СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 624.012.45 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-1-79-84

Деформационный метод расчета прочности железобетонных изгибаемых элементов с использованием диаграмм деформирования для упругопластических материалов

В.А. Ерышев

Тольяттинский государственный университет, ул. Белорусская 14, Тольятти, Россия
gsx@tltsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-5215-2239
Статья поступила 10.12.2017, принята 21.01.2018

В статье рассмотрена методика описания уравнений равновесия и предельного изгибающего момента расчета на прочность железобетонных изгибаемых элементов прямоугольного сечения с многорядным армированием по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры при осевом сжатии и растяжении для идеально упругопластических материалов (диаграмма Прандтля). В соответствии с принятой гипотезой плоских сечений напряжения и усилия в сечении элемента выражаются через деформации, и в сжатой зоне бетона формируются дискретные участки напряжений линейной формы с вполне определенными центрами тяжести приложения усилий, после чего выводятся разрешающие уравнения равновесия и предельного изгибающего момента. Представлен алгоритм решения нелинейной задачи для выполнения последовательного приближения при проверке условия равновесия и расчета предельного изгибающего момента с заданной точностью, который может применяться при использовании в расчетах любой кусочно-линейной диаграммы материалов, в том числе с упрочнением (для стали) или ниспадающей ветвью (для бетона). Современные программные комплексы производят расчеты конструкций с прочностными и деформационными характеристиками материалов, принятыми в нормативных документах на проектирование, с обеспеченность 0,95. Предложенная методика позволяет производить поверочные расчеты для железобетонных элементов регулярной формы сечений (прямоугольной, тавровой, двутавровой форм), когда нагрузки, характеристики материалов конструкций зависят от условий их эксплуатации, а также при производстве экспериментальных исследований новых эффективных материалов и прогрессивных технологий, когда характеристики материалов определяются на стандартных образцах.

Ключевые слова: железобетонный элемент; диаграммы бетона и арматуры; напряжения; деформации; предельные усилия; прочность; расчетная модель.

Deformation method for calculating the strength of reinforced concrete bending elements using deforming diagrams for elastoplastic materials

V.A. Eryshev

Togliatti State University; 14, Belorusskaya St., Tolyatti, Russia
gsx@tltsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-5215-2239
Received 10.12.2017, accepted 21.01.2018

The method of describing the equilibrium equations and the limiting bending moment for calculating the strength of reinforced concrete bending elements of rectangular cross-section with multi-row reinforcement according to a nonlinear deformation model with the use of deformation diagrams of concrete and reinforcement under axial compression and tension for ideally elastic-plastic materials is considered (Prandtl diagram). In accordance with the accepted hypothesis of plane sections, the stresses and forces in the section of the element are expressed through deformations, and in the compressed zone of the concrete discrete sections of linear stresses are formed with well-defined centers of gravity of the application of forces, after which the resolving equations of equilibrium and the limiting bending moment are output. An algorithm for solving a nonlinear problem for performing a successive approximation is presented for checking the equilibrium condition and calculating the limiting bending moment with a given accuracy, which can be used when using any piecewise linear diagram of materials, including hardening (for steel) or a falling branch (for concrete). Modern software complexes perform calculations of structures with strength and deformation characteristics of materials adopted in regulatory documents for design with a security of 0.95. The proposed method allows to carry out verification calculations for reinforced concrete elements of regular section shapes (rectangular, T-shaped, I-forms) when the loads, characteristics of construction materials depend on the condi-

tions of their operation, as well as in the experimental studies of new efficient materials and progressive technologies when the characteristics of materials are determined on standard samples

Keywords: reinforced concrete element; diagrams of concrete and reinforcement; voltage; deformation; ultimate effort; strength; calculation model.

Введение

Деформационный метод расчета железобетонных конструкций с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры в последние годы приобрел статус приоритетного, так как обеспечивает высокую степень надежности в оценке их прочностных и деформативных свойств. Наряду с деформационными моделями в практике проектирования длительное время применяется традиционная методика расчета по методу предельных состояний.

