup>с</sup><https://orcid.org/0000-0001-8428-8336>, <sup>д</sup><https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>

Received 01.10.2018, accepted 29.10.2018

*Modern radio-technical and optoelectronic systems and large industrial complexes are complex technical objects. A characteristic feature of their modern development is the widespread introduction of methods and means of automation and remote control caused by the transition to automated and automatic control of various production and technological processes, the creation of flexible production modules, systems and complexes. Improving the efficiency and quality of the designed ACS, SAU, GPM, GPS, etc. is impossible without improving the reliability of technical controls (TSU).*

*The second reason that requires an increase in reliability is the increasing complexity of the vehicle, their service equipment, and the severity of their operating conditions. Insufficient reliability of the vehicle leads to an increase in the share of operating costs compared with the total cost of the design, manufacture and use of these systems. In this case, the cost of operating a vehicle can many times exceed the cost of their development and manufacture. In addition, the failures of the vehicle lead to various kinds of consequences: loss of information, downtime of other devices and systems associated with the vehicle, to accidents, etc. Thus, the third reason for increasing the role of reliability in modern conditions is the economic factor.*

*In addition, in the conditions of a slow-moving modernization, the only way to maintain the equipment's operability is the timely assessment of the reliability of the system at the stage of its operation in order to timely and comprehensively analyze the technological processes taking place, diagnose the condition and predict future behavior.*

**Keywords:** reliability; technical system; docking of distributions.

## Введение

Под надежностью сложной технической системы понимается свойство системы выполнять возложенные на нее задачи в определенных условиях эксплуатации, при этом она может рассматриваться как совокупность надежности ее аппаратных средств и надежности ее программного обеспечения.

Надежность технической системы тесно связана с условиями ее эксплуатации. Отказом называется событие, после возникновения которого характеристики технического объекта (параметры) выходят за допустимые пределы.

При наступлении отказа, который может наступить в аппаратной или программной составляющей, сложная техническая система не может выполнять все требуемые задачи, т. е. переходит из исправного состояния в неисправное. Если при наступлении отказа сложная техническая система способна выполнять заданные функции, сохраняя значения основных характеристик в пределах, установленных технической документацией, то она находится в работоспособном состоянии. С точки зрения обеспечения достоверности и полноты информации, необходимо сохранять хотя бы работоспособное состояние сложной технической системы. Для решения этой задачи необходимо обеспечить высокую надежность функционирования алгоритмов, программ и технических (аппаратных) средств.

Надежность сложных технических систем достигается на этапах разработки, производства и эксплуатации.

Одной из разновидностей модели надежности (или безопасности) технической системы можно считать зависимость ее характеристик от условий эксплуатации или испытываемых нагрузок.

Эксплуатация в технике — часть жизненного цикла изделия, на протяжении которого оно используется по назначению [2]. На этапе эксплуатации реализуется, поддерживается и восстанавливается надежность изделия. В общем случае эксплуатация изделия включает в себя также транспортирование, хранение, техническое обслуживание и ремонт.

Условия эксплуатации технических систем имеют различную физико-химическую природу и изменяются в широких пределах. Их можно разделить на климатические, механические, радиационные. Климатические факторы обусловлены изменением температуры и влажности окружающей среды, тепловым ударом, увеличением или уменьшением атмосферного давления, наличием движущихся потоков пыли (песка), присутствием активных веществ в окружающей атмосфере, наличием солнечного облучения, взрывоопасной и воспламеняющейся атмосферы, дождя или брызг. Механические факторы — это воздействие вибрации, ударов, линейного ускорения, акустического удара, наличие невесомости. Радиационные факторы представляют собой космическую радиацию, ядерную радиацию от реакторов, атомных двигателей, облучение потоком гамма-фотонов, быстрыми нейтронами, бета-частицами, альфа-частицами, протонами.

Характер и интенсивность воздействия перечисленных факторов зависят от условий использования и назначения технических средств, которые разделяются на стационарные и транспортируемые.

С течением времени в технических системах, как правило, происходят какие-либо изменения, влияющие на длительность их эксплуатации. Эти изменения могут носить как внутренний, так и внешний характер. Внешние изменения связаны, как правило, с изменением условий эксплуатации систем. На систему могут воздействовать изменение температуры, влажности, давления, вибрация, механические удары, электромагнитные помехи, агрессивная химическая среда и др. Работа системы может происходить в разных условиях (на земле, на воде, в воздухе), что также приводит к изменению нагрузки на систему и, как следствие, изменению ее надежности.

