УДК 630.3 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-1-116-120

Метод расчета вероятности усталостного разрушения покрытия лесовозной автомобильной дороги с позиций механики разрушения

А.В. Степанов[a], А.Н. Петров[b], А.В. Питухин[c]

Петрозаводский государственный университет, пр. Ленина 33, Петрозаводск, Республика Карелия
[a]stepanov@petrsu.ru, [b]sssn20088@yandex.ru, [c]pitukhin@petrsu.ru
[a]https://orcid.org/0000-0003-4495-6883, [b]https://orcid.org/0000-0002-5349-3916,
[c]https://orcid.org/0000-0002-2107-1129
Статья поступила 9.01.2018, принята 2.02.2018

Повышение качества дорожных покрытий лесовозных автомобильных дорог и снижение затрат на их содержание являются актуальной проблемой. Интенсивное движение лесовозных автопоездов существенно уменьшает срок службы покрытий. Одной из причин достижения предельного состояния дорожной одежды является усталостное разрушение. Это характерно прежде всего для цементобетонных и асфальтобетонных покрытий. Процесс усталостного разрушения материалов успешно описан методами линейной механики разрушения. Уравнение Пэриса, определяющее скорость роста усталостной трещины, является одним из самых распространенных. На основе уравнения Пэриса предложен метод оценки вероятности усталостного разрушения дорожного покрытия. Суммирование усталостных повреждений осуществлялось с использованием линейной и линейной корректированной гипотез. Для вероятностного описания процесса роста усталостной трещины использовался метод статистической линеаризации. Закон распределения срока службы предполагался логарифмически нормальным. Для апробации метода приведен пример расчета вероятности усталостного разрушения асфальтобетонного дорожного покрытия при интенсивном воздействии тяжелонагруженных лесовозных автопоездов. Показана адекватность предложенных моделей. Установлено, что вариации нагрузок и свойств дорожного покрытия существенно влияют на вероятность усталостного разрушения. Намечены дальнейшие пути совершенствования предложенного метода.

Ключевые слова: дорожное покрытие; усталостное разрушение; срок службы; вероятность разрушения.

Method for calculating the probability of surface fatigue failure of forest roads from the standpoint of fracture mechanics

A.V. Stepanov[a], A.N. Petrov[b], A.V. Pitukhin[c]

Petrozavodsk State University; 33, Lenin Ave., Petrozavodsk, Republic of Karelia, Russia
[a]stepanov@petrsu.ru, [b]sssn20088@yandex.ru, [c]pitukhin@petrsu.ru
[a]https://orcid.org/0000-0003-4495-6883 [b]https://orcid.org/0000-0002-5349-3916,
[c]https://orcid.org/0000-0002-2107-1129
Received 9.01.2018, accepted 2.02.2018

Improving the quality of road surfaces of logging roads and reducing the cost of their maintenance is an actual problem. The intensive traffic of timber trucks significantly reduces the service life of road surfaces. One of the reasons for reaching the limit state of a surface is fatigue destruction. This is typical for cement-concrete and asphalt-concrete coatings. The process of fatigue destruction of materials has been successfully described by the methods of linear fracture mechanics. The Paris equation, which determines the rate of growth of the fatigue crack, is one of the most common. Based on the Paris equation, a method for estimating the probability of fatigue failure of a road surface is proposed. The summation of fatigue damage was carried out using linear and linear corrected hypotheses. For a probabilistic description of the growth process of a fatigue crack, the method of statistical linearization was used. The law of the distribution of the service life was assumed to be logarithmically normal. The example of the calculation of failure probability of asphalt coating fatigue is given in order to test the method. The adequacy of the proposed models is shown. It is established that the variation of the loading and road surface properties significantly affects the probability of fatigue failure. The further ways of improving the proposed method are offered.

Keywords: road surface; fatigue failure; service life; failure probability.

Введение

В современных условиях поставка сортиментов с верхнего склада на предприятие потребителя, как правило, осуществляется тяжелонагруженными лесовозными автомобилями и автопоездами. В ряде случаев это осуществляется по лесовозным автомобильным дорогам с жестким железобетонным покрытием, построенным ранее в ряде районов Ленинградской и Вологодской областей, Республики Карелия. Зачастую вывозка древесины производится и по дорогам общего пользования с асфальтобетонным покрытием. Для вышеуказанных покрытий одним из основных видов разрушения является усталостное разрушение, возникающее под действием циклических нагрузок.