Расчет железобетонных элементов на прочность по нелинейной деформационной модели производят на основе диаграмм осевого сжатия бетона, растяжения арматуры и гипотезы плоских сечений. Отечественные и зарубежные нормативные документы [1, 2] рекомендуют в качестве расчетных, аппроксимирующих экспериментальные кривые деформирования бетона, стальной арматуры и устанавливающих связь между относительными деформациями и напряжениями, любые виды диаграмм: криволинейные, упрощенные кусочно-линейные (двухлинейные и трехлинейные), отвечающие механическим свойствам материалов.

Расчеты железобетонных конструкций на прочность с учетом полной криволинейной диаграммы бетона с нисходящей ветвью реализованы в программных комплексах на ЭВМ, где прочностные и деформационные характеристики материалов согласно нормативным документам принимаются с обеспеченностью 0,95 и без особых затруднений используются при проектировании новых объектов. Необходимость применения программных комплексов возникает при расчетах конструкций сложной формы сечений или когда в основу положены криволинейные диаграммы с нелинейной связью между напряжениями и деформациями [3, 4]. Процедура расчета сводится к выделению по высоте сечения элементарных участков и, используя аналитические связи между напряжениями и деформациями в диаграммах деформирования материалов, для каждого участка определяются значения напряжений, и после проверки равновесия усилий в сечениях вычисляются внутренние усилия, величина которых не должна превышать усилий от внешних воздействий [5–7]. Нелинейная задача решается методом последовательных приближений (итераций) или в приращениях [8–10], изменяя значения деформаций (кривизны) до выполнения условия равновесия усилий в сечении с заданной точностью. Когда в расчетах используется криволинейная диаграмма деформирования бетона с восходящими и ниспадающими ветвями, точность расчета зависит от количества участков разбиения сечения, и применение программных комплексов для ЭВМ необходимо.

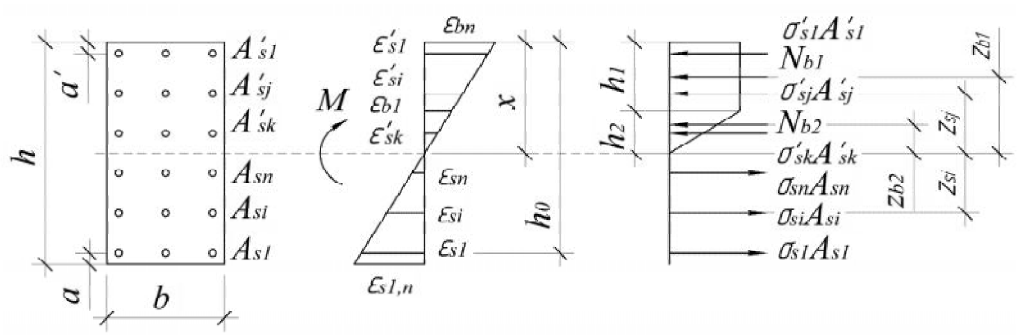
Трудности возникают при выполнении поверочных расчетов [11], когда нагрузки, характеристики материалов зависят от условий эксплуатации конструкций; при производстве экспериментальных исследований новых эффективных материалов и прогрессивных технологий, когда характеристики материалов определяются на стандартных образцах. Исследования показывают, что для железобетонных элементов регулярной формы сечений (прямоугольной, тавровой, двутавровой форм) расчеты на прочность с заданной точностью можно производить с использованием упрощенных диаграмм состояния материалов [12, 13]. В сжатой зоне бетона формируется ограниченное количество дискретных участков напряжений линейной формы с вполне определенными центрами тяжести приложения усилий, что позволяет получить разрешающие уравнения равновесия и предельного изгибающего момента с заданной точностью.

Постановка задачи. Отсутствие в нормативных документах методики описания напряжений и усилий в сечениях железобетонных элементов через деформации и алгоритма проверки условия равновесия усилий затрудняет освоение методов расчета железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели магистрантами в учебном процессе и проектными организациями. Кроме того, важно определиться, насколько результаты расчета отличаются от результатов, полученных по методу предельных состояний, который за длительную историю применения в практике проектирования показал свою высокую надежность и работоспособность.

Далее описывается деформационный метод расчета прочности с использованием упрощенной двухлинейной диаграммы на примере железобетонного элемента прямоугольной формы высотой h и шириной b с многорядным армированием ненапряженной арматурой (см. рис. 1*a*) с физической площадкой текучести в растянутой зоне арматурой площадью A_{si} ($i = 1…$n) и в сжатой зоне — площадью A'_{sj} ($j = 1….k$).

