УДК 676. 024. 61 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-3-108-115

Исследование размола волокнистых материалов в ножевых машинах с учетом износа гарнитуры

С.Н. Вихарев[1a], Ю.Д. Алашкевич[2b], В.П. Сиваков[1c]

[1]Уральский государственный лесотехнический университет, ул. Сибирский Тракт 36, Екатеринбург, Россия
[2]Сибирский государственный университет науки и технологий им. М.Ф. Решетнева, пр. Мира 82, Красноярск, Россия
[a]cbp200558@mail.ru, [b]mapt@sibgtu.ru, [c]vpsivakov@yandex.ru
[a]https://orcid.org/0000-0002-7945-8027, [b]https://orcid.org/0000-0002-1263-6125,
[c]https://orcid.org/0000-0002-8123-8507
Статья поступила 16.05.2018, принята 28.06.2018

Ножевые размалывающие машины — это основное технологическое оборудование для размола волокнистых материалов в целлюлозно-бумажной промышленности. Именно в этих машинах закладываются основные свойства бумаги и картона. В статье сделана попытка применить теорию контакта применительно к размалывающей гарнитуре с учетом ее износа. В качестве модели волокнистых материалов при жидкостном трении гарнитуры использована модель Кельвина – Фойгта. Вязкоупругие свойства материала гарнитуры и размалываемого волокнистого материала оказывают существенное влияние на формирование рельефа поверхности гарнитуры при изнашивании. Форма износа ножей гарнитуры мельницы зависит от следующих комплексов: триботехнических свойств материала гарнитуры; отношения времени релаксации и последствия волокнистой прослойки; отношения времени воздействия ножей гарнитуры за один период к времени последствия волокнистой прослойки. По результатам вычислений построен график формы поверхности гарнитуры в установившемся режиме изнашивания. Показаны факторы, влияющие на форму износа, глубину и амплитуду впадин поверхности гарнитуры. Получена теоретически и экспериментально подтвержденная установившаяся форма изношенной поверхности гарнитуры. Исследован коэффициент трения между ротором и статором, показано влияние на этот коэффициент геометрических размеров гарнитуры и свойств волокнистой прослойки. Предложены новые конструкции размалывающих машин, использующие трение качения в зоне размола. Конструкции этих машин защищены патентами Российской Федерации.

Ключевые слова: ножевые машины; волокнистый материал; гарнитура; нож; давление; контакт; размол; силы; износ.

Study of fibrous materials grinding in knife machines taking into account the wear of the headset

S.N. Vikharev[1a], Yu.D. Alashkevich[2b], V.P. Sivakov[1c]

[1]Ural State Forest Engineering University; 37, Sibirsky Trakt St., Ekaterinburg, Russia
[2]Siberian State University of Science and Technologies; 82, Mira Ave., Krasnoyarsk, Russia
[a]cbp200558@mail.ru, [b]mapt@sibgtu.ru, [c]vpsivakov@yandex.ru
[a]https://orcid.org/0000-0002-7945-8027, [b]https://orcid.org/0000-0002-1263-6125,
[c]https://orcid.org/0000-0002-8123-8507
Received 16.05.2018, accepted 28.06.2018

Knife grinders are the main technological equipment for grinding fibrous materials in the pulp and paper industry. It is in these machines that the basic properties of paper and cardboard are laid. The article makes an attempt to apply the theory of contact to a grinding set with regard to its wear and tear. As a model of fibrous materials in the liquid friction of the headset, the Kelvin-Voigt model is used. Viscoelastic properties of the material of the headset and the grinded fibrous material have a significant effect on the formation of the surface relief of the headset when worn. The form of wear of the knives of the mill's headset depends on the following complexes: tribotechnical properties of the headset material; relation of relaxation time and the consequences of fibrous interlayer; the ratio of the time of action of the knives of the headset in one period to the time of the consequences of the fibrous interlayer. Based on the results of calculations, a graph of the shape of the surface of the headset is constructed in the steady-state wear mode. The factors affecting the form of wear, the depth and amplitude of the head surface cavities are shown. The theoretically and experimentally confirmed steady-state shape of the worn out surface of the headset is obtained. The coefficient of friction between the rotor and the stator is investigated, the influence of the headset and the properties of the fibrous layer on this coefficient is shown. New designs of grinding machines using rolling friction in the grinding zone are proposed. The designs of these machines are protected by patents of the Russian Federation.

Keywords: mills; fibrous material; knife tackle; knife; pressure; contact; grinding; forces; wear.

Введение

Ножевые размалывающие машины — это основное технологическое оборудование для размола волокнистых материалов в целлюлозно-бумажной промышленности. При размоле волокнистых материалов в мельницах закладываются основные свойства выпускаемой продукции [1; 2]. Эти машины относятся к самому энергоемкому оборудованию при производстве бумаги, картона и древесных плит [2–5]. Актуальность исследования размола в ножевых размалывающих машинах подтверждена публикациями с анализом различных аспектов в области гидродинамики [6–11 и др.] и силового взаимодействия [2; 3; 12–20 и др.].

Однако исследование таких задач осложнено особенностями взаимодействия ножей гарнитуры мельниц и свойств волокнистых материалов. В статье сделана попытка применения теории контакта к исследованию процесса размола и износа гарнитуры в ножевых размалывающих машинах.

Постановка задачи. Задача формируется в рамках развития классических моделей механики сплошных сред и основывается на теории дискретного контакта двух тел [21–26]. Рассмотрим скольжение ножей гарнитуры ротора по ножам статора с постоянной скоростью $\vec{V}$ (рис. 1). Ножи ротора и статора отделены друг от друга вязкоупругим волокнистым материалом. Форма ножей описывается обобщенной функцией Хевисайда *f(x,z).* Ножи расположены вдоль оси x с периодом *l*. Введем неподвижную систему координат (x', y', z') так, что ее начало в момент времени t = 0 расположено в центре одного ножа ротора, ось x' направлена вдоль вектора скорости, а ось y' — в центр межножевой канавки статора. Также введем подвижную со скоростью систему координат (*x, y, z*), связанную с ротором и движущуюся со скоростью $\vec{V}$.

