of distributed generators // Scientific Bulletin of NSTU. 2016. T. 63, № 2. P. 7-22.

17. Bulatov Yu. N., Kryukov A.V. Optimization of automatic regulator settings of the distributed generation plants on the basis of genetic algorithm // 2016 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). IEEE Conference Publications. 2016. P. 1-6.

18. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Application of genetic algorithms for setting adjustment controllers of distributed generation plants // Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii. 2016. № 2. P. 30-45.

19. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Intelligent tuning of distributed generators regulators // Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii. 2017. № 3 (7). P. 122-135.

20. The instrument of simulation modeling AnyLogic [Elektronnyi resurs] // AnyLogic: sait. URL. http://www.anylogic.ru/ (data obrashcheniya: 08.01.2018).

УДК 681.5 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-1-65-71

Декомпозиция передаточной функции в цепную дробь для заданных параметров

Ю.Н. Алпатов[a], Л.В. Веревкин[b]

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
[a]iipm@brstu.ru, [b]leo_proxy@mail.ru
[a]https://orcid.org/0000-0003-4942-3349, [b] https://orcid.org/0000-0002-9581-6306
Статья поступила 30.01.2018, принята 5.02.2018

Производственный процесс может быть описан математической моделью, а параметры производства возможно представить в виде передаточных функций. Полученные постоянные времени могут иметь большие величины, что будет свидетельствовать о вялотекущем процессе производства. В примере, приведенном в статье, постоянная времени для звена $W_1(S)$ равна 24 472,22 ч, для звена $W_2(S)$ — 44 313,72 ч. Управление таким процессом вызывает большие трудности. Для управления процессом производства необходимо, чтобы постоянные времени были в допустимых пределах $T \le 1$ ч. Авторами статьи предложен метод разложения передаточной функции с большими постоянными времени на две составляющие: передаточную функцию с необходимыми постоянными времени ($T \le 1$) и оставшуюся передаточную функцию. Разложение исходной передаточной функции было реализовано для трех видов соединений: последовательного, параллельного и соединения звеньев с обратной связью. С помощью данного метода построена структурная схема, эквивалентная исходной, получена постоянная времени в допустимых пределах, а также осуществлено преобразование неустойчивого звена в устойчивое при помощи соединения звеньев с обратной связью. Произведены проверка и моделирование исходной и полученной системы.

Ключевые слова: постоянная времени; передаточная функция; структурная схема; цепная дробь.

Decomposition of the transfer function into a continued fraction for specified parameters

Yu.N. Alpatov[a], L.V. Verevkin[b]

Bratsk State University; 40 Makarenko St., Bratsk, Russia
[a]iipm@brstu.ru, [b]leo_proxy@mail.ru
[a]https://orcid.org/0000-0003-4942-3349, [b]https://orcid.org/0000-0002-9581-6306
Received 30.01.2018, accepted 5.02.2018

The manufacturing process can be described by a mathematical model. Production parameters can be represented in the form of transfer functions. The obtained time constants can have large values, which indicates a slow production process. In this case time constant for a link of $W_1(S)$ is equal to 24 472,22 hours, for $W_2(S)$ 44 313,72 hours respectively. Management of such process causes great difficulties. To control the production process, it is necessary that the time constants are within the permissible limits $T \le 1$ h. In the considered article the method of decomposition of transfer function with big time constants for two components is offered: transfer function with necessary constants of time ($T \le 1$) and the remained transfer function. Decomposition of initial transfer function has been realized for three types of connections: consecutive, parallel and connections of links with feedback. Using this method, a structured scheme equivalent to the original one is constructed, a time constant is obtained within the permissible limits, and the unstable link is transformed into a stable one by connecting the links with feedback. The verification and modeling of the initial and received system have been made.

Key words: time constant; transfer function; structural scheme; continued fraction.

Введение

Процесс производства описывается математической моделью. Математическая модель представляется в виде передаточных функций отдельных компонентов процесса, представляющих дробно-рациональные передаточные функции. Постоянные времени позволяют опередить момент, когда необходимо внести управляющее воздействие [1; 2]. Декомпозиция передаточных функций на звенья 1-го порядка позволяет оценить устойчивость технологического процесса и внести определенную коррекцию процесса.

Пусть задана передаточная функция системы управления:

$$W(S)=\frac{1.294\cdot 10^{15}\cdot S^2-6.434\cdot 10^7\cdot S+3.813}{7.450\cdot 10^{15}\cdot S^2+5.577\cdot 10^6\cdot S-1}. \qquad (1)$$

Данную функцию возможно представить в виде цепной дроби [3–6]:

$$w(S)=\cfrac{1}{5.754+\cfrac{1}{3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039+\cfrac{1}{7.976\cdot 10^7\cdot S-4.869}}}. \qquad (2)$$

Структурная схема цепной дроби представлена на рис. 1. Цепная дробь (2) включает в себя два апериодических звена под номерами 2 и 3.