Нормативные документы для диаграмм состояния устанавливают граничные значения деформаций: $\varepsilon_{b2} = 0{,}0035$ — на крайнем волокне бетона сжатой зоны (при непродолжительном действии нагрузки); $\varepsilon_{s2} = 0{,}025$ — для арматуры с физическим пределом текучести и использовании двухлинейной диаграммы состояния. При достижении граничных значений деформаций бетон и арматура выключаются из работы.

Расчет прямоугольного железобетонного сечения на заданное воздействие изгибающим моментом в плоскости симметрии с использованием нелинейной деформационной модели включает два этапа [14, 15]: отыскание положения нейтральной оси (нулевой линии); вычисление предельных усилий.



а) б) в)

Рис. 1. К построению метода расчета на прочность нормального сечения железобетонного изгибаемого элемента с использованием двухлинейных диаграмм состояния сжатия бетона и растяжения арматуры: *а* — схема расчетного сечения с многорядным армированием; *б* — эпюра деформаций; *в* — эпюра напряжений

Положение нулевой линии определяется из условия равенства нулю суммы проекций всех внешних и внутренних сил на продольную ось элемента.

Решение задачи. Проводим прямую линию изменения деформаций по высоте прямоугольного сечения (рис. 1*б*) и отмечаем значения деформаций: ε_{bn} — на крайнем волокне сжатой зоны; ε_{b1} — бетона в пределах сжатой зоны; ε'_{sj} — на уровне центра тяжести арматуры A'_{sj}; ε_{si} — деформации на уровне тяжести арматуры площадью A_{si}. $\varepsilon_{bn}=\varepsilon_{b2}=0{,}0035$.

В первом приближении принимаем: $\varepsilon_{bn}^{(1)}=\varepsilon_{b2}$, тогда для двухлинейной диаграммы $\varepsilon_{b1}=\sigma_{b1}/E_b$, где $\sigma_{b1}=R_b$; $\varepsilon_s^{(1)}=\varepsilon_{s2}$ — деформации на уровне центра тяжести арматуры A_{s1} (наиболее удаленной от нейтральной оси в растянутой зоне). Эпюра напряжений в сжатой зоне бетона включает два участка (рис. 1*в*): участок прямоугольной формы с постоянным значением напряжений $\sigma_b=R_b$ и высотой h_1, соответствующий уменьшению деформаций от значения ε_{b2} до значения ε_{b1} (на диаграмме бетона горизонтальная линия); примыкающий участок формы треугольника высотой h_2, соответствующий уменьшению деформаций от значения ε_{b1} до 0 (на диаграмме бетона линия пропорциональной зависимости напряжений от деформаций). К центрам тяжести участков прикладываются усилия сжатия N_{b1} и N_{b2} соответственно для первого и второго участка, кроме того, в арматуре сжатой зоны возникают усилия $N'_{sj}=\sigma'_{sj}A'_{sj}$. На уровне тяжести арматуры A_{si} действуют усилия $N_{si}=\sigma_{si}A_{si}$. Уравнение равновесия усилий в сечении железобетонного элемента запишется в виде:

$$N_{b1}+N_{b2}+\sum_{j=1}^{k}\sigma'_{sj}A'_{sj}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{si}A_{si}=0. \qquad (1)$$

Выразим значения усилий на участках бетона в уравнении (1) через напряжения, тогда:

$$R_b b h_1+\frac{R_b b h_2}{2}+\sum_{j=1}^{k}\sigma'_{sj}A'_{sj}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{si}A_{si}=0. \qquad (2)$$

Из соотношения $\frac{\varepsilon_{b2}}{x}=\frac{\varepsilon_{s2}}{(h_0-x)}$ определяется высота сжатой зоны:

$$x=\frac{\varepsilon_{b2}h_0}{\varepsilon_{s2}+\varepsilon_{b2}}=\frac{\varepsilon_{b2}}{\chi}, \qquad (3)$$

где χ — кривизна элемента, величина которой определяется по формуле:

$$\chi=\frac{1}{\rho}=\frac{\varepsilon_{b2}+\varepsilon_{s2}}{h_0}; \qquad (4)$$

здесь ρ — радиус кривизны; h_0 — рабочая высота элемента.