Форма ножей описывается как:

$$f(x, y) = h_0/2 + \sum_{j=1}^{n} (1-h_0/h_{pj})h_{pj}\,\Delta\Gamma x_{j,}z_{j,}\ z\in(0,r)$$
$$x\in(0,l),$$

где $\Delta\Gamma x_{j,}z_{j} = \Gamma(x,z-x_{j,}z_{j}) - \Gamma[x,z-x_{j,}z_{j} - (a+b)_{j,}c_{j}]$; Γ(x,z) — единичная функция Хевисайда; $x_{j,}z_{j}$ — координата точки начала *j*-го ножа, $(a+b)_j$; c_j — соответственно ширина и длина *j*-го ножа; h_0 — толщина гарнитуры, h_{pj} — высота *j*-го ножа; *n* — число ножей; *r* — радиус ножевой гарнитуры.

В зоне контакта Ω выполняется условие:

$$w(x,z) = \delta + f(x,z),\ (x,z)\in\Omega,$$

где $w(x,z)$ — нормальные перемещения границы вязкоупругого слоя вследствие его деформирования; δ — сближение ножей ротора и статора за счет деформирования.

Контактное давление $p(x,z)$ вне площадок контакта и на ее границе (–a(z), b(z)) равно нулю:

$$p(x,z) = 0,\ (x,z)\notin\Omega,\ p(-a(z)) = p(b(z)) = 0. \quad (1)$$

Нормальные перемещения и давление по координате *x* удовлетворяют условиям периодичности:

$$w(x,z) = w(x+l,z), \qquad p(x,z) = p(x+l,z).$$

Уравнение равновесия для ножа имеет вид

$$\iint_{\Omega} p(x,z)\,dx\,dz = P,$$

где *P* — нагрузка на один нож.

Впервые контактное взаимодействие гарнитуры мельниц с волокнистым полуфабрикатом было рассмотрено в статье [27]. Схема сил, действующих на ножи, показана на рис. 2. $T_d, P_в$ — тангенциальная и нормальная составляющие силы реакции волокнистой прослойки.

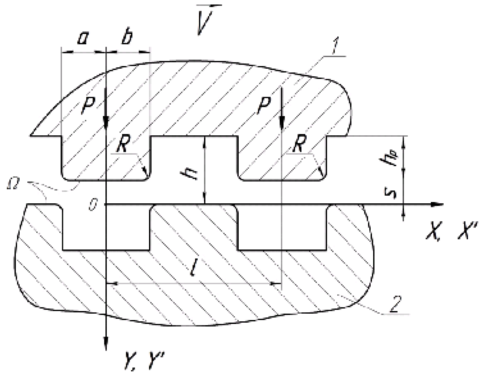

Рис. 1. Схема контактного взаимодействия ножей: — ротор; 2 — статор

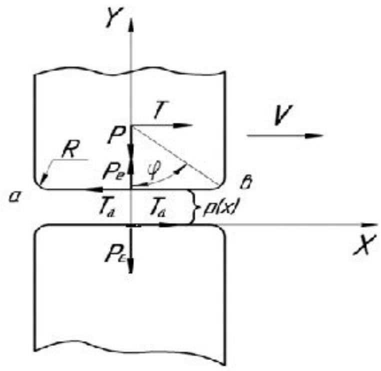

Рис. 2. Схема сил, действующих на нож при размоле волокнистой массы

Для площадки контакта (*a*+*b*) ножей гарнитуры справедливы безразмерные отношения нормальной и тангенциальной составляющей силы реакции волокнистой прослойки и момента сопротивления движения ножа [27]:

$$\hat{P}_в = 2\sum_{j=1}^{N}\Delta\hat{z}\int_{-\hat{a}_j}^{\hat{b}_j}\hat{p}_j(\hat{x},\hat{z}_j)\cos\varphi(\hat{x})\,d\hat{x}$$
$$\hat{T}_d = 2\sum_{j=1}^{N}\Delta\hat{z}\int_{-\hat{a}_j}^{\hat{b}_j}\hat{p}_j(\hat{x},\hat{z}_j)\sin\varphi(\hat{x})\,d\hat{x} \quad (2)$$
$$\hat{M} = \iint_{\Omega}\hat{x}\hat{p}(\hat{x},\hat{z})\,d\hat{x}\,d\hat{z},$$

где *N* — число тонких полос, параллельных направлению скольжения; $-\hat{a}_j, \hat{b}_j$ – границы j полосы шириной $\Delta\hat{z}$; $\hat{p}_j(\hat{x},\hat{z}_j)$ — распределение давления в зоне контакта; $\hat{x},\hat{z}$ — безразмерные координаты.

Коэффициент трения скольжения между ножами ротора и статора можно определить как:

$$\mu = \widehat{T}_d / \widehat{P}_в .$$

Скорость линейного изнашивания контактирующих тел $\frac{\partial_\omega(x,t)}{\partial t}$ связана с давлением p(x,t) соотношением [28]:

$$\frac{\partial\omega(x,t)}{\partial t} = K_\omega(x)\left(\frac{p(x,t)}{\tilde{p}}\right)^\alpha , \qquad (3)$$

где $K_\omega(x)$ – коэффициент износа поверхности, $K_\omega(x+l) = K_\omega(x), \alpha$ – экспериментальный параметр; $\tilde{p}$ — некоторое характерное давление; $\omega(x,t)$ – износные перемещения границы тела.