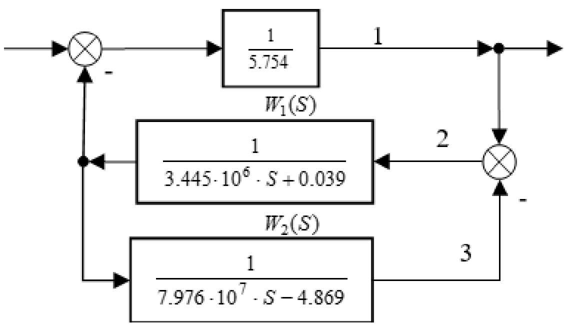

Рис. 1. Структурная схема функции *W*(*S*)

Устойчивость звеньев. Данные звенья должны удовлетворять условию устойчивости. Необходимое условие устойчивости — все коэффициенты характеристического уравнения положительны; достаточное условие устойчивости системы — все определители, составленные из коэффициентов характеристического уравнения, положительны. Если хотя бы один из определителей равен 0 — система находится на границе устойчивости. Если какой-либо из определителей меньше 0 — система неустойчива.

Для систем 1-го и 2-го порядков необходимое условие устойчивости является и достаточным условием устойчивости, поскольку в этом случае при положительных коэффициентах характеристического уравнения все его корни являются отрицательными [7–10].

Проверим устойчивость звена $W_1(S)$:

$$W_1(S)=\frac{1}{3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039}.$$

Характеристическое уравнение:

$$3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039=0.$$

Так как все коэффициенты характеристического уравнения положительны, данное звено устойчиво.

Проверим устойчивость звена $W_2(S)$:

$$W_2(S)=\frac{1}{7.976\cdot 10^7\cdot S-4.869}.$$

Характеристическое уравнение:

$$7.976\cdot 10^7\cdot S-4.869=0.$$

Так как имеется отрицательный коэффициент характеристического уравнения, данное звено неустойчиво.

Следует стремиться избегать таких звеньев в структуре системы. Этого можно достигнуть с помощью следующего преобразования:

$$W(S)=\frac{C}{aS-b}=\frac{C}{(aS+d)-(b+d)}=\cfrac{1}{\cfrac{aS+d}{C}-\cfrac{b+d}{C}}, \qquad (3)$$

где $d=0.5$.

Реализация выражения (3) может быть осуществлена с помощью структурной схемы, представленной на рис. 2.

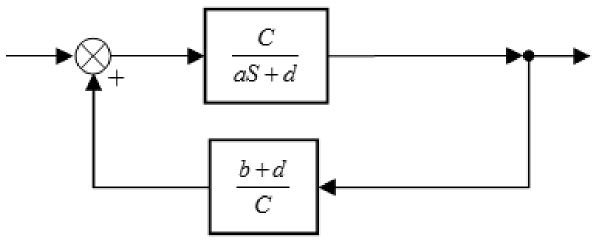

Рис. 2. Структурная схема, реализующая звено (3)

Таким образом, структурная схема системы с преобразованным звеном $W_2(S)$ изображена на рис. 3.

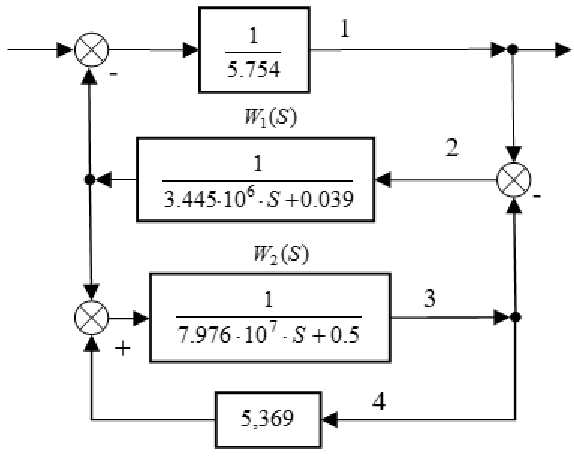

Рис. 3. Преобразованная структурная схема функции *W*(*S*)

Определение постоянной времени. После преобразования полученные звенья устойчивы, вычислим постоянные времени для $W_1(S)$ и $W_2(S)$:

$$W_1(S)=\frac{1}{3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039}.$$

Характеристическое уравнение:

$$3.445 \cdot 10^6 \cdot S + 0.039 = 0$$

$$S_1 = \frac{-0.039}{3.445 \cdot 10^6} = -1.135 \cdot 10^{-8}$$

$T_1 = -\frac{1}{S} = \frac{-1}{-1.135 \cdot 10^{-8}} = 8.803 \cdot 10^7$ секунд = 24 454,35 часа.