Если рассматриваемая система является элементом системы более высокого уровня, то изменения нагрузки могут быть еще обусловлены отказами (или восстановлением) некоторых других элементов. Данное свойство называется последствием отказов (восстановлений) резервированной системы. Наличие интервалов простоя в работе системы можно расценивать как воздействие на систему нулевой нагрузки.

Влияние внешних факторов во многом определяет возможности нормального функционирования технической системы. Так, повышение рабочей температуры снижает ее надежность. Колебания температуры могут привести к изменению типа посадок в механических узлах конструкции, вызвать ослабление крепления, температурные напряжения. Воздействие низких температур ухудшает прочностные характеристики материалов, эластичность упругих элементов. Понижение атмосферного давления отрицательно влияет на условия теплоотвода в конструкциях системы, что связано со многими нарушениями нормального ее функционирования. Повышенная влажность может вызвать коррозию деталей и несущих конструкций, чему особо способствуют наличие активных веществ в атмосфере, солнечная радиация, пыль и песок.

Современные сложные специальные системы часто работают в изменяющихся условиях: изменение условий внешней среды, сезонные изменения потока заявок на обслуживание технических средств и их составных частей, возникновение различных аномалий при эксплуатации, изменение экономической ситуации и т.д.

Весьма существенной причиной возникновения дополнительных нагрузок в системе является изменение надежности ее отдельных узлов в зависимости от состояния (рабочего или отказового) других частей системы. Эта зависимость может быть смоделирована с помощью так называемых моделей нагрузки на составляющие элементы. Важным моментом для таких моделей является правило, определяющее изменение интенсивности отказов элементов после отказов других элементов системы.

Представленная проблема надежности сложных технических систем до настоящего времени не решена и остается актуальной.

**Изменение закона распределения времени работы до отказа.** При изменении условий эксплуатации системы мы выходим за рамки классической теории надежности, предполагающей эти условия неизменными.

ми. Следствием может служить изменение закона распределения времени работы системы до отказа.

Формально на случайную величину  $X$  — время жизни технической системы в определенные моменты времени воздействует нагрузка  $k(t)$ , которая может быть как больше, так и меньше 1. Следует считать, что при стабильных условиях  $k(t) = 1$ . Тогда в соответствии с изменяющейся нагрузкой происходит изменение закона распределения времени до отказа системы. В частности, время до отказа (продолжительность жизни) может уменьшиться или увеличиться [3–12].

Примерами возникновения и изменения нагрузки на систему могут служить:

1. Распределение нагрузки на системы гражданского строительства, в частности, влияние разрушения сварных соединений на увеличение нагрузки на другие узлы конструкции.

2. Изменение нагрузки на систему в моменты включения, выключения и в штатном режиме. Каждый двигатель в штатном режиме потребляет электроэнергию на порядок меньше, чем в момент его включения.

3. Изменение нагрузки на летательные аппараты на различных этапах полета. Примером тому являются модели реактивных двигателей.

4. Надежность программного обеспечения на этапе эксплуатации специальных систем. Наиболее подходящей мерой надежности является вероятность того, что система выполняет возложенные на нее функции в течение заданного времени при условии взаимодействия аппаратуры и программы. В случае проявления ошибки в программе осуществляется ее исправление, и она продолжает свою работу. Однако после исправления мы имеем новую, улучшенную (или ухудшенную) программу с другими характеристиками надежности. Этот процесс также можно расценивать как изменение нагрузки на систему, когда исправление программных ошибок приводит к изменению работы программ и, как следствие, к изменению закона распределения времени их выполнения.

5. В случае значительного колебания суточной или сезонной величины потребляемой мощности дизель-генераторов применяется режим параллельной работы. Особенность их работы заключается в том, что длительная минимальная нагрузка не должна быть менее 30%, поэтому работа одного дизель-генератора в этом случае недопустима. В силу этих причин используется комплекс из нескольких станций, работающих синхронно на общую нагрузку и включающихся или отключающихся автоматически, в зависимости от величины нагрузки.

Особо следует сказать о социальных и экономических проблемах, связанных с изменением нагрузки, в частности, о сроке службы нематериальных активов и объектов интеллектуальной собственности [3]. Важными характеристиками срока службы нематериальных активов являются средний срок службы и схема выбытия активов (которую иногда называют темпом изнашивания).