Полагаем, что параметр α является постоянной величиной. Это допущение позволяет упростить дальнейшие выкладки и облегчить анализ результатов, не искажая исследования качественно.

Если поверхность жесткого полупространства в начальный момент времени совпадает с координатной плоскостью (x, z), то условие контакта имеет вид:

$$u_y(x,t) + \omega(x,t) = D(t), \qquad (4)$$

где $u_y(x,t)$ – перемещения точек поверхности волокнистой прослойки; *D(t)* — сближение ротора и статора в результате действия нагрузки.

Полная нагрузка на период l (рис. 1) при y = 0 определяется выражением:

$$P(t) = \int_0^l p(x,t)dx. \qquad (5)$$

Рассматриваемая задача является плоской периодической с периодом l. Начальное давление между ротором и статором распределено равномерно, т. е. $p(x,0) = P(0)/l \quad x \in (-\infty,+\infty)$. В процессе изнашивания гарнитуры происходит формоизменение первоначально плоской рабочей поверхности ножей и перераспределение контактного давления p(x, t). Пусть функция *f(x, t)* описывает линию пересечения жесткого неоднородного полупространства с плоскостью *(x, y)*. Причем в начальный момент времени $f(x, 0) = 0$. Необходимо определить асимптотику функции f(x, t) при $t \to \infty$. Влиянием сил трения на распределение контактных давлений пренебрегаем.

Модель волокнистой прослойки. Модель волокнистой прослойки при размоле в ножевых размалывающих машинах рассмотрена в статьях [29; 30 и др.]. Для описания свойств волокнистой прослойки воспользуемся двумерным аналогом модели Максвелла – Кельвина. Соотношение в случае плоской деформации имеет вид [22]:

$$\varepsilon_{x'} + T_\varepsilon\frac{\partial\varepsilon_{x'}}{\partial t} = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_{x'} + T_\sigma\frac{\partial\sigma_{x'}}{\partial t}\right) - \frac{\nu(1+\nu)}{E}\left(\sigma_{y'} + \frac{\partial\sigma_{y'}}{\partial t}T_\sigma\right)$$

$$\varepsilon_{y'} + T_\varepsilon\frac{\partial\varepsilon_{y'}}{\partial t} = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_{y'} + T_\sigma\frac{\partial\sigma_{y'}}{\partial t}\right) - \frac{\nu(1+\nu)}{E}\left(\sigma_{x'} + \frac{\partial\sigma_{x'}}{\partial t}T_\sigma\right) \qquad (6)$$

$$\gamma_{x'y'} + T_\varepsilon\frac{\partial\gamma_{x'y'}}{\partial t} = \frac{1+\nu}{E}\left(\tau_{x'y'} + T_\sigma\frac{\partial\tau_{x'y'}}{\partial t}\right),$$

где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; $\frac{T_\varepsilon E}{T_\sigma}$ — мгновенный модуль упругости; $\frac{1}{T_\varepsilon}$ — коэффициент скорости последействия, $T_\varepsilon \rhd T_\sigma$.

Компоненты тензоров деформаций и напряжений в движущейся (*0, x, y, z*) и неподвижной (*0, x', y' z'*) системах координат связанны между собой уравнениями [28]:

$$\varepsilon'_{ij} + T_\varepsilon\frac{\partial\varepsilon'_{ij}}{\partial t} = \varepsilon_{ij} - T_\varepsilon V\frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial x} = \varepsilon^*_{ij},$$

$$\sigma'_{ij} + T_\sigma\frac{\partial\sigma'_{ij}}{\partial t} = \sigma_{ij} - T_\sigma V\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x} = \sigma^*_{ij},$$

$$u_j - T_\varepsilon V\frac{\partial u_i}{\partial x} = u^*_i,$$

$$p(x) - T_\delta V\frac{\partial p(x)}{\partial x} = p^*(x).$$

Функции ε^*_{ij}, σ^*_{ij} удовлетворяют эквивалентным уравнениям равновесия, закону Гука для изотропного упругого тела, а ε^*_{ij} — уравнениям совместности деформаций или тождествам Сен-Венана.

Определим связь между перемещениями точек поверхности $u^*_y(x)$ и контактным давлением $p^*(x)$ с помощью оператора $A[p^*(x)]$:

$$u^*_y(x) = A[p^*(x)]. \qquad (7)$$

Метод решения. Система уравнений (3)–(5), (7) является замкнутой и позволяет определить контактное давление и форму изношенной поверхности ножей гарнитуры. Найти решение этой системы в произвольный момент времени возможно только при использовании численных методов. Однако если скорость износа $\frac{\partial\omega(x,t)}{\partial t}$ постоянна, то распределение давлений *p(x, t)* согласно (3) не зависит от времени:

$$\frac{\partial\omega(x,t)}{\partial t} = D_\infty, \qquad (8)$$

$$p_\infty(t) = \lim_{t\to\infty} p(x,t). \qquad (9)$$

Условия (8) и (9) на практике соответствуют условиям установившегося изнашивания. В этом режиме скорость V, область контакта Ω и сближение *D* не зависят от времени. При $t \to \infty$ контактное давление $p_\infty(x)$ и вязкоупругие перемещения $u^\infty_y(x)$ являются периодическими функциями координаты x в силу ограничений, наложенных на функцию $K_\omega(x)$.

Кроме того, когда оператор *A*[*p* (*x*)] не зависит от времени, существует стационарное решение системы (3)–(5), (7). В работе [23] показано, что стационарное решение асимптотически устойчивое, если *A*[*p* (*x*)] вещественный, непрерывный, самосопряженный и положительно определенный оператор.