Из соотношения $\frac{\varepsilon_{b2}}{x}=\frac{\varepsilon_{b1}}{h_2}$ определяется высота второго участка h_2:

$$h_2=\frac{\varepsilon_{b1}x}{\varepsilon_{b2}}=\frac{\varepsilon_{b1}}{\chi}. \qquad (5)$$

Соответственно, высота первого участка h_1:

$$h_1=x-h_2=\frac{\varepsilon_{b2}-\varepsilon_{b1}}{\chi}. \qquad (6)$$

Выразим напряжения в арматуре сжатой и растянутой зоны через деформации:

$$\sigma'_{sj}=\varepsilon'_{sj}E_{s'}\sigma_{si}=\varepsilon_{si}E_s \qquad (7)$$

где E_s — модуль деформаций арматуры; деформации арматуры определяются из соотношения $\frac{\varepsilon_{b2}}{x}=\frac{\varepsilon'_{sj}}{z_{sj}}$, где $z_{sj}=x-a'_j$ (a'_j — расстояние от центра тяжести *j*-й арматуры до крайнего волокна сжатой зоны бетона). Деформации арматуры в растянутой зоне определяются из соотношения $\frac{\varepsilon_{s2}}{h_0-x}=\frac{\varepsilon_{si}}{z_{si}}$, где $\varepsilon_{s2}=\varepsilon_{s1}$;

$z_{si} = h - x - a_i$ (a_i — расстояние от центра тяжести *i*-й арматуры до крайнего волокна растянутой зоны):

$$\varepsilon'_{sj} = \varepsilon_{b2} - \chi a'_j;\ \varepsilon_{si} = h\chi - \varepsilon_{b2} - a_i\ \chi. \qquad (8)$$

Выразим напряжения в стержнях арматуры в уравнении (2) через деформации с учетом механических свойств арматуры. Для арматуры с физической площадкой текучести:

если $\varepsilon^{/}_{sj} \triangleleft \varepsilon_{s0}$ и $\varepsilon_{si} < \varepsilon_{s0}$, где $\varepsilon_{s0} = R_s / E_s$, то напряжения вычисляются по линейной зависимости:

$$\sigma^{/}_{sj} = \varepsilon^{/}_{sj} E_s,\ \sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_s; \qquad (9)$$

если $\varepsilon_{s0} \le \varepsilon^{/}_{sj} \le \varepsilon_{s2}$ и $\varepsilon_{s0} \le \varepsilon_{si} \le \varepsilon_{s2}$ ($\varepsilon_{s2} = 0.025$), то:

$$\sigma^{/}_{sj} = R_s \text{ и } \sigma_{si} = R_s. \qquad (10)$$

С учетом формул (4) – (6) уравнение (2) в окончательном виде запишется:

$$\frac{R_b b}{2\chi}(2\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b1}) + \sum_{j=1}^{k} \sigma^{/}_{sj} A'_{sj} - \sum \sigma_{si} A_{si} = 0, \qquad (11)$$

где напряжения в арматуре $\sigma^{/}_{sj}$ и σ_{si} вычисляются по формуле (9) или принимают значения согласно (10), в зависимости от величин деформаций, определяемых по формуле (8).

Уравнение проекций внутренних усилий на горизонтальную ось (11) в левой части включает три слагаемых, которые выражены через деформации. Первые два слагаемых определяют усилия в бетоне и арматуре сжатой зоны и принимаются с положительным знаком, третье слагаемое составляет усилие в растянутой зоне (сопротивление растянутой зоны бетона допускается не учитывать, за исключением железобетонных конструкций, в которых не допускается образование трещин) и принимается с отрицательным знаком. Очевидно, равновесие внутренних усилий будет обеспечено, если положительная сумма слагаемых будет по абсолютной величине равна отрицательному слагаемому.