В итоге можно сказать, что изменение нагрузки на систему может быть вызвано следующими причинами.

6. *Зависимость элементов системы.* Показатели надежности технической системы обычно определяются в предположении независимости входящих в нее элементов. Это значит, что отказ какого-либо элемента никак не влияет на надежность других элементов. Данное предположение лежит в основе математического аппарата теории надежности. На самом деле, в результате отказов некоторых элементов неизбежно возникает дополнительная нагрузка на элементы, находящиеся в работоспособном состоянии. Как следствие, происходит изменение надежности элементов. Указанному явлению, называемому последствием отказов, в той или иной степени подвержена любая резервированная система. Интенсивность отказов элементов при этом изменяется в зависимости от времени эксплуатации системы, и сами элементы системы оказываются зависимыми друг от друга. В результате эффекта последствия происходит более интенсивное старение системы и сокращение времени ее жизни. Методов расчета надежности систем с зависимыми элементами в настоящее время практически не существует. Исключением являются лишь системы с последствием отказов, когда рассматривается только дублирование или троирование одинаковых по надежности элементов с экспоненциальными распределениями времени до отказа. При этом остается открытым вопрос, по каким законам происходит изменение интенсивности отказов элементов.

7. *Изменение условий эксплуатации системы.* Изменение нагрузки на элементы системы и их надежности может быть связано также с условиями эксплуатации системы и влиянием ряда внешних факторов. При этом возможны ситуации как увеличения, так и уменьшения нагрузки (нагрузочное резервирование). Может иметь место и колебательный характер изменения нагрузки. По признаку зависимости от времени нагрузка может быть дискретной, непрерывной или смешанной. Общая ситуация в научной литературе практически не изучалась. Это связано с тем, что непонятно, каким образом возникающая нагрузка на элементы системы оказывает влияние на законы распределения соответствующих случайных величин. Последние работы в этом направлении в какой-то степени сняли указанные препятствия и позволили исследовать надежность систем как с увеличением, так и с уменьшением нагрузки на их элементы. Надо сказать, что расчет надежности систем с последствием отказов в общем случае невозможно выполнить без применения надлежащих программных средств.

8. *Многофазная работа и многофазное обслуживание системы.* Предположим, что система должна пройти несколько фаз, отличающихся условиями эксплуатации. При этом допускается произвольный порядок прохождения фаз. Требуется определить последовательность прохождения фаз, для которой надежность системы будет максимальной. Конечно, оптимальный порядок будет зависеть от интенсивностей отказов системы на каждой фазе, от моментов смены этих фаз, а также от критерия оптимальности. Например, вычислительный комплекс может работать в различных условиях: на суше, в воздухе, на воде с известными интенсивностями отказов. Известны времена пребывания комплекса в данных условиях, и значит, моменты изменений этих условий  $t_1$  и

$t_2$ . Определить оптимальную последовательность фаз, для которой среднее время безотказной работы комплекса будет максимальным.

9. *Влияние факторов на продолжительность жизни.* Изменение уровня жизни населения или изменение экономических условий связаны с различными факторами, например, принятие соответствующих законов, исполнение этих законов, улучшение (или ухудшение) жизненных условий и т.п.

10. Распределение времени жизни фирмы до банкротства. Имеется стабильно работающая фирма. С течением времени на фирму начинают воздействовать внутренние и (или) внешние причины, усложняющие (упрощающие) ее деятельность. Это влияет на скорость разорения или банкротства фирмы. Указанные отягчающие обстоятельства изменяют распределение времени жизни фирмы до наступления банкротства (развала, распада). Во время кризиса некоторым российским банкам, а также ряду крупных предприятий оказывалась финансовая поддержка (осуществлялись вливания средств и капиталов, инвестиции). За счет этого увеличивалось время жизни соответствующих организаций. На языке математики, происходило изменение закона распределения времени жизни предприятий. Такова, например, программа по финансовой поддержке малого и среднего предпринимательства в России. Снижение стоимости ресурсов, механизм снижения процентных ставок по действующим договорам и пр.

**Стыковка распределений и ее обоснование.** Функционирование системы часто сопровождается различными внутренними или внешними воздействиями, которые могут влиять на ее надежность. Такие воздействия могут быть вызваны различными условиями эксплуатации, изменением нагрузки, функционированием в разных климатических зонах, наличием последствий отказов, вмешательством человека в работу системы и др. Указанные воздействия могут носить дискретный или непрерывный характер.