Решение задачи. Чтобы получить перемещения $u_y^\infty(x)$, решаем уравнение:

$$u_y^\infty(x) - T_\varepsilon V \frac{\partial u_y^\infty(x)}{\partial x} = \mathrm{A}\left[p_\infty(x) - T_\sigma V \frac{\partial p_\infty(x)}{\partial x} \right]. \quad (10)$$

Примем обозначение:

$$\varphi(x) = \mathrm{A}\left[p_\infty(x)\right] = \int_0^l K(\xi - x) p_\infty(\xi) d\xi \,. \quad (11)$$

Ограничимся случаем, когда ядро K(ξ – x) оператора $A[p_\infty(x)]$ является периодической функцией с периодом l. В этом случае можно записать:

$$\mathrm{A}\left[\frac{\partial p(\xi)}{\partial \xi}\right] = \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x}\,. \quad (12)$$

Решение уравнения (10) имеет вид:

$$u_y^\infty(x) = \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{T_\varepsilon V\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)} \int_0^l \left[\varphi(x+\chi) - T_\sigma V \frac{\partial \varphi(x+\chi)}{\partial x}\right] e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\chi \,. \quad (13)$$

Примем во внимание значение интеграла:

$$\int_0^l \frac{\partial \varphi(x+\chi)}{\partial \chi} e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\chi = \left(e^{-\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)\varphi(x) + \frac{1}{T_\varepsilon V}\int_0^l \varphi(x+\chi) e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\chi \,. \quad (14)$$

Подставляем (14) в (13) и после преобразований получим:

$$u_y^\infty(x) = \frac{T_\sigma}{T_\varepsilon}\varphi(x) + \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{T_\varepsilon V\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)}\left(1 - \frac{T_\sigma}{T_\varepsilon}\right)\int_0^l \varphi(x+\chi) e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\chi \,. \quad (15)$$

Выражение (15) можно упростить, проинтегрировав по частям интеграл и воспользовавшись свойством периодичности $\varphi(x+l) = \varphi(x)$, получим уравнение (16):

$$u_y^\infty(x) = \frac{T_\sigma}{T\varepsilon}\varphi(x) - \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)}\left(1 - \frac{T_\sigma}{T_\varepsilon}\right) \times$$
$$\times \left[\varphi(x+l) e^{-\frac{l}{T_\varepsilon V}} - \varphi(x) - \int_0^l e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} \frac{\partial \varphi(x+\chi)}{\partial \chi} d\chi\right] = \quad (16)$$
$$= \varphi(x) + \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)}\left(1 - \frac{T_\sigma}{T_\varepsilon}\right)\int_0^l e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} \frac{\partial \varphi(x+\chi)}{\partial \chi} d\chi.$$

Воспользуемся (13) и окончательно получим перемещения на поверхности волокнистого материала при $t \to \infty$, уравнение (17):

$$u_y^\infty(x) = \varphi(x) + \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)}\left(1 - \frac{T_\sigma}{T_\varepsilon}\right) \times \quad (17)$$
$$\times \int\int_0^l \mathrm{K}(\xi - (x-\chi)) \frac{\partial p_\infty(\xi)}{\partial \xi} e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\xi d\chi.$$

Проанализируем выражение (17). Решение вязкоупругой задачи содержит решение упругой $\varphi(x)$ в явном виде. При предельном переходе к упругому случаю значение мгновенного модуля упругости стремится к значению модуля Юнга, т. е. отношение $\frac{T_\varepsilon}{T_\sigma}$ стремится к единице, и последнее слагаемое в уравнении (17) обращается в ноль.

При исследовании контакта ножей гарнитуры ротора и статора коэффициент износа $\mathrm{K}_\omega(x)$ принадлежит к классу кусочно-постоянных функций:

$$\mathrm{K}_\omega(x) = \begin{cases} \mathrm{K}_{\omega 1}, x \in [nl, a+nl] \\ \mathrm{K}_{\omega 2}, x \notin [nl, a+nl] \end{cases}, \quad (18)$$

где $\mathrm{K}_{\omega 1}$ и $\mathrm{K}_{\omega 2}$ — коэффициенты износа ножей и межножевых канавок гарнитуры $[nl+a, (n+1)l]$, $(\mathrm{K}_{\omega 1} \rhd \mathrm{K}_{\omega 2})$. Распределение контактного давления при $t \to \infty$ получим, подставляя уравнения (8) и (18) в закон износа (3):

$$p_\infty(x) = \begin{cases} p_1 = \tilde{p}\left(\frac{D_\infty}{\mathrm{K}_{\omega 1}}\right)^{1/\alpha}, x \in [nl, a+nl] \\ p_2 = \tilde{p}\left(\frac{D_\infty}{\mathrm{K}_{\omega 2}}\right)^{1/\alpha}, x \notin [nl, a+nl] \end{cases}. \quad (19)$$

С учетом этого выражения преобразуем последний интеграл по аргументу ξ в (17):

$$\int_0^l \frac{\partial p_\infty(\zeta)}{\partial \xi} K(\zeta - (x+\chi))\, e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} d\xi =$$
$$= e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} \left\{\left[K(a-(x+\chi)(p_2 - p_1) + K((l-\chi))(p_2 - p_1)\right\}\right] = \quad (20)$$
$$= \Delta p e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}} \left[\left[\mathrm{K}((a-(x+\chi)) - K(-(x+\chi)]\right]\right]$$

где $\Delta p = p_2 - p_1.$

Ядро оператора $\mathrm{K}(\xi - x)$ в случае плоской периодичной контактной задачи [26]:

$$\mathrm{K}(\xi - x) = -\frac{2(1-v^2)}{\pi E}\ln 2\left|\sin\frac{\pi(\xi - x)}{l}\right| . \qquad (21)$$