Аналогичные вычисления произведем для звена под номером 3:

$$W_2(S) = \frac{1}{7.976 \cdot 10^7 \cdot S + 0.5}.$$

Характеристическое уравнение:

$$7.976 \cdot 10^7 \cdot S + 0.5 = 0$$

$$S_2 = \frac{-0.5}{7.976 \cdot 10^7} = 6.268 \cdot 10^{-9}$$

$T_2 = -\frac{1}{S} = \frac{-1}{6.268 \cdot 10^{-9}} = 1.595 \cdot 10^8$ секунд 44 313,72 часа.

Полученные постоянные времени имеют большие величины, что усложняет процесс контроля. Для наиболее эффективного управления процессом производства необходимо, чтобы постоянные времени были в пределах одного часа.

Необходимо построить звенья, эквивалентные исходному звену, при условии, что одно из звеньев будет иметь постоянную времени, равную 30 мин (1 800 с).

В системах управления встречаются три вида соединений звеньев: последовательное, параллельное и соединение по схеме с обратной связью [11–15].

Вычисление постоянной времени при последовательном соединении звеньев. Последовательное соединение звеньев изображено на рис. 4.

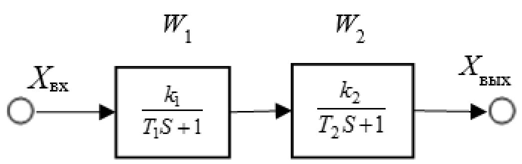

Рис. 4. Последовательное соединение звеньев

Известна передаточная функция последовательного соединения звеньев (4), также известен вид результирующей передаточной функции (5). Исходя из этого, получим выражение (6):

$$\sum W = W_1 W_2\,; \tag{4}$$

$$\sum W = \frac{1}{TS+1}\,; \tag{5}$$

$$\sum W = \frac{k_1}{T_1S+1} \cdot \frac{k_2}{T_2S+1} = \frac{k_1 \cdot k_2}{T_1T_2S^2 + (T_1+T_2)S + 1}. \tag{6}$$

Задаем первое звено: $W_1 = \frac{k_1}{TS+1}$.

Находим второе звено:

$$W_2 = \frac{\sum W}{W_1} = \frac{\frac{1}{TS+1}}{\frac{k_1}{T_1S+1}} = \frac{1}{TS+1} \cdot \frac{T_1S+1}{k_1} = \frac{T_1S+1}{(TS+1)k_1}\,;$$

$$W_2 = \frac{T_1S+1}{(TS+1)k_1}.$$

Произведем проверку вычислений:

$$\sum W = \frac{k_1}{TS+1} \cdot \frac{T_1S+1}{(TS+1)k_1} = \frac{1}{TS+1}.$$

Звено $W_1 = \frac{1}{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1}$, что соответствует постоянной времени, равной 30 мин.

Уточним звено W_2 для функций $W_1(S)$ и $W_2(S)$.

Для $W_1(S)$:

$$W_2 = \frac{\sum W}{W_1} = \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1}{3.445 \cdot 10^6 \cdot S + 0.039}.$$

Для $W_2(S)$:

$$W_2 = \frac{\sum W}{W_1} = \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1}{7.976 \cdot 10^7 \cdot S + 0.5}.$$

Построим модели в Simulink (рис. 5, 6) и проведем моделирование (рис. 7, 8).