Расчет на усталостное разрушение важен при проектировании объектов машиностроения, строительных конструкций, автомобильных дорог. Существуют три группы методов оценки усталостной долговечности: методы строительной механики, термодинамический подход, методы механики разрушения.

Методы строительной механики достаточно хорошо развиты и широко применяются. Например, они являются основой отраслевых дорожных норм по проектированию нежестких дорожных одежд ОДН 218.046-01. Термодинамический подход появился относительно недавно и пока не нашел существенного применения, исследования же в данном направлении успешно продолжаются. Так, в работе М.А. Завьялова и А.М. Кириллова [1] произведен анализ зависимостей термодинамических функций дорожного покрытия от времени эксплуатации, получен ряд расчетных формул для определения межремонтного срока службы покрытия. Новые критерии, включая энергетические, предложены для оценки усталостной долговечности в статьях M. Livneh и C. Maggiore с соавторами [2, 3]. Методы механики разрушения возникли в середине прошлого века и в настоящее время интенсивно развиваются и применяются во многих сферах инженерной деятельности [4–10]. В отличие от двух предыдущих групп методов, базирующихся на феноменологических моделях, методы механики разрушения основаны на структурных моделях, описывающих зарождение и рост трещин. Это позволяет включать в модели многие трудноучитываемые факторы и повышает точность оценки рассчитываемых величин. Вследствие вышесказанного будем опираться при расчете усталости дорожного покрытия на методы механики разрушения.

Следует отметить, что в большинстве публикаций переменные полагаются детерминистическими, т. е. неслучайными. В ряде публикаций используется вероятностный подход в методах механики разрушения [6, 7, 10–14]. Вероятностно-статистические методы в механике разрушения разрабатываются в трех основных направлениях [15]. Простейший подход представляет собой экстраполяцию данных по отказам и не учитывает механические и физические особенности изучаемой системы. Такой статистический анализ называется «data-base» подход (подход «баз данных») и представлен, например, в трудах [16–19].

Второй подход к развитию вероятностных методов механики разрушения нашел свое применение в работах [10, 11, 13, 20]. В этом случае переменные в моделях полагаются случайными, статистические вариации каждого параметра модели определяются количественно и объединяются для вычисления безопасности и рисков.

Третий подход, известный как комбинированный анализ, использует как первый, так и второй подходы [12]. Широко используется метод Монте-Карло, опирающийся на второй подход. Однако метод статистической линеаризации, предложенный Серенсеном с соавторами [21] и широко используемый в машиностроении, не применяется в расчетах дорожных покрытий. Таким образом, в настоящей работе предложен метод оценки вероятности усталостного разрушения дорожного покрытия с использованием методов механики разрушения и статистической линеаризации.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

- Выбрать уравнение механики разрушения, моделирующее развитие усталостной трещины.
- Получить формулу для расчета числа циклов распространения усталостной трещины от размера первоначального трещиноподобного дефекта до критической величины (срок службы).
- На основе метода статистической линеаризации определить среднее значение и дисперсию срока службы.
- Подобрать закон распределения срока службы.

Также целесообразно дать пример расчета и провести его первичный анализ, наметить дальнейшие пути развития предложенного в статье метода.

Методы. Известно, что рост усталостных трещин может быть описан с точки зрения линейной механики разрушения с использованием коэффициента интенсивности напряжений K [4]. Скорость роста трещины за цикл, dl/dN, может быть выражена в виде уравнения Пэриса [5]:

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta K)^n, \qquad (1)$$

где C и n — эмпирические параметры; ΔK — размах коэффициента интенсивности напряжений:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}.$$

Здесь K_{max} и K_{min} соответственно максимальное и минимальное значения коэффициента интенсивности напряжений в цикле нагружения, полученные при максимальном и минимальном напряжении в цикле.

Эквивалентные выражения могут быть получены путем использования коэффициента асимметрии цикла R [4, 6, 7]:

$$\Delta K = Y(l)\sigma_{1max}(1-R)\sqrt{\pi l}, \qquad (2)$$

где $Y(l)$ — коэффициент, учитывающий форму объекта и длину (полудлину) трещины l; σ_{1max} — максимальное первое главное напряжение в цикле нагружения.

Как описано Маартеном с соавторами [8], с использованием конечно-элементного анализа получено соотношение между раскрытием трещины, длиной трещины и коэффициентом интенсивности напряжений, определены параметры C и n в уравнении Пэриса исследуемой асфальтовой смеси.