В данном случае изменяются условия эксплуатации объекта. Тогда ось времени разбивается на промежутки, на каждом из которых может быть свой закон распределения времени до отказа.

В зависимости от числа воздействий на систему различных распределений может быть два или большее количество таких промежутков. Возникает задача о том, как связать между собой эти распределения и осуществить продолжение функции распределения времени до отказа. Это задача о стыковке (конкатенации, сцеплении) функций надежности системы на различных этапах ее жизненного цикла.

Предположим, что работа системы на начальном этапе характеризуется вероятностью безотказной работы  $P_0(t) = e^{-\Lambda_0(t)}$ . По каким-либо причинам в момент времени  $t_1$  произошло изменение интенсивности отказов.

Например, в момент времени  $t_1$  на систему стала действовать дополнительная нагрузка, которая изменила закон распределения времени до отказа. После момента времени  $t_1$  функция надежности системы стала

равной  $P_1(t) = e^{-\Lambda_1(t)}$ . Возникает вопрос о распределении времени до отказа  $P_c(t) = e^{-\Lambda_c(t)}$  на всем интервале функционирования системы.

В работе [1] этот вопрос решается рассмотрением двух систем: без памяти и с памятью, надежность которых выше или ниже надежности исследуемой системы. Тем самым для реальной ситуации определялись двусторонние границы вероятности безотказной работы системы.

Для получения однозначной функции надежности  $P_c(t)$  рассмотрим возможные толкования процесса «продолжения»:

1. Сдвиг графика функции надежности  $y = P_1(t)$  по оси  $y$ . Тогда  $P_c(t) = P_1(t) + x$ , где  $x = P_0(t_1) - P_1(t_1)$ . Этот вид «продолжения» недопустим, поскольку при  $t \rightarrow \infty$  может не выполняться условие  $P_c(t) \rightarrow 0$ .

2. Сдвиг графика функции ресурса  $y = \Lambda_1(t)$  по оси  $y$ . Тогда  $\Lambda_c(t) = \Lambda_1(t) + x$ , где  $x = \Lambda_0(t_1) - \Lambda_1(t_1)$ . В этом случае для функции надежности имеет место соотношение  $P_c(t) = cP_1(t)$ , где  $c = e^x$ . Это значит, что должно произойти искажение графика  $P_1(t)$ , что, вероятно, также не соответствует действительности.

3. Сдвиг графика функции  $y = P_1(t)$  по оси времени  $t$ . Тогда  $P_c(t) = P_1(t-x)$  при  $t \geq t_1$ , где  $x$  таково, что  $P_1(t_1-x) = P_0(t_1)$ . Этот вид «продолжения» обеспечивает одновременный сдвиг, как функции надежности, так и функции ресурса  $\Lambda_1(t_1-x) = \Lambda_0(t_1)$ . Он лишен недостатков первых двух способов продолжения.

В дальнейшем будем предполагать, что график функции  $P_1(t)$  может перемещаться параллельно самому себе в направлении оси времени, что соответствует возможности его смещения в направлении оси абсцисс.

Этот факт можно истолковать как изменение момента времени начала функционирования вспомогательной системы с законом распределения  $P_1(t)$ . Тогда нужно выбрать такое положение, чтобы график проходил через точку с координатами  $(t_1, P_0(t_1))$ , обеспечивая тем самым непрерывность функции  $P_c(t)$ .

Приведем графическую иллюстрацию этого свойства.

**Пример 1.** Пусть  $P_0(t) = e^{-0,1t}$ ,  $P_1(t) = e^{-0,2t}$ ,  $t_1 = 7$  ч.

Тогда:

$$P_c(t) = \begin{cases} P_0(t), & \text{при } t < t_1, \\ P_1(t-x), & \text{при } t \geq t_1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x$  таково, что:

$$P_1(t_1-x) = P_0(t_1). \quad (2)$$

Таким образом, величина сдвига определяется из уравнения (2), т.е.  $e^{-0,2(7-x)} = e^{-0,17}$ , откуда  $x = 3,5$  ч. Вероятность безотказной работы системы на рис.1 совпадает с кривой  $P_1(t)$  при  $t \leq 7$  ч, а при  $t > 7$  ч она совпадает с кривой  $P_2(t-x)$ .