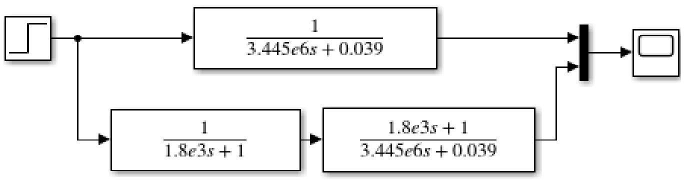

Рис. 5. Модель звена $W_1(S)$, построенная в Simulink

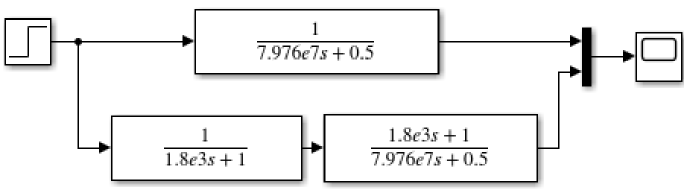

Рис. 6. Модель звена $W_2(S)$, построенная в Simulink

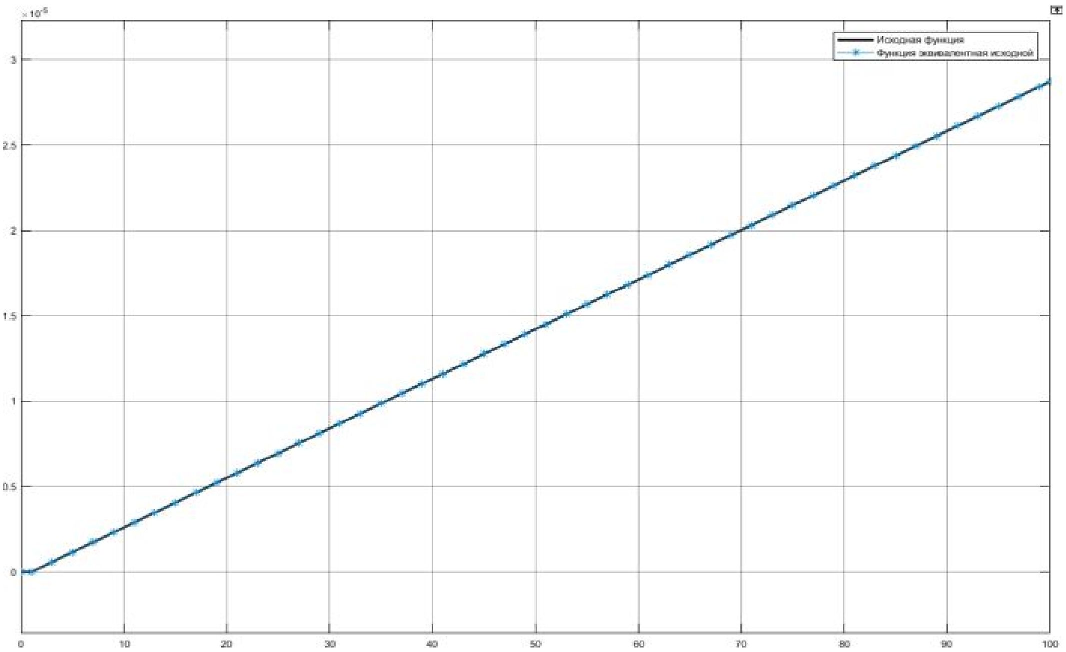

Рис. 7. График выходной величины исходной и эквивалентной функции для звена $W_1(S)$

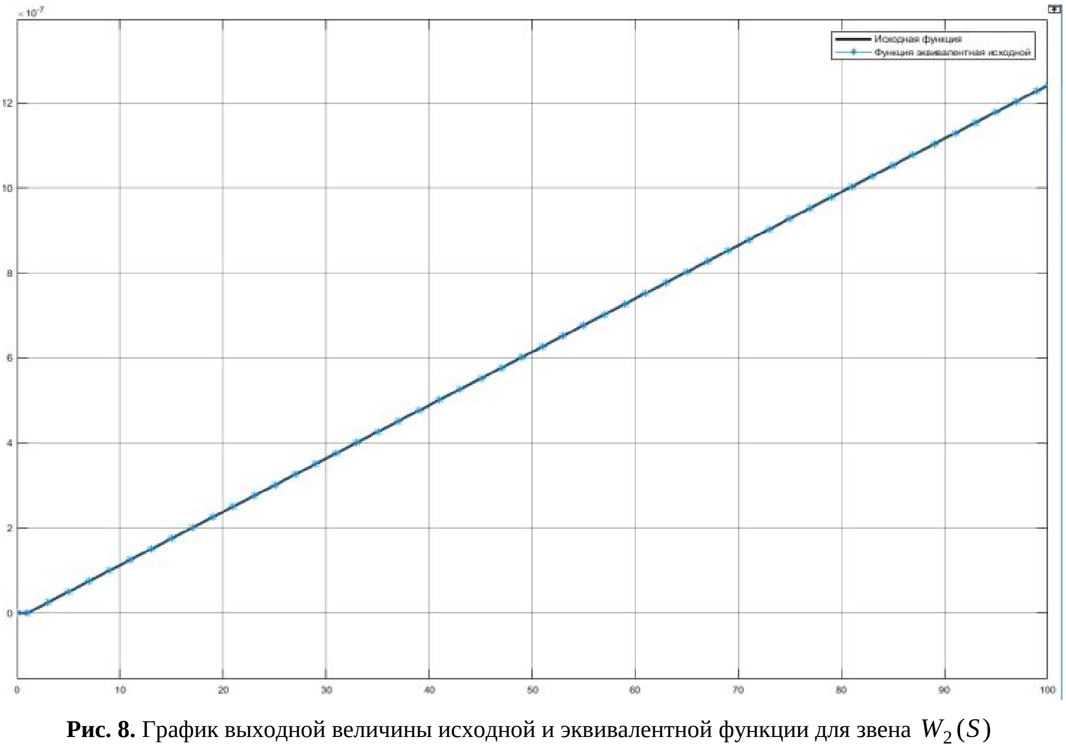

Рис. 8. График выходной величины исходной и эквивалентной функции для звена $W_2(S)$