Проверка уравнения равновесия (11) выполняется методом последовательных приближений (методом итераций). На первом приближении в формуле (4) принимаются предельные значения деформаций: $\varepsilon^{(1)}_{bn} = \varepsilon_{b2}$; $\varepsilon^{(1)}_{s} = \varepsilon_{s2}$, а напряжения в бетоне $\sigma_b = R_b$ и арматуре $\sigma_s = R_s$, в соответствии с диаграммами, — в пластической зоне (значения параметров на диаграммах представлены в нормах на проектирование). В формуле (11) напряжения и деформации при сжатии принимаются со знаком «плюс», а при растяжении — со знаком «минус». По результатам вычисления могут возникнуть два случая:

1 — левая часть уравнения (11) больше нуля, что свидетельствует о недостаточности армирования сечения;

2 — левая часть уравнений (11) меньше нуля, что означает переармированное сечение.

При возникновении первого случая необходимо выполнить следующие операции:

– во втором приближении уменьшить деформации первого приближения $\varepsilon^{(1)}_{bn}$ и определить новую величину деформации $\varepsilon^{(2)}_{bn}$:

$$\varepsilon^{(2)}_{bn} = \varepsilon^{(1)}_{bn} - \Delta\varepsilon^{(1)}_{b}, \qquad (12)$$

принимая $\Delta\varepsilon^{(1)}_{b} = 0.1\,\varepsilon^{(1)}_{bn}$ (увеличивается угол наклона прямой линии деформаций к горизонтальной оси, уменьшается высота сжатой зоны при постоянных значениях ε_{s2});

– проверить уравнение равновесия (11) и, если левая часть уравнения вновь меньше нуля, то деформацию на втором цикле итераций $\varepsilon^{(2)}_{bn}$ следует еще раз уменьшить на величину $\Delta\varepsilon^{(2)}_{b} = \Delta\varepsilon^{(1)}_{b}$;

– последовательное уменьшение деформаций по формуле (12) выполняется до тех пор, пока левая часть уравнения не изменит знак.

После изменения знака уравнения равновесия (11) оценивается точность решения. Точность решения считается достаточной при значении:

$$\Delta\varepsilon^{(k)}_{b} \le 0.01\varepsilon^{(1)}_{bn}. \qquad (13)$$

Если на цикле приближения (*l –1*) знак изменился, и условие (13) не выполняется, то деформации в (*l*) приближении увеличиваются:

$$\Delta\varepsilon^{(k)}_{b} = \varepsilon^{(i-1)}_{b} + \Delta\varepsilon^{(l)}_{b} \qquad (14)$$

при постоянных значениях деформаций на крайнем волокне сжатой зоны бетона $\varepsilon_{b2} = 0{,}0035$.

Вычисления выполняются до тех пор, пока не будет достигнута достаточная (заданная) точность выполнения условия (13).

При реализации второго случая, т. е. когда левая часть уравнения оказалась меньше нуля, алгоритм проверки уравнения равновесия (11) выполняется в той же последовательности. Однако деформации в арматуре, наиболее удаленной от нейтральной оси, принятые в первом приближении $\varepsilon^{(1)}_{s1} = \varepsilon_{s2} = 0.025$, уменьшаются на втором цикле итераций на величину приращения:

$$\varepsilon^{(2)}_{s1} = \varepsilon^{(1)}_{s1} - \Delta\varepsilon^{(1)}_{s} \qquad (15)$$

при постоянных значениях деформаций на крайнем волокне сжатой зоны бетона $\varepsilon_{b2} = 0{,}0035$.

Вычисления выполняются до тех пор, пока не будет достигнута достаточная (заданная) точность выполнения условия (13) по $\Delta\varepsilon^{(k)}_{s}$.

Условие прочности сечений железобетонных изгибаемых элементов записывается в виде: $M \le M_{ult}$, где M — изгибающий момент от внешних нагрузок; M_{ult} — предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением элемента. Значения M_{ult} для элементов прямоугольного сечения определяются относительно фиксированной нулевой линии.

Расстояния усилий до нейтральной оси составляют:

– для усилий в арматуре N_{si} и $N^{/}_{sj}$ соответственно:

$$z_{si} = \frac{\varepsilon_{b2} - a_i\chi}{\chi}; \quad z'_{sj} = \frac{\chi h_0 - \varepsilon_{b2} - a'_j\chi}{\chi}; \qquad (16)$$

– для усилий в бетоне N_{b1} и N_{b2} соответственно:

$$z_{b1} = \frac{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{b1}}{2\chi}; \quad z_{b2} = \frac{2\varepsilon_{b1}}{3\chi}. \qquad (17)$$