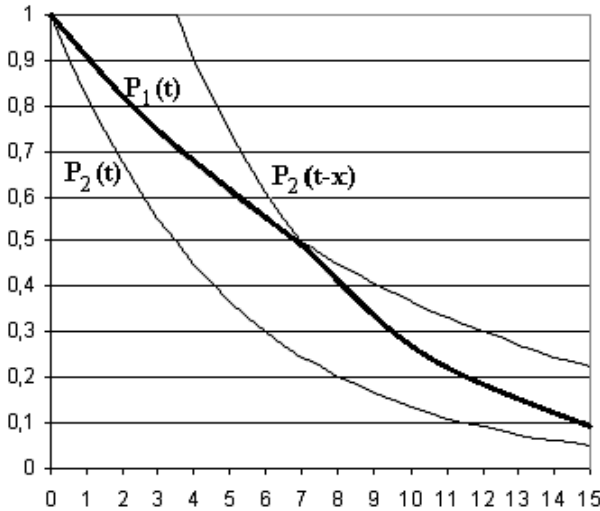


Рис. 1. График функции надежности системы, образованной стыковкой распределений (жирная линия)

**Пример 2.** Начальный этап работы системы характеризуется нормальным распределением времени до отказа с математическим ожиданием  $m = 10$  ч и средним квадратическим отклонением  $\sigma = 2$  ч.

Под воздействием некоторых причин в момент времени  $t_1 = 9$  ч (второй вариант —  $t_1 = 11$  ч) закон распределения времени до отказа изменился и стал экспоненциальным с параметром  $\lambda = 0,1 \text{ ч}^{-1}$ . Требуется определить результирующий закон распределения времени работы системы с учетом изменившихся условий.

Результирующий закон распределения будем искать по формуле (1), в которой параметр сдвига  $x$  вычисляется из соотношения (2). Тогда:

$$e^{-\lambda(t_1-x)} = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_1} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt,$$

или, используя обозначение функции Лапласа

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \text{ получим:}$$

$$e^{-\lambda(t_1-x)} = 1 - \Phi\left(\frac{t_1-m}{\sigma}\right).$$

Отсюда:

$$x = t_1 + \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 - \Phi\left(\frac{t_1-m}{\sigma}\right)\right).$$

Зависимость функции надежности системы  $P_c(t)$  от времени представлена на рис.2 для двух значений  $t_1 = 9$  ч и  $t_1 = 11$  ч.

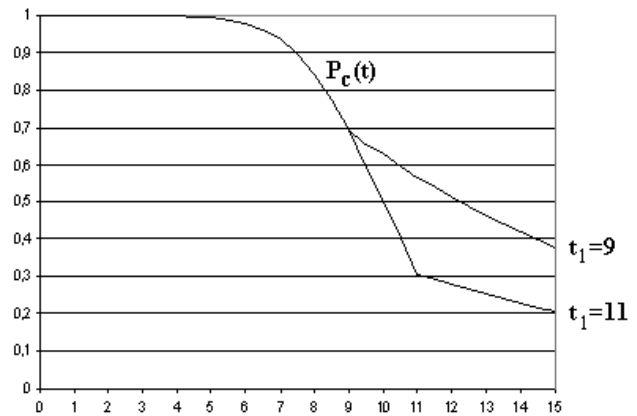


Рис. 2. График функции надежности системы

На рис.2 отчетливо виден переход с кривой Гаусса на график функции экспоненциального распределения. Данный переход соответствует моментам времени 9 ч и 11 ч. Наблюдается также существенная зависимость функции надежности системы от указанных моментов.

**Надежность системы с нагрузкой, возникающей в случайный момент времени.** Ограничимся случаем однократной нагрузки на систему, которая возникает в момент времени  $x$ , случайно распределенный на оси времени с плотностью  $h(x)$ . Согласно (1) вероятность безотказной работы системы с нагрузкой, возникшей в произвольный момент времени  $x$ , равна:

$$P(t, x) = \begin{cases} P(t), & \text{при } t \leq x \\ P_1(t-u(x)), & \text{при } t > x \end{cases}$$

где  $u(x)$  — параметр сдвига, определяемый соотношением:

$$P(x) = P_1(x-u(x)). \quad (3)$$

Поскольку момент времени  $x$  — случайная величина с плотностью  $h(x)$ , то вероятность безотказной работы системы равна:

$$P_c(t) = \int_0^{\infty} P(t, x) h(x) dx.$$

Интегрируя, получим:

$$P_c(t) = \int_t^{\infty} P(t) h(x) dx + \int_0^t P_1(t-u(x)) h(x) dx,$$

следовательно:

$$P_c(t) = P(t) \bar{H}(t) + \int_0^t P_1(t-u(x)) h(x) dx. \quad (4)$$

**Пример 3.** Предположим, что интенсивности отказов до и после возникновения нагрузки на систему постоянны и равны  $\lambda$  и  $\lambda_1$  соответственно. Момент возникновения нагрузки является случайным с плотностью  $h(x)$ .