Вычисление постоянной времени при параллельном соединении звеньев. Параллельное соединение звеньев изображено на рис. 9.

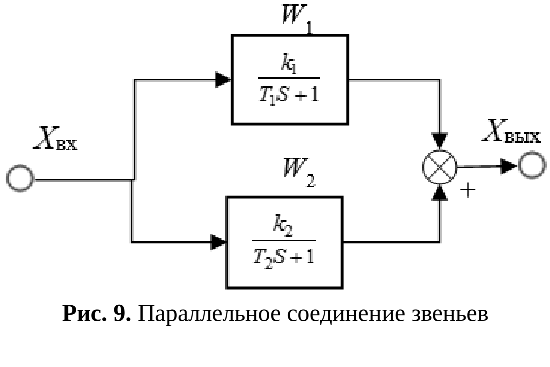

Рис. 9. Параллельное соединение звеньев

Известна передаточная функция параллельного соединения звеньев (7), также известен вид результирующей передаточной функции (5). Исходя из этого, получим выражение (8):

$$\sum W = W_1 + W_2; \tag{7}$$

$$\sum W = \frac{k_1}{T_1S+1} + \frac{k_2}{T_2S+1} = \frac{k_1 \cdot (T_2S+1) + k_2 \cdot (T_1S+1)}{(T_1S+1)\cdot(T_2S+1)}. \tag{8}$$

Задаем первое звено: $W_1 = \frac{k_1}{TS+1}$.

Находим второе звено:

$$W_2 = \sum W - W_1 = \frac{1}{TS+1} - \frac{k_1}{T_1S+1} = \frac{T_1S+1-k_1(TS+1)}{(TS+1)(T_1S+1)}.$$

Произведем проверку вычислений:

$$\sum W = W_1 + W_2 = \frac{k_1}{T_1S+1} + \frac{T_1S+1-k_1(TS+1)}{(TS+1)(T_1S+1)} =$$

$$= \frac{k_1(TS+1)+T_1S+1-k_1(TS+1)}{(TS+1)(T_1S+1)} = \frac{1}{(TS+1)}$$

Уточним звено W_2 для функций $W_1(S)$ и $\mathrm{W}_2(\mathrm{S})$.

Для $W_1(S)$:

$$W_2 = \frac{1}{3.445 \cdot 10^6 \cdot S + 0.039} - \frac{1}{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1}$$

$$= \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1 - 3.445 \cdot 10^6 \cdot S - 0.039}{(3.445 \cdot 10^6 \cdot S + 0.039)(1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1)} =$$

$$= \frac{-3443200 \cdot S + 0.961}{6201000000 \cdot S^2 + 3445070.8 \cdot S + 0.039}$$

Для $W_2(S)$:

$$W_2 = \frac{1}{7.976 \cdot 10^7 \cdot S + 0.5} - \frac{1}{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1}$$

$$= \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1 - 7.976 \cdot 10^7 \cdot S - 0.5}{(7.976 \cdot 10^7 \cdot S + 0.5)(1.8 \cdot 10^3 \cdot S + 1)} =$$

$$= \frac{-79758200 \cdot S + 0.5}{143568000000 \cdot S^2 + 79760900 \cdot S + 0.5}$$

Построим модели в Simulink (рис. 10, 11) и проведем моделирование (рис. 12, 13).