С учетом зависимостей (3) – (8) уравнение для вычисления предельного изгибающего момента примет окончательный вид:

$$M_{ult} = \frac{R_b b}{\chi^2 6}(3\varepsilon_{b2}^2 - \varepsilon_{b1}^2) + \sum_{j=1}^{k} \sigma'_{sj} A'_{sj} z_{sj} + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{si} A_s z_{si}. \qquad (18)$$

В процессе последовательного приближения изменяется угол наклона эпюры деформаций и координаты нулевой линии, поэтому при определении изгибающего момента M_{ult} используют величины $\varepsilon_{bu} = \varepsilon_{bn}^{(\kappa)}$; $\varepsilon_s = \varepsilon_{sn}^{(\kappa)}$; $\chi^{(\kappa)}$, полученные на последних циклах итераций.

Выполним сравнительный анализ значений параметров итерационного процесса и предельного момента, полученных расчетом по предложенной методике нелинейной деформационной модели с применением двухлинейной диаграммы деформирования бетона на сжатие и по методу предельного состояния в соответствии с рекомендациями СНиП 2.03.01-84 «Бетонные и железобетонные конструкции». Объектом исследований являются железобетонный изгибаемый по балочной схеме образец прямоугольного сечения высотой h = 18 см, шириной b = 12 см. Арматура класса А400, диаметр 10 мм ($A_s = A'_s = 1{,}57$ см^2). По результатам испытаний стандартных образцов определены механические характеристики бетона и арматуры: σ_t = 522 МПа — предел текучести стали; R_b = 30.6 МПа — прочность бетона на сжатие; $E_b \cdot 10^{-4}$ = 3,07 МПа — модуль деформации бетона.

Процедура последовательного приближения при проверке уравнения равновесия выполнялась в табличной форме в программе Microsoft Excel. Параметры деформирования железобетонного сечения после проверки уравнения равновесия (11) и вычисления M_{ult} — по формуле (18); f, прогиба в середине пролета балочных конструкций, — по формулам строительной механики представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры расчета по двум методикам

Метод расчета	ε_b, 10^{-5}	χ, 10^{-5}	x, см	ε_s, 10^{-5}	ε'_s 10^{-5}	M_{ult} кН м	f, мм
Деформационная модель	315	176	1.79	2500	37	7.4	73
Предельное состояние	21.2	16.26	1.3	239	11.9	7.37	6,7

Из сравнительного анализа следует: предельные значения изгибающих моментов, полученные с использованием двухлинейных диаграмм по формуле (18) и по СНиП 2.03.01-84 «Бетонные и железобетонные конструкции», отличаются незначительно. Однако кривизна и, соответственно, прогибы в середине пролета, вычисленные по деформационной модели, на порядок больше, чем по СНиП.

Заключение

1. В расчетах на прочность по деформационной модели с использованием для бетона и арматуры упругопластических диаграмм деформирования напряжения и усилия в сечении выражаются через деформации. Предложен алгоритм проверки уравнения равновесия, и описано разрешающее уравнение для предельного момента, который может воспринять регулярное сечение изгибаемого железобетонного элемента непосредственно перед разрушением.

2. Деформационная модель, с учетом больших деформаций, может применяться в расчетах статически определимых конструкций при воздействиях запредельных нагрузок природного и техногенного характера, сохраняя их ограниченную работоспособность. Для использования кусочно-линейных диаграмм в практических расчетах статически неопределимых систем с учетом перераспределения внутренних усилий необходимо ограничить в нормах предельные и граничные значения деформаций в диаграммах деформирования бетона на осевое сжатие и арматуры — на осевое растяжение. За эталон рекомендуется принять результаты расчета по традиционному методу предельных состояний (СНиП 2.03.01-84 «Бетонные и железобетонные конструкции»), который за длительную историю применения в практике проектирования показал свою высокую надежность и работоспособность.

Литература

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М.: Минрегион России, 2013. 175 с.

2. ENV 1992 II: Eurocod 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General rules and Rules for Building. European Prestandart. Iune, 1992. P. 598-755.

3. Акимов П.А. О развитии дискретно-континуального подхода к численному моделированию состояния несущих систем высотных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С 16-20.

4. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.