Преобразуем уравнение (17), используя соотношения (11), (19)–(21):

$$u_y^{\infty}(x) = -\frac{2(1-v^2)}{\pi E}\left\{\int_0^a p_1 \ln 2\left|\sin\frac{\pi(\xi - x)}{l}\right| d\xi + \int_a^l p_2 \ln 2\left|\sin\frac{\pi(\xi - x)}{l}\right| d\xi + \frac{e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}}}{\left(e^{\frac{l}{T_\varepsilon V}} - 1\right)}\cdot \right. \qquad (22)$$

$$\left. \cdot\left(1-\frac{T_\sigma}{T\varepsilon}\right)\Delta p\int_0^l e^{-\frac{\chi}{T_\varepsilon V}}\left[\ln 2\left|\sin\frac{\pi(a-(x+\chi))}{l}\right| - \ln 2\left|\sin\frac{\pi(-(x+\chi))}{l}\right|\right] d\chi\right\}.$$

Форму изношенной поверхности гарнитуры определяют износные перемещения границы тела $\omega(x,t)$. Однако износные перемещения могут быть определены с точностью до неизвестной постоянной, которая зависит от времени (4). Определим форму поверхности *f(x)* при $t \to \infty$ как:

$$f(x) = u_y^{\infty}(x) . \qquad (23)$$

Введем обозначения:

$$\hat{x} = \frac{x}{l},\ \hat{\chi} = \frac{\chi}{l},\ \hat{\xi} = \frac{\xi}{l},\ \hat{a} = \frac{a}{l},\ m = \frac{\mathrm{K}_{\omega 2}}{\mathrm{K}_{\omega 1}},\ \zeta = \frac{l}{T_\varepsilon V},$$

$$\gamma = \frac{T_\sigma}{T\varepsilon}. \qquad (24)$$

С помощью уравнения (18) выразим давление p_1 и p_2 через постоянную нагрузку, действующую на период, P_∞ и отношение коэффициентов интенсивности износа *m*:

$$p_1 = \frac{p_\infty m^{1/\alpha}}{(1-\hat{a}\, m_1)l'} \qquad p_2 = \frac{p_\infty}{(1-\hat{a}\, m_1)l'} , \qquad (25)$$

где $m_1 = \left(1 - m^{\frac{1}{\alpha}}\right)$.

Выражение, соответствующее форме изношенной поверхности с учетом принятых безразмерных обозначений, приобретает вид:

$$f_\infty(\hat{x})\frac{\pi E}{2(1-v^2)P_\infty} = -[\left\{\frac{m^{1/a}}{\left(1-\hat{a}\, m_1\right)}\int_0^{\hat{a}} \ln 2\left|\sin \pi(\hat{\xi}-\hat{x})\right| d\hat{\xi} + \frac{1}{(1-\hat{a}\, m_1)}\int_{\hat{a}}^{l} \ln 2\left|\sin \pi\left(\hat{\xi}-\hat{x}\right)\right| d\hat{\xi} + \frac{e^{\zeta}}{\left(e^{\zeta}-1\right)}\cdot\right. \qquad (26)$$

$$\left.\cdot(1-\gamma)\frac{m_1}{(1-\hat{a}m_1)}\int_0^e e^{-\zeta\hat{\chi}}[\ln 2\left|\sin \pi(\hat{a}-(\hat{x}+\hat{\chi}))\right| - \ln 2\left|\sin \pi(\hat{x}+\hat{\chi})\right|]\, d\hat{\chi}\right\}.$$

Результаты исследований и их анализ. Зависимость коэффициента трения между гарнитурами μ от параметра ζ применительно к термомеханической древесной массе при $\hat{P} = \frac{2P}{(a+b)^3}\frac{h}{E^*} = 0{,}08$ представлена на рис. 3.

Рис. 3. Зависимость деформационной составляющей коэффициента трения μ от параметра ζ : *1* — при высокой плотности контакта $\frac{l}{a+b}$ = 2; *2* — при низкой плотности контакта $\frac{l}{a+b}$ = 6

Коэффициент трения уменьшается с уменьшением $\frac{l}{a+b}$. С уменьшением жесткости волокнистой прослойки увеличивается значение коэффициента трения, а также усиливается влияние плотности контакта. Максимальное значение коэффициента трения μ смещается в сторону больших значений при увеличении $\frac{l}{a+b}$ и прочих равных значениях параметров. Деформационная составляющая коэффициента трения стремится к нулю при $\zeta \to 0$ (при $V \to \infty$). Анализируя вышесказанное, можно обоснованно подойти к уменьшению коэффициента трения при размоле в ножевых машинах и снижению энергозатрат мельниц.

В зоне размола целесообразно использовать вместо трения скольжения трение качения. Это приведет к снижению энергоемкости мельницы и уменьшению рубящих воздействий ножей гарнитуры на полуфабрикат. Использовать трение качения в зоне размола предложено в конструкциях ножевых размалывающих машин, защищенных патентами [31; 32].

Установившаяся в процессе изнашивания форма ножей гарнитуры мельницы зависит от следующих безразмерных комплексов: $\hat{a}, m$ — триботехнические свойства материала гарнитуры; γ — отношения времен T_σ релаксации и T_δ последствия волокнистой прослойки; $\zeta = \left(\frac{l}{V}\right)/T_\delta$ — отношение времени воздействия ножей гарнитуры за один период к времени T_δ последствия волокнистой прослойки.

При экспериментальном исследовании поверхности изношенной гарнитуры многие авторы отмечали волновой характер износа [33; 34 и др.]. Проведены вычисления по полученной формуле (26). По результатам вычислений построен график формы поверхности гарнитуры в установившемся режиме изнашивания (рис. 4).