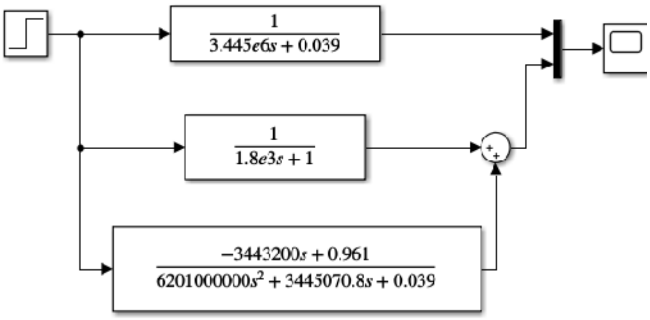

Рис. 10. Модель, построенная в Simulink

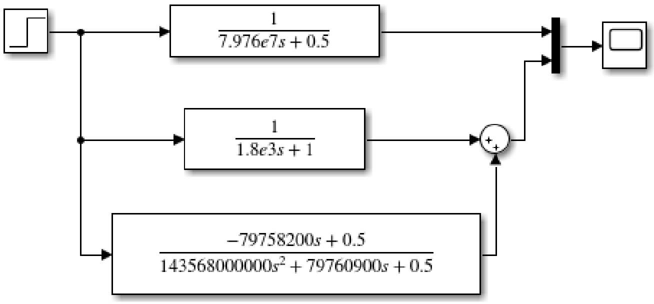

Рис. 11. Модель, построенная в Simulink

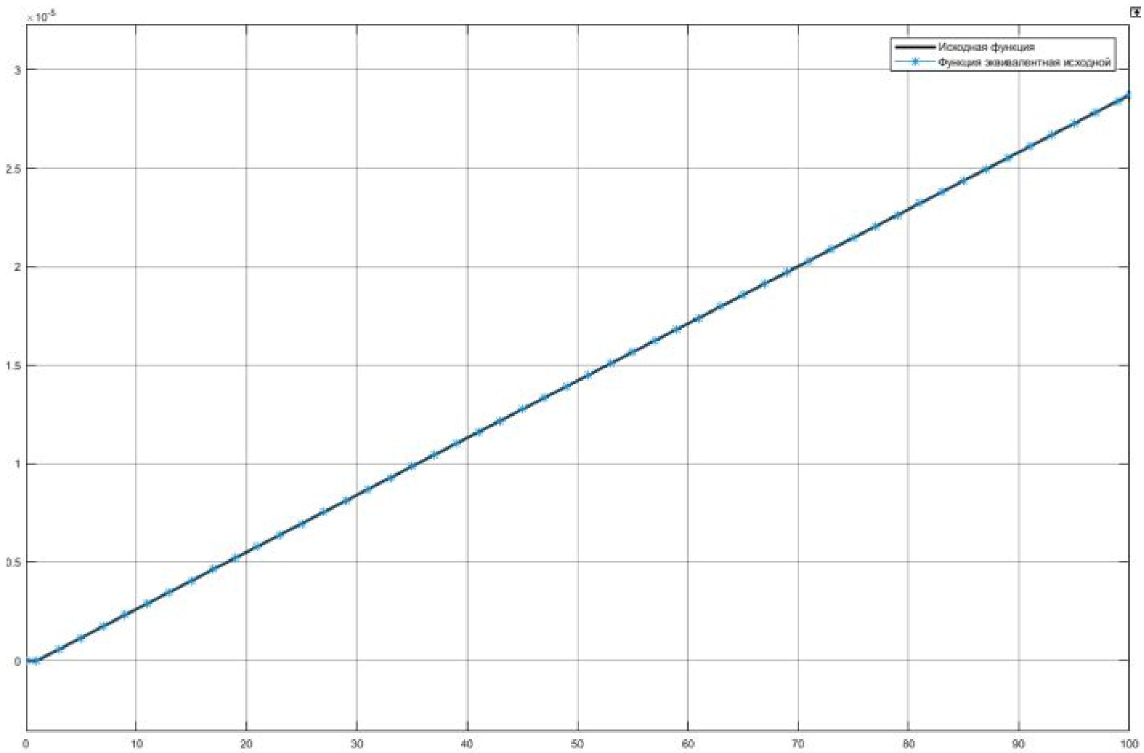

Рис. 12. График выходной величины исходной и эквивалентной функции для звена $W_1(S)$