Определить функцию надежности системы, учитывая переменные условия эксплуатации.

По условию имеем  $P(t) = e^{-\lambda t}$ ,  $P_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$ . Тогда по формуле (4) получим функцию надежности системы:

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \bar{H}(t) + \int_0^t e^{-\lambda_1(t-u(x))} h(x) dx,$$

где функция сдвига, как следует из (3), удовлетворяет соотношению:

$$e^{-\lambda x} = e^{-\lambda_1(x-u(x))}.$$

Отсюда следует, что:

$$u(x) = \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_1}\right)x.$$

Подставляя это выражение в функцию надежности системы, получим:

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \bar{H}(t) + \int_0^t e^{-\lambda_1 t + (\lambda_1 - \lambda)x} h(x) dx$$

или:

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \bar{H}(t) + e^{-\lambda_1 t} \int_0^t e^{(\lambda_1 - \lambda)x} h(x) dx. \quad (5)$$

Из формулы (5) нетрудно показать, что вероятность безотказной работы системы уменьшается по сравнению с первоначальной вероятностью до отказа, т.е.  $P_c(t) < P(t)$ , если вторичная интенсивность отказа  $\lambda_1$  больше исходной интенсивности отказа  $\lambda$ .

Найдем среднюю наработку до отказа системы:

$$T_c = \int_0^\infty P_c(t) dt = \frac{1}{\lambda} + \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda}\right) \hat{h}(\lambda), \quad (6)$$

где  $\hat{h}(\lambda) = \int_0^\infty h(x) e^{-\lambda x} dx$  — преобразование Лапласа плотности  $h(x)$ .

Если момент появления нагрузки имеет равномерное распределение на интервале  $[0, b]$ , то  $\hat{h}(\lambda) = \frac{1 - e^{-\lambda b}}{\lambda b}$ , и средняя наработка до отказа в зависимости от значения  $b$  варьируется в пределах от  $\frac{1}{\lambda_1}$  до  $\frac{1}{\lambda}$ .

Графическая иллюстрация для значений  $\lambda = 0,01 \text{ ч}^{-1}$  и  $\lambda_1 = 0,02 \text{ ч}^{-1}$  приведена на рис. 3.

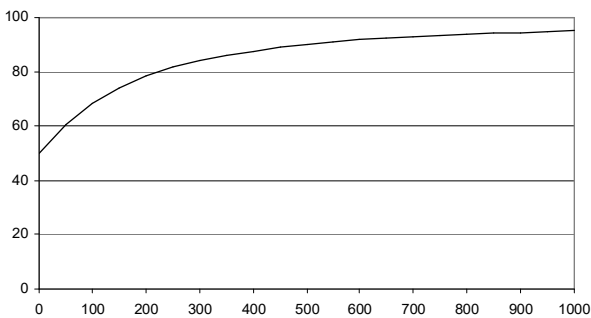


Рис. 3. Зависимость средней наработки до отказа  $T_c$  от носителя равномерного распределения (значения  $b$ )

Так, при  $b = 0$  средняя наработка до отказа  $T_c = \frac{1}{\lambda_1} = 50$  ч, а при  $b \rightarrow \infty$  средняя наработка до отказа

за  $T_c \rightarrow \frac{1}{\lambda} = 100$  ч.

**Пример 4.** Пусть время безотказной работы имеет распределение Вейбулла с параметрами  $\alpha$  и  $\beta$  до момента возникновения нагрузки и параметрами  $\alpha$  и  $\beta_1$  после возникновения нагрузки.