Форма изношенной поверхности гарнитуры не является симметричной при $10^{-2} \triangleleft \zeta \triangleleft 10^{2}$. При больших значениях ζ форма износа приближается к симметричной. При прочих равных условиях в зависимости от параметра ζ меняется глубина впадин (амплитуда волн).

Амплитуду воли износа определим как сумму модулей максимального и минимального значений функции $f_\infty(x)$. Для этого найдем корни уравнения:

$$\frac{\partial f_\infty(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \frac{\pi^2 E}{2(1-v^2)P_\infty} = 0 .$$

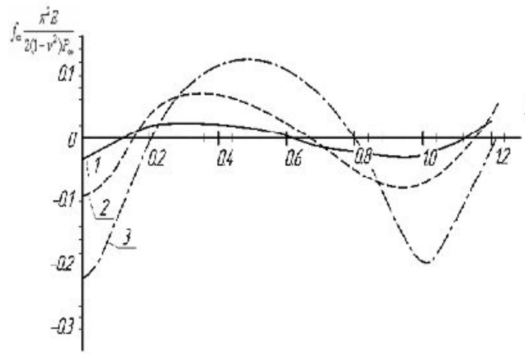

Рис. 4. Установившаяся форма изношенной поверхности гарнитуры при $m_1 = 0{,}3$, $\hat{a} = 0{,}2$, $\gamma = 10^{-3} : 1 - \zeta = 1$; $2, \zeta = 3$; $3 - \zeta = 10$

После преобразований производная функции $f_\infty(\hat{x})$ может быть представлена как:

$$\frac{\partial f_\infty(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \frac{\pi^2 E}{2(1-v^2)P_\infty} = \frac{m_1}{(1-\hat{a} m_1)}\left[\left\{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \pi n \hat{a} \sin \pi n (\hat{a} - 2\hat{x})}{n} + \frac{e^{\zeta}(1-\gamma)}{(e^{\zeta}-1)}\left[e^{-\zeta} \ln\left|\frac{\sin(\pi(\hat{a}-(\hat{x}+1)))}{\sin \pi(\hat{x}+1)}\right| - \ln\left|\frac{\sin \pi(\hat{a}-\hat{x})}{\sin \pi\hat{x}}\right| + \zeta \int_0^e e^{-\hat{\chi}\zeta} \ln\left|\frac{\sin \pi(\hat{a}-(\hat{x}+\hat{\chi}))}{\sin \pi(\hat{x}+\hat{\chi})}\right| d\hat{\chi}\right]\right\}\right].$$

Вычисление корней этого уравнения, а также амплитуды A_{mp} функции $f_\infty(x)$ проведено численно. На рис. 5 представлены зависимости амплитуды A_{mp} функции $f_\infty(x)$ от параметра ζ при различных значениях $\hat{a}$.

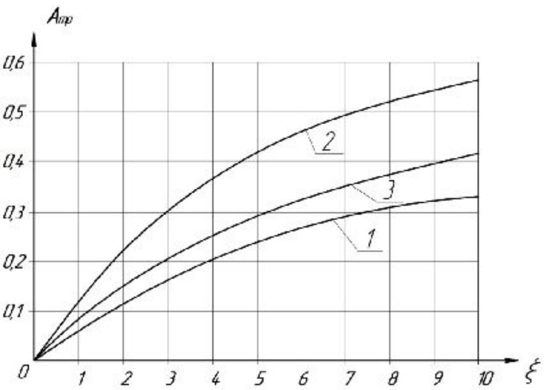

Рис. 5. Зависимость амплитуды волны от параметра ζ при $m_1 = 0{,}3$, $\gamma = 10^{-3} : 1 - \hat{a} = 0{,}2$; $2 - \hat{a} = 0{,}5$; $3 - \hat{a} = 0{,}8$

Вязкоупругие свойства материала гарнитуры оказывают существенное влияние на формирование рельефа поверхности гарнитуры при изнашивании, причем форма поверхности существенно зависит от скорости скольжения ротора по статору.

Форма ножей гарнитуры в диапазоне скоростей относительного скольжения от 10^{-3} *l/T*ε до 10^{3} *l/T*ε является несимметричной. Наиболее выраженная асимметрия достигается при скорости скольжения *V=l/T*ε. Результаты проведенных исследований позволяют обоснованно подойти к проектированию, эксплуатации и повышению надежности ножевых размалывающих машин.

Литература

1. Комаров В.И. Деформация и разрушение целлюлозно-бумажных материалов. Архангельск:Изд-во Архан. гос. техн. ун-та, 2002. 440 с.

2. Иванов С.Н. Технология бумаги. М.: Лесная промышленность, 2006. 696 с.

3. Бывшев А.В., Савицкий Е.Е. Механическое диспергирование волокнистых материалов.Красноярск: Изд-во Крас. ун-та, 1991. 216 с.

4. Gorski D., Hill J., Engstrand P., Johansson L. Reduction of energy consumption in TMP refining through mechanical pre-treatment of wood chips // Nord. Pulp Pap. Res. J. 2010. Vol. 25 (2). P.156-161.

5. Fernando D., Muhic D., Engstrand P., Daniel G. Fundamental understanding of pulp property development under different thermomechanical pulp refining conditions as observed by a new method and SEM observation of the ultra structure of fibre surfaces // Holzforschung. 2011. Vol. 65 (6). P.777-786.

6. Алашкевич Ю.Д. Основы теории гидродинамической обработки волокнистых материалов в размольных машинах: дис. … д-ра техн. наук. Красноярск, 1986.