5. Мурашкин Г.В., Мордовский С.С. Применение диаграмм деформирования для расчета несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов // Жилищное строительство. 2013. № 3. С. 38-40.

6. Травуш В.И., Колчунов В.И., Клюева Н.В. Некоторые направления развития теории живучести конструктивных

систем зданий и сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 4-11.

7. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона: моногр. М.: АСВ. 2004. 472 с.

8. Karpenko N.I., EryshevV.A., Latysheva E.V. Stress-strain Diagrams of Concrete Under Repeated Loads with Com-pressive Stresses // Procedia Engineering. 2015. Vol. 111. P. 371-377.

9. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Петров А.Н., Палювина С.Н. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. 156 с.

10. Федоров В.С., Шавыкина М.В., Юсупова Е.В. Прогибы железобетонных конструкций в предельном состоянии // Строительство и реконструкция. 2017. № 4 (72). С. 80-85.

11. Ерышев В.А. Методика расчета деформаций бетона при сложных режимах нагружения: моногр. Тольятти: ТГУ, 2014. С. 130.

12. Shah S.P., Jehu R. Strain rate effects an mode crack propagation in Concrete // Fract. Toughness and Fract. Energy: Coner. Proc. Conf. Lensaune. Oct. 1-3. 1985. Amsterdam e. a., 1986. P. 453-465.

13. Jeng Y., Shah S.P. Two berameter fracture model for concrete // J. Eng. Mech. 1985. № 10. P. 1227-1241.

14. Hillerborg A. Analisys of one single crack. Raport to RILLEM. TI. 50-FMC. 1981. 21 p.

15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack Baut theczy for fracture of Concrete // Marer. Et. Conctr. 1983. Vol. 93. P. 155-177.

References

1. SP 63.13330.2012. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Updated version of SNiP 52-01-2003. M.: Minregion Rossii, 2013. 175 p.

2. ENV 1992-I-I: Eurocod 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General rules and Rules for Building. European Prestandart. Iune, 1992. P. 598-755.

3. Akimov P.A. On the development of a discrete-continual approach to numerical simulation of the state of load-bearing systems of high-rise buildings // Industrial and Civil Engineering («PGS»). 2015. № 3. P. 16-20.

4. Karpenko N.I. General models of the mechanics of reinforced concrete. M.: Stroiizdat, 1996. 416 p.

5. Murashkin G.V., Mordovskii S.S. The application of the deformation diagrams for the calculation of the bearing capacity of eccentrically compressed concrete elements // Zhilishchnoe stroitel'stvo. 2013. № 3. P. 38-40.

6. Travush V.I., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. Some directions of development of the theory of survivability of structural systems of buildings and structures // Industrial and Civil Engineering («PGS»). 2015. № 3. P. 4-11.

7. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Estimated models of power resistance of reinforced concrete: monogr. M.: ASV. 2004. 472 p.

8. Karpenko N.I., EryshevV.A., Latysheva E.V. Stress-strain Diagrams of Concrete Under Repeated Loads with Com-pressive Stresses // Procedia Engineering. 2015. Vol. 111. P. 371-377.

9. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Petrov A.N., Palyuvina S.N. Model of deformation of reinforced concrete in increments and calculation of beams-walls and bent plates with cracks. Petrozavodsk: Izd-vo PetrGU, 2013. 156 p.

10. Fedorov V.S., Shavykina M.V., Yusupova E.V. Deflections of concrete structures in the ultimate state // Building and reconstruction. 2017. № 4 (72). P. 80-85.

11. Eryshev V.A. The method of calculation of deformation of concrete under complex loading regimes: monogr. Tol'yatti: TGU, 2014. P. 130.

12. Shah S.P., Jehu R. Strain rate effects an mode crack propagation in Concrete // Fract. Toughness and Fract. Energy: Coner. Proc. Conf. Lensaune. Oct. 1-3. 1985. Amsterdam e. a., 1986. P. 453-465.

13. Jeng Y., Shah S.P. Two berameter fracture model for concrete // J. Eng. Mech. 1985. № 10. P. 1227-1241.

14. Hillerborg A. Analisys of one single crack. Raport to RILLEM. TI. 50-FMC. 1981. 21 p.

15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack Baut theczy for fracture of Concrete // Marer. Et. Conctr. 1983. Vol. 93. P. 155-177.