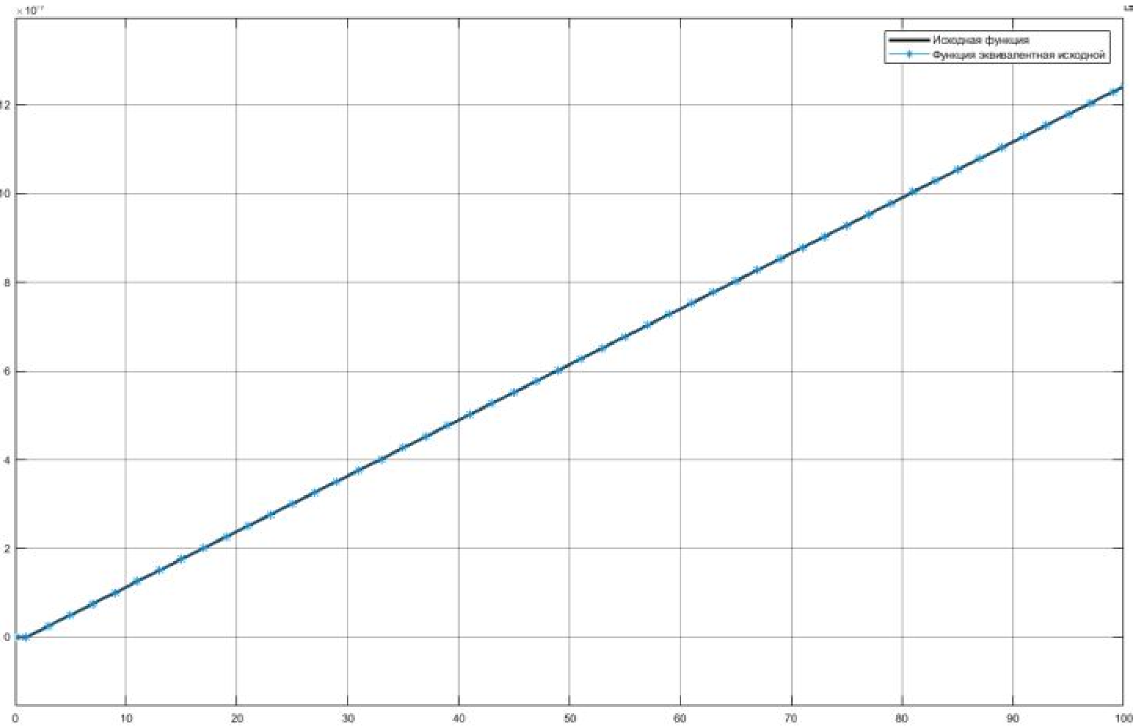

Рис. 13. График выходной величины исходной и эквивалентной функции для звена $W_2(S)$

Вычисление постоянных времени при соединении звеньев с помощью обратной связи. Соединение звеньев с обратной связью (рис. 14) характеризуется тем, что выходной сигнал звена подается на его вход.

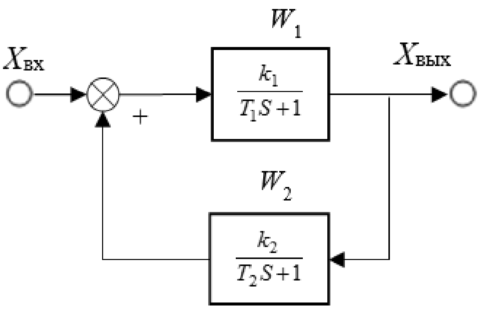

Рис. 14. Соединение звеньев с обратной связью

Известна передаточная функция соединения звеньев с обратной связью (9), также известен вид результирующей передаточной функции (5). Исходя из этого, получим выражение (10):

$$\sum W = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2}; \qquad (9)$$

$$\sum W = \frac{\dfrac{k_1}{T_1S+1}}{1 - \dfrac{k_1 \cdot k_2}{T_1T_2S^2 + (T_1+T_2)S + 1}}. \qquad (10)$$

Задаем первое звено: $W_1 = \dfrac{k_1}{TS+1}$.

Находим второе звено:

$$W_1 = \sum W - \sum W W_1 W_2;$$

$$\sum W - W_1 = W_1 W_2 \sum W;$$

$$W_2 = \frac{\sum W - W_1}{W_1 \sum W};$$

$$W_2 = \frac{\dfrac{1}{TS+1} - \dfrac{k_1}{T_1S+1}}{\dfrac{k_1}{T_1S+1} \cdot \dfrac{1}{TS+1}} = \frac{(T_1S+1) - k_1(TS+1)}{k_1}.$$

Произведем проверку вычислений:

$$\sum W = \frac{\dfrac{k_1}{T_1S+1}}{1 - \dfrac{k_1}{T_1S+1}\left(\dfrac{(TS+1) - k_1(TS+1)}{k_1}\right)} =$$

$$= \frac{\dfrac{k_1}{T_1S+1}}{\dfrac{(T_1S+1) - (T_1S+1) - k(TS+1)}{(T_1S+1)}} = -\frac{1}{TS+1}$$