7. Kang T., Somboon P., Paulapuro H. Fibrillation of mechanical pulp fibers // Pap. Puu 2006. Vol. 88 (7). P. 409-411.

8. Daniel G., Bardage S., Fernando D., Hafren J., Ander P.Energy consumption in refining of Scots pine and Norway spruce TMP is governed by fibre morphology and ultra structure// Proceedings of the Int. Mech. Pulp. Conf. Sundsvall, Sweden, June 1-4. 2009. P. 82-86.

9. Konrad O. The effect of refining intensity on the water retention value // Ann. Warsaw Agr. Univ. Forest. and Wood Technol. 2006. Vol. 59. P. 132-136.

10. Luukkonen A., Olson J., Martinez D. Low Consistency Refining of Mechanical Pulp, Effect of Gap, Speed and Power// J. Pulp Paper Sci. 2010. Vol. 36. P. 28-34.

11. Suopajavi T. Fragment analysis of different size-reduced lignocelluloses pulps by hydrodynamic fractionation// Cellulose. 2012. Vol. 19 (1). P. 237-248.

12. Olender D., Wild P. Forces on Bars in High-Consistency Mill-Scale Refiners. Trends in Primary and Rejects Stage Refiners// J. Pulp Paper Sci. 2007. Vol. 33 (3). P. 163-171.

13. Легоцкий С.С., Гончаров В.И. Размалывающее оборудование и подготовка бумажной массы. М.: Лесная промышленность, 1990. 224 с.

14. Алашкевич, Ю.Д., Пахарь Д.В., Ковалев В.И. Анализ силового воздействия на волокно при размоле в дисковых мельницах с ножами криволинейной формы // Химия растительного сырья. 2009. № 1. С. 167-172.

15. Шуркина В.И. Совершенствование ножевого размола волокнистых растительных полимеров в целлюлозно-бумажном производстве: дис. … канд. техн. наук. Красноярск, 2016. 145 с.

16. Senger J., Olmstead M., Ouellet D. Measurement of Shear and Normal Forces in the Refining Zone of a TMP Refiner // J. Pulp Paper Sci. 2004. Vol.30 (9). P. 247-251.

17. Кожухов В.А. Размол волокнистых полуфабрикатов в размольных ножевых машинах при ударном воздействии на волокно: дис. ... канд. техн. наук. Красноярск, 2015. 161 с.

18. Гончаров В.Н. Теоретические основы размола волокнистых материалов в ножевых мельницах: автореф. дис. … д-ра техн. наук. Л., 1990. 31с.

19. Prairie B., Wild P. Forces during bar-passing events in low consistency refining. Distributions and relationships to specific edge load in press// J. Pulp Paper Sci. 2008. Vol. 33. P. 11-16.

20. Алашкевич Ю.Д., Ковалев В.И., Набиева А.А. Влияние рисунка гарнитуры на процесс размола волокнистых полуфабрикатов: моногр. в 2 ч. Красноярск: СибГТУ, 2010. Ч. 1. 168 с.

21. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 509 с.

22. Горячева И.Г. Контактная задача качения вязкоупругого цилиндра по основанию из того же материала // Прикладная математика и механика. 1973. Т.37, № 5. С. 877-885.

23. Горячева И.Г. Контактная задача теории упругости для системы изнашиваемых штампов // Изв. АН СССР. 1987. № 6. С. 62-68.

24. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости.М.: Гостеоретиздат, 1949. 270 с.

25. Воронин Н.А. Механика контактного взаимодействия жесткой сферы с упругопластичным топокомпозитом // Физика и механика материалов. 2015. Т. 22. № 1. С. 22-29.

26. Труды XI междунар. научн.-техн. конф./ Институт компьютерных исследований. 2016. С. 6-8.

27. Вихарев С.Н. Контактное взаимодействие гарнитуры мельниц с волокнистым полуфабрикатом // Лесной журнал. 2013. № 3. С. 133-138.

28. Горячева И.Г. Контактная задача качения вязкоупругого цилиндра по основанию из того же материала // Прикладная математика и механика. 1973(37). № 5. С. 877-885.

29. Вихарев С.Н., Душинина С.А. Модель волокнистой прослойки при размоле в дисковых мельницах // Лесной журнал. 2014. № 2. С. 116-122.

30. Ерыхов Б.П., Липцев В.Н., Чибирев В.Е. Исследование вязкоупругих свойств древесины применительно к размолу щепы // Лесной журнал. 1979. № 4. С. 61-66.

31. Вихарев С.Н., Агарков М.С.Мельница для размола волокнистых материалов: пат. 108042 Рос. Федерация, Опубл. 10.09.11, Бюл. № 25. 4 с.

32. Вихарев С.Н., Микушина В.Н. Дисковая мельница: пат. 108042 Рос. Федерация. Опубл. 27.11.13, Бюл. № 33. 4 с.

33. Diagnosing Refiner Plate Failure Modes in Thermo-Mcchanica, Pulpmg// J&L Fiber Services. OPTIMA. Technical Bulletin. 2003. № 1-2. 4 p.

34. Демин П.П., Пашинский В.Ф., Киселев С.С. Стойкость гарнитуры дисковых мельниц. М.: ВНИПИЭИлеспром, 1972. 23 с.

References

1. Komarov V.I. Mosquitoes and destruction of pulp and paper materials. Arhangel'sk: Izd-vo Arhan. gos. tekhn. un-ta, 2002. 440 p.

2. Ivanov S.N. Technology of a paper. M.: Lesnaya promyshlennost', 2006. 696 p.

3. Byvshev A.V., Savickij E.E. Mechanical dispersion of fibrous materials. Krasnoyarsk: Izd-vo Kras. un-ta, 1991. 216 p.

4. Gorski, D., Hill J., Engstrand, P., Johansson, L. Reduction of energy consumption in TMP refining through mechanical pretreatment of wood chips // Nord. Pulp Pap. Res. J. 2010. Vol. 25 (2). P.156-161.