Предположим, что нагрузка на дорожное покрытие описывается в виде блока $\{\sigma_{1i}, w_i\}$, где w_i — число циклов в i-й ступени блока; σ_{1i} — максимальное первое главное напряжение на нижней плоскости асфальтобетонного покрытия в i-й ступени блока нагружения. Размер блока:

$$w_b = \sum_{i=1}^{m} w_i,$$

где m — количество ступеней блока нагружения.

Предполагая справедливость линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений, получим выражение для оценки числа циклов распространения усталостной трещины от размера начального трещиноподобного дефекта l_0 до конечного (критического) размера трещины l_c путем интегрирования выражения

(1) и принимая во внимание выражение (2) при условии $R = 0$.

$$N_p = \frac{w_b}{C\pi^{n/2}\sum_{i=1}^{m} w_i \sigma_{1i}^n}\int_{l_0}^{l_c}\frac{dl}{Y^n(l)l^{n/2}}. \quad (3)$$

При предположении малости l_0 по сравнению с толщиной покрытия t и $t = l_c$ можно считать $Y(l) = Y = const$. После интегрирования уравнение (3) примет вид:

$$N_p = \frac{2w_b\left(l_c^{\frac{2-n}{2}} - l_0^{\frac{2-n}{2}}\right)}{C(2-n)Y^n\pi^{n/2}\sum_{i=1}^{m} w_i\sigma_{1i}^n}. \quad (4)$$

В случае нерегулярной нагруженности, в соответствии с рекомендацией Серенсена с соавторами [21], случайные вариации функции распределения напряжений могут быть описаны соотношением:

$$\sigma_{1i} = \bar{\sigma}_{1i}\mathcal{E},$$

где $\bar{\sigma}_{1i}$ — средний уровень напряжений i ступени блока нагружения; $\mathcal{E}$ — коэффициент, учитывающий влияние нерегламентируемых факторов (температура, погодные условия и т. д.). $\mathcal{E}$ полагается нормально распределенной случайной величиной со средним значением $\bar{\mathcal{E}} = 1$ и коэффициентом вариации $\nu_{\mathcal{E}} = 0.1$ [21].

Обозначив:

$$A = \frac{2\left(l_c^{\frac{2-n}{2}} - l_0^{\frac{2-n}{2}}\right)}{(2-n)Y^n\pi^{n/2}},$$

получим уравнение:

$$N_p = \frac{A}{C\mathcal{E}^n\sum_{i=1}^{m} w_i\bar{\sigma}_{1i}^n}. \quad (5)$$

Полагаем, что, помимо нагруженности покрытия, свойства материалов покрытия тоже являются случайными. Таким образом, константа C уравнения Пэриса является случайной со средним значением $\bar{C}$ и дисперсией S_C^2. Тогда среднее число циклов распространения усталостной трещины до разрушения дорожного покрытия в соответствии с методом статистической линеаризации [21] определяется зависимостью:

$$\bar{N}_p = \frac{A}{\bar{C}\sum_{i=1}^{m} w_i\bar{\sigma}_{1i}^n}. \quad (6)$$

Определим дисперсию логарифма срока службы S_{lgNp}^2. Для этого прологарифмируем выражение (5):

$$lgN_p = lgA - lgC - nlg\mathcal{E} - lg\sum_{i=1}^{m} w_i\bar{\sigma}_{1i}^n.$$

Обозначив:

$$A_1 = lgA - lg\sum_{i=1}^{m} w_i\bar{\sigma}_{1i}^n,$$

запишем:

$$lgN_p = A_1 - lgC - nlg\mathcal{E}. \quad (7)$$

В правой части уравнения (7) C и $\mathcal{E}$ являются случайными величинами. Дисперсия логарифма срока службы определяется с использованием метода статистической линеаризации [21].

$$S_{lgN_p}^2 = \left(\frac{\partial lgN_p}{\partial C}\right)^2_{|\,C=\bar{C}} S_C^2 + \left(\frac{\partial lgN_p}{\partial \mathcal{E}}\right)^2_{|\,\mathcal{E}=\bar{\mathcal{E}}} S_{\mathcal{E}}^2, \quad (8)$$

где:

$$\left(\frac{\partial lgN_P}{\partial C}\right)^2_{|\,C=\bar{C}} S_C^2 = \left(0.434\frac{1}{\bar{C}}\right)^2 S_C^2 = \left(0.434\frac{S_C}{\bar{C}}\right)^2 = 0.188\nu_C^2,$$

$$\left(\frac{\partial lgN_P}{\partial \mathcal{E}}\right)^2_{|\,\mathcal{E}=\bar{\mathcal{E}}} S_{\mathcal{E}}^2 = 0.188n^2\nu_{\mathcal{E}}^2.$$

Или:

$$S_{lgN_p}^2 = 0.188(\nu_C^2 + n^2\nu_{\mathcal{E}}^2). \quad (9)$$

Здесь S_{lgNp}^2 — дисперсия логарифма срока службы дорожного покрытия при усталостном разрушении; ν_C — коэффициент вариации параметра C в уравнении Пэриса; $\nu_{\mathcal{E}}$ — коэффициент вариации переменной $\mathcal{E}$, учитывающей влияние нерегламентируемых факторов на нагруженность покрытия.