Момент появления нагрузки на систему имеет равномерное распределение на интервале от 0 до  $b$ . Из соотношения (3) для распределения Вейбулла получим:

$$\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha = \left(\frac{x-u(x)}{\beta_1}\right)^\alpha,$$

откуда функция сдвига равна:

$$u(x) = \frac{\beta - \beta_1}{\beta} x.$$

На основе (4) получим:

$$P_c(t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha} \left(1 - \frac{t}{b}\right) + \frac{1}{b} \int_0^t e^{-\left(\frac{t-u(x)}{\beta_1}\right)^\alpha} dx, & \text{при } t \leq b \\ \frac{1}{b} \int_0^b e^{-\left(\frac{t-u(x)}{\beta_1}\right)^\alpha} dx, & \text{при } t > b \end{cases}.$$

Преобразуя это выражение и используя обозначения для неполной гамма-функции, представим функцию надежности в виде:

$$P_c(t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha} \left(1 - \frac{t}{b}\right) + \frac{\beta \beta_1}{b(\beta - \beta_1)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left( I\left(\frac{1}{\alpha}, \left(\frac{t}{\beta_1}\right)^\alpha\right) - I\left(\frac{1}{\alpha}, \left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \right), & \text{при } t \leq b \\ \frac{\beta \beta_1}{b(\beta - \beta_1)} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left( I\left(\frac{1}{\alpha}, \left(\frac{t}{\beta_1}\right)^\alpha\right) - I\left(\frac{1}{\alpha}, \left(\frac{t - \frac{\beta - \beta_1}{\beta} b}{\beta_1}\right)^\alpha\right) \right), & \text{при } t > b \end{cases} \quad (7)$$

Предположим, что система имеет распределение Вейбулла с параметрами  $\alpha = 3$  и  $\beta = 1000$  ч. Под воздействием некоторой нагрузки, произошедшей в случайный момент времени, равномерно распределенной на промежутке от 0 до  $b$  ч, параметр масштаба изменился и стал равен  $\beta_1 = 700$  ч. Требуется вычислить и сравнить значения функции надежности системы без учета и с учетом случайной нагрузки для двух значений параметра  $b = 100$  ч и  $b = 400$  ч.

Расчеты, проведенные по формуле (7), позволяют определить вероятность безотказной работы системы с учетом воздействия случайной нагрузки, подчиненной равномерному распределению на интервале от нуля до  $b$  ч.

Графическая иллюстрация этих расчетов представлена на рис. 4.

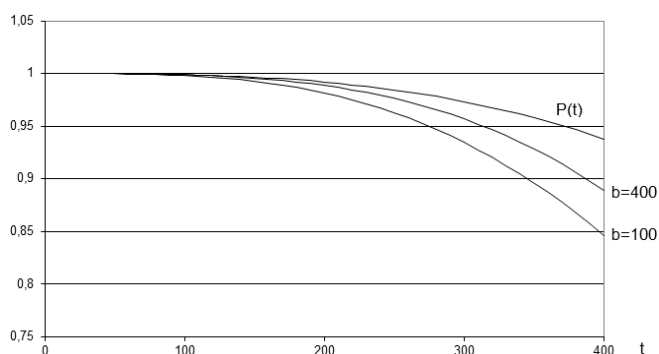


Рис. 4. Влияние случайной нагрузки на надежность системы

### Заключение

Из проведенного в работе исследования можно сделать вывод, что случайный момент изменения закона распределения существенно влияет на функцию надежности системы  $P_c(t)$ .

С уменьшением этого момента надежность системы падает. Так, график функции  $P_c(t)$  при  $b = 100$  ч ниже аналогичного графика при  $b = 400$  ч.

Явная аналитическая зависимость функции надежности от времени позволяет также установить влияние других параметров.

С помощью приведенных в работе аналитических зависимостей можно повысить надежность сложной специальной технической системы за счет своевременного обслуживания.

### Литература

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.
2. Рейли Р., Швайс Р. Оценка нематериальных активов. М.: Квинто-консалтинг, 2005. 792 с.
3. Антонов А.В., Острейковский В.А. Оценивание характеристик надежности элементов и систем ЯЭУ комбинированными методами. М.: Энергоатомиздат, 1993. 368 с.
4. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. М.: Энергоатомиздат, 1986. 480 с.
5. Надежность технических систем и техногенный риск / под ред. М.И. Фалеева. М.: Деловой экспресс, 2002. 368 с.
6. Аронов И.З., Бурдасов Е.И. Оценка надежности по результатам сокращенных испытаний. М.: Изд-во стандартов, 1987. 184 с.
7. Викторова В.С., Степанянц А.С. Модели и методы расчета надежности технических систем. М.: Ленанд, 2014. 256 с.
8. Северцев Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и обработке. М.: Высшая школа, 1989.
9. Козлов В.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М.: Советское радио, 1985. 462 с.
10. Авдусевский В.С. Надежность и эффективность в технике: справочник. М.: Машиностроение, 1989.
11. Хенли Э.Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска. М.: Машиностроение, 1984.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 852 с.
13. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем. М.: Мир, 1980. 606 с.

14. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 524 с.

15. Розанов Ю.А. Случайные процессы. М.: Наука, 1979. 184 с.

16. Кубарев А.И., Панфилов Е.А., Хохлов Б.И. Надежность машин, оборудования и приборов бытового назначения. М.: Легпромбытиздат, 1987. 336 с.

17. Надежность и эффективность в технике: справочник: в 10 т. / под ред. В.С. Авдусевского. М.: Машиностроение, 1986. Т.1: Методология. Организация. Терминология. 224 с.

18. Проников А.С. Надежность машин. М.: Машиностроение, 1978. 592 с.

19. Хенли Э.Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска / пер. с англ. В.С. Сыромятникова, Г.С. Деминой М.: Машиностроение, 1984. 528 с.

20. Сердюк В.С., Корчагин А.Б. Надежность технических систем и техногенный риск: конспект лекций. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2007. 86 с.

### References

1. Polovko A.M., Gurov S.V. Fundamentals of reliability theory. SPb.: BHV-Peterburg, 2006. 702 p.
2. Rejli R., Shvajs R. Valuation of intangible assets. M.: Kvin-to-konsalting, 2005. 792 p.
3. Antonov A.V., Ostrejkovskij V.A. Performance evaluation of reliability of components and systems NPS combined methods. M.: Energoatomizdat, 1993. 368 p.
4. Druzhinin G.V. Reliability of automated production systems: M.: Energoatomizdat, 1986. 480 p.
5. Reliability of technical systems and technogenic risks / pod red. M.I. Faleeva. M.: Delovoj ehkspress, 2002. 368 p.
6. Aronov I.Z., Burdasov E.I. Reliability evaluation on results of reduced testing. M.: Izd-vo standartov, 1987. 184 p.
7. Viktorova V.S., Stepanyanc A.S. Models and methods of calculation of reliability of technical systems. M.: Lenand, 2014. 256 p.
8. Severcev N.A. Reliability of complex systems in operation and testing. M.: Vysshaya shkola, 1989.
9. Kozlov V.A., Ushakov I.A. Guide to calculating the reliability of the equipment of electronics and automation. M.: Sovetskoe radio, 1985. 462 p.
10. Avdusvskij V.S. Reliability and efficiency in technology: spravochnik. M.: Mashinostroenie, 1989.
11. Henli Eh.Dzh., Kumamoto H. Reliability of technical systems and risk assessment. M.: Mashinostroenie, 1984.
12. Korn G., Korn T. Handbook of mathematics: for researchers and engineers. M.: Nauka, 1974. 852 p.
13. Kapur K., Lamberson L. Reliability and system design. M.: Mir, 1980. 606 p.
14. Gnedenko B.V., Belyaev YU.K., Solov'ev A.D. Mathematical methods in the theory of reliability. M.: Nauka, 1965. 524 p.
15. Rozanov Yu.A. Random processes. M.: Nauka, 1979. 184 p.
16. Kubarev A.I., Panfilov E.A., Hohlov B.I. Reliability of machines, equipment and instruments for household purposes. M.: Legprombytizdat, 1987. 336 p.
17. Reliability and efficiency in technology: reference: 10 t / pod red. V.S. Avdusvskogo. M.: Mashinostroenie, 1986. T.1: Metodologiya. Organizaciya. Terminologiya. 224 p.
18. Pronikov A.S. Reliability of the machines. M.: Mashinostroenie, 1978. 592 p.
19. Henli Eh.Dzh., Kumamoto H. Reliability of technical systems and risk assessment / per. s angl. V.S. Syromyatnikova, G.S. Deminoj M.: Mashinostroenie, 1984. 528 p.
20. Serdyuk V.S., Korchagin A.B. Reliability of technical systems and technogenic risks: konspekt lekcij. Omsk: Izd-vo OmGTU, 2007. 86 p.