5. Fernando D., Muhic D., Engstrand P., Daniel G. Fundamental understanding of pulp property development under different thermomechanical pulp refining conditions as observed by a new method and SEM observation of the ultra structure of fibre surfaces // Holzforschung. 2011. Vol.65 (6). P. 777-786.

6. Alashkevich Yu.D. Basic of the theory of hydrodynamic processing of fibrous materials in mill machines. … d-ra tekhn. nauk. Krasnoyarsk, 1986.

7. Kang T., Somboon P., Paulapuro H. Fibrillation of mechanical pulp fibers // Pap. Puu 2006. Vol. 88 (7). P. 409-411.

8. Daniel G., Bardage S., Fernando D., Hafren J., Ander P. Energy consumption in refining of Scots pine and Norway spruce TMP is governed by fibre morphology and ultra structure// Proceedings of the Int. Mech. Pulp. Conf. Sundsvall, Sweden, June 1-4. 2009. P. 82-86.

9. Konrad O. The effect of refining intensity on the water retention value // Ann. Warsaw Agr. Univ. Forest. and Wood Technol. 2006. Vol. 59. P. 132-136.

10. Luukkonen A., Olson J., Martinez D. Low Consistency Refining of Mechanical Pulp, Effect of Gap, Speed and Power// J. Pulp Paper Sci. 2010. Vol. 36. P. 28-34.

11. Suopajavi T. Fragment analysis of different size-reduced lignocelluloses pulps by hydrodynamic fractionation// Cellulose. 2012. Vol. 19 (1). P. 237-248.

12. Olender D., Wild P. Forces on Bars in High-Consistency Mill-Scale Refiners. Trends in Primary and Rejects Stage Refiners// J. Pulp Paper Sci. 2007. Vol. 33 (3). P. 163-171.

13. Legockij S.S., Goncharov V.I. Grinding equipment and preparation of paper pulp. M.: Lesnaya promyshlennost', 1990. 224p.

14. Alashkevich, Yu.D., Pahar' D.V., Kovalev V.I. Analyses of power influence on a fiber at mill in disk refiner with knifes of the curvilinear form // Khimija Rastitel'nogo Syr'ja (Chemistry of plant raw material). 2009. № 1. P. 167-172.

15. Shurkina V.I. Perfection knife mill fibrous vegetative polymers in pulp-and-paper manufacture: dis. … kand. tekhn. nauk. Krasnoyarsk, 2016. 145p.

16. Senger J., Olmstead M., Ouellet D. Measurement of Shear and Normal Forces in the Refining Zone of a TMP Refiner// J. Pulp Paper Sci. 2004. Vol. 30 (9). P. 247-251.

17. Kozhuhov V.A.Grinding of fibrous semi-finished products in disk refiner machines at shock influence on a fiber: dis. ... kand. tekhn. nauk. Krasnoyarsk, 2015. 161 p.

18. Goncharov V.N. Theoretical potters of a fundamentals of a milling of fibrous materials in knife mills: avtoref. dis. … d-ra tekhn. nauk. L., 1990. 31 p.

19. Prairie B., Wild P. Forces during bar-passing events in low consistency refining. Distributions and relationships to specific edge load in press// J. Pulp Paper Sci. 2008. Vol. 33. P. 11-16.

20. Alashkevich Yu.D., Kovalev V.I., Nabieva A.A. Influence of figure sets on process mill fibrous semi finished items: monogr. v 2 ch. Krasnoyarsk: SibGTU, 2010.Ch. 1. 168 p.

21. Dzhonson K. Mechanic of contact interaction. M.: Mir, 1989. 509 p.

22. Goryacheva I.G. Contact a problem roll the viscoelastic cylinder on the basis from the same material // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1973. T.37, № 5. P. 877-885.

23. Goryacheva I.G. Contact a problem of the theory of elasticity for system of worn stamps // Izv. AN SSSR. 1987. № 6. P. 62-68.

24. Shtaerman I.Ya. Contact a problem of the theory of elasticity. M.: Gosteoretizdat, 1949. 270 p.

25. Voronin N.A. Mechanics of contact interaction of rigid sphere with elastic-plastic composite material // Materials Physics and Mechanics. 2015. T. 22. № 1. P. 22-29.

26. Trudy XI mezhdunar. nauchn.-tekhn. konf./ Institut komp'yuternyh issledovanij. 2016. P. 6-8.

27. Viharev S.N. Contact interaction sets of mills with a fibrous semi finished item // Forest Journal. 2013. № 3. P. 133-138.

28. Goryacheva I.G. Contact a problem roll the viscoelastic cylinder on the basis from the same material // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1973 (37). № 5. P. 877-885.

29. Viharev S.N., Dushinina S.A. Model of a fibrous layer at mill in disk refiner // Forest Journal. 2014. № 2. P. 116-122.

30. Eryhov B.P., Lipcev V.N., Chibirev V.E. Research of viscoelastic properties of wood with reference to mill chip // Forest Journal. 1979. № 4. P. 61-66.

31. Viharev S.N., Agarkov M.S. Refiner for mill fibrous materials: pat. 108042 Ros. Federaciya, Opubl. 10.09.11, Byul. № 25. 4p.

32. Viharev S.N., Mikushina V.N. A disk mill: pat. 108042 Ros. Federaciya. Opubl. 27.11.13, Byul. № 33. 4 p.

33. Diagnosing Refiner Plate Failure Modes in Thermo-Mcchanica, Pulpmg// J&L Fiber Services. OPTIMA. Technical Bulletin. 2003. № 1-2. 4 p.

34. Demin P.P., Pashinskij V.F., Kiselev S.S. Stability sets of disk mills. M.: VNIPIEHIlesprom, 1972. 23 p.