Предполагаем, что закон распределения срока службы является логарифмически нормальным. Логнормальное распределение широко используется в общей теории надежности для описания распределения числа циклов до отказа при усталостном разрушении материалов и переменных нагрузках в вероятностном проектировании [21; 22]. В этом случае логарифм наработки до отказа (срока службы покрытия) с вероятностью Q при усталостном разрушении может быть определен:

$$lgN_Q = lg\bar{N}_p + U_Q S_{lgN_p}, \quad (10)$$

где U_Q — квантиль закона нормального распределения для вероятности Q.

Величина трещиноподобного дефекта l_0 может задаваться из различных соображений, например, глубина шва в укрепляющем покрытии, наибольший размер фракции наполнителя и т. д.

Следует отметить, что линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений не всегда подтверждается экспериментально. Поэтому Серенсеном с соавторами [21] для таких случаев предлагается корректированная линейная гипотеза. В этом случае сумма накопленных усталостных повреждений до разрушения отличается от единицы и подсчитывается по приведенной ниже зависимости:

$$a_p = \frac{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{-1}}\xi - K}{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{-1}} - K}, \qquad при\ a_p \geq 0{,}2. \quad (11)$$

Здесь σ_{max} — максимальная амплитуда в блоке нагружения; σ_{-1} — предел выносливости материала покрытия; K — коэффициент, позволяющий получить лучшее соответствие опытных и расчетных данных, $K = 0{,}5…0{,}7$.

Коэффициент ξ определяется по формуле:

$$\xi = \sum_{i=1}^{m}\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\cdot\frac{w_i}{w_b}.$$

Если по формуле (11) получается $a_P < 0{,}2$, то в расчетах следует принимать $a_P = 0{,}2$.

Таким образом, при использовании корректированной линейной гипотезы накопления усталостных повреждений формула (6) приводится к виду:

$$\bar{N}_p = \frac{a_p A}{\bar{c}\sum_{i=1}^{m} w_i \bar{\sigma}_{1i}^{n}}. \quad (12)$$

Результаты и обсуждение. Для проверки предложенного метода необходимо сравнить результаты расчета с экспериментальными данными. Экспериментальные данные для скорости роста трещины получены А.Б. Каплун с соавторами [23] для мелкозернистого асфальтобетона с модулем упругости Е = 1 500 Мпа. В упомянутой публикации скорость роста усталостной трещины определялась в *см/цикл*, коэффициент интенсивности напряжений — в $кг/см^{2/3}$. После обработки экспериментальных данных, представленных в работе [23], в диссертации А.Н. Петрова [22] значения констант уравнения Пэриса составили $n = 4.11$ и $C = 7.52{*}10^{-7}$. Аналогичным образом по известной публикации [22] получены результаты $n = 4.07$ и $C = 2.62{*}10^{-7}$. Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение экспериментальных и расчетных данных

$K_{I\,max}$, $кг/см^{3/2}$	Скорость роста трещины $dl/dN{*}10^{-6}$, *см/цикл*		Относительная ошибка, %
	Эксперимент	Расчет	
33.9	1.52	1.49	2
42.6	3.96	3.81	4
50.2	7.12	7.48	5
58.0	12.75	13.54	6
66.4	23.3	23.62	1
75.3	40.98	39.64	3
85.5	68.68	66.89	3

Анализируя результаты (табл. 1), можно сделать вывод о возможности использования уравнения (1) для прогнозирования усталостного разрушения асфальтобетонного покрытия.

Для проверки предложенного метода в качестве примера был произведен расчет вероятности отказа асфальтобетонного покрытия из-за усталостного разрушения. Задавались размер трещиноподобного дефекта $l_0 = 20$ *мм*, критический размер трещины $l_c = 100$ *мм*, константы уравнения Пэриса $n = 4.11$ и $C = 7.52{*}10^{-13}$, коэффициенты вариации $\nu_\varepsilon = 0.3$ и $\nu_C = 0.3$.