Уточним звено W_2 для функций $W_1(S)$ и $W_2(S)$. Для $W_1(S)$:

$$W_2 = \frac{\frac{1}{3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039} - \frac{1}{1.8\cdot 10^3\cdot S+1}}{\frac{1}{1.8\cdot 10^3\cdot S+1}\cdot\frac{1}{3.445\cdot 10^6\cdot S+0.039}} =$$

$$= \frac{1.8\cdot 10^3\cdot S+1-3.445\cdot 10^6\cdot S-0.039}{1} =$$

$$= -34432000\cdot S+0.961$$

Для $W_2(S)$:

$$W_2 = \frac{\frac{1}{7.976\cdot 10^7\cdot S+0.5} - \frac{1}{1.8\cdot 10^3\cdot S+1}}{\frac{1}{1.8\cdot 10^3\cdot S+1}\cdot\frac{1}{7.976\cdot 10^7\cdot S+0.5}} =$$

$$= \frac{1.8\cdot 10^3\cdot S+1-7.976\cdot 10^7\cdot S-0.5}{1} =$$

$$= -79758200\cdot S+0.5$$

В физически реализуемых системах порядок полинома числителя передаточной функции m не может превышать порядка полинома ее знаменателя n, т. е. $m \le n$.

Выводы

В статье рассмотрено построение передаточных функций для заданных параметров при последовательном, параллельном соединении и соединении с обратной связью. Найдены значения звеньев W_2. Выполнено преобразование неустойчивого звена в устойчивое. Произведено моделирование в среде Simulink.

Литература

1. Алпатов Ю.Н. Синтез систем управления методом структурных графов: моногр. Иркутск: ИГУ, 1988. 184 с.
2. Алпатов Ю.Н. Структурно-параметрический синтез многосвязных систем управления: моногр. Братск: БрГУ, 2017. 287 с.
3. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. М.: Мир, 1973. 368 с.
4. Хинчин Д.Я. Цепные дроби. М.: Наука, 1978. 112 с.
5. Wall H.S. Analytic Theory of Continued Fractions. D. Van Nostrand Company, Inc., 1948. 348 p.
6. Парфинов И.И. Цепные дроби – ожерелье мехатроники. М.: КомКнига, 2007. 120 с.
7. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости: моногр. М.: Наука, 1967. 223 с.
8. Чернецкий В.И. Математическое моделирование динамических систем: моногр. Петрозаводск: ПГУ, 1996. 432 с.
9. Нелепин Р.А. Точные методы исследования нелинейных систем автоматического управления. М.: Машиностроение, 1971. 322 с.
10. Топчеев Ю.И. Нелинейные корректирующие устройства в системах автоматического управления. М.: Машиностроение, 1971. 466 с.
11. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
12. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем. М.: Энергия, 1980. 312 с.
13. Гноенский Л.С., Каменский Г.А., Эльсгольц Л.Э. Математические основы теории управляемых систем: моногр. М.: Наука, 1969. 512 с.
14. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1988. 256 с.
15. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел: моногр. М.: Мир, 1972. 332 с.

References

1. Alpatov Yu.N. Synthesis of control systems by the method of structural graphs: monogr. Irkutsk: IGU, 1988. 184 p.
2. Alpatov Yu.N. Structural and parametrical synthesis of multiply connected control systems: monogr. Bratsk: BrGU, 2017. 287 p.
3. Khovanskii A.N. Application of continued fractions and their generalizations to the issues of approximate analysis. M.: Mir, 1973. 368 p.
4. Khinchin D.Ya. Continued Fractions. M.: Nauka, 1978. 112 p.
5. Wall H.S. Analytic Theory of Continued Fractions. D. Van Nostrand Company, Inc., 1948. 348 p.
6. Parfinov I.I. Continued fractions - a necklace of mechatronics. M.: KomKniga, 2007. 120 p.
7. Barbashin E.A. Introduction to the theory of stability: monogr. M.: Nauka, 1967. 223 p.
8. Chernetskii V.I. Mathematical modeling of dynamic systems: monogr. Petrozavodsk: PGU, 1996. 432 p.
9. Nelepin R.A. The exact methods of research nonlinear automatic control systems. M.: Mashinostroenie, 1971. 322 p.
10. Topcheev Yu.I. Nonlinear correcting devices in automatic control systems. M.: Mashinostroenie, 1971. 466 p.
11. Besekerskii V.A. The theory of automatic control systems. M.: Nauka, 1975. 768 p.
12. Voronov A.A. Fundamentals of automatic control theory: Automatic control of continuous linear systems. M.: Energiya, 1980. 312 p.
13. Gnoenskii L.S., Kamenskii G.A., El'sgol'ts L.E. Mathematical bases of the theory of control systems: monogr. M.: Nauka, 1969. 512 p.
14. Popov E.P. The theory of non-linear automatic regulation and control systems. M.: Nauka, 1988. 256 p.
15. Bellert S., Voznyatski G. Analysis and synthesis of electric circuit by method of structural numbers: monogr. M.: Mir, 1972. 332 p.