Блок нагруженности определялся расчетом первых главных напряжений на глубине 100 мм от воздействия на покрытие при нагрузке от лесовозного автопоезда Sisu C500 и представлен в табл. 2.

Таблица 2

Блок нагруженности

σ_{1i}, $кг/см^2$	6	7	8
w_i	4	1	2

Результаты расчета представлены на рисунке 1.

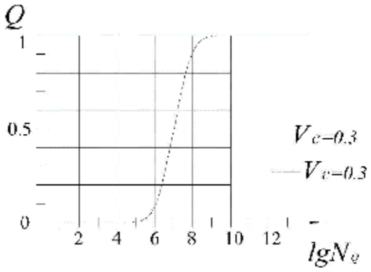

Рис. 1. Вероятность усталостного разрушения асфальтобетонного покрытия

Результаты расчета показывают, что с вероятностью 10 % усталостное разрушение покрытия произойдет через $1.15{*}10^6$ циклов. Средний срок службы — $1.03{*}10^7$ циклов. Был также произведен расчет для различных коэффициентов вариации ν_ε и ν_C.

Например, при $\nu_\varepsilon = \nu_C = 0.1$ 10%-ный срок службы составляет $2.9{*}10^6$ циклов, что почти в три раза отличается от предыдущего результата.

Выводы

1. Представлен метод оценки вероятности усталостного разрушения дорожного покрытия. Метод основан на использовании уравнения Пэриса, описывающего скорость роста усталостной трещины. Использовались как линейная, так и корректированная линейная гипотезы суммирования усталостных повреждений. Для вероятностного описания процесса усталости используется метод статистической линеаризации. Распределение срока службы полагалось логнормальным.

2. В статье приведен пример расчета асфальтобетонного покрытия лесовозной автомобильной дороги. Показано, что вариации нагрузок и свойств дорожного покрытия существенно влияют на вероятность усталостного разрушения.

3. Дальнейшее развитие предполагаемого метода может идти с учетом размеров пластической зоны в вершине трещины [26] и использования метода Монте-Карло.

4. Кроме того, желательно учитывать жесткость и состав основания дорожного покрытия.

Литература

1. Broek D. Elementary engineering fracture mechanics, Noordhoff, Leyden. 1974.

2. Paris P.S., Erdogan F.A. A critical analysis of crack propagation laus // J. Basic Engng. 1963. ASME 85D. P. 528-534.

3. Pitukhin A.V. 1992. Fracture Mechanics and Optimal Design. Int // J. for Numerical Methods in Engineering. 1992. Vol. 34. P. 933-940.

4 Pitukhin A.V. 1997. Optimal Design Problems Using Fracture Mechanics Methods, Computers and Structures. 1997. Vol. 65. № 4. P. 621-624.

5. Maarten M. Jacobs J., Arian H. Radjan Khedoe. 2012. Determination of Crack Growth Parameters of Asphalt Mixtures // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 941-952.

6. Livneh M. 2012. On the Fatigue Criterion for Calculating the Thickness of Asphalt Layers // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 761-770.

7. Maggiore C., Grenfell J., Airey ., Colop A.C. 2012. Evaluation of Fatigue Life Using Dissipated Energy Methods // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 643-652.

8. Johnston G.O. A review of probabilistic fracture mechanics literature. Reliability Engineering. 1982. № 3. P. 423-448.

9. Rau C.A., Besuner P.M. Statistical aspects of design: risk assessment and structural safety, Philos. Trans. R. Soc., London, 1981. Ser. A 299. P. 111-130.

10. Bolotin V.V. Stochastic models of cumulative damage in composite materials, in: Progress in Fatigue and Fracture,1976. P. 103-111.

11. Morgado T.I.M. Fatigue Life Extension Study in Cast Steel Railway Couplings Used in Freight Trains// International Journal of Mechanical Engineer and Applications. Special Issue: Structural Integrity of Mechanical Components. 2015. Vol. 3, № 2-1. P. 1-6.

12. Lepikhin A., Moskvichev V., Doronin S. 1998. Statistical fracture modeling of weld joint for nuclear reactor components // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 1998. № 29. С. 103 -107.

13. Freudenthal A.M., Shinozuka. M. Structural safety under conditions of ultimate load failure and fatigue, WaDDTR. 1961. P. 61-77.

14. Freudenthal A.M. New aspects of fatigue and fracture mechanics, Eng. Fract. 1974. Mech. № 6. P.775-793.

15. Kaz H.-W., Lee Y.-H., Wu P.-H. 2008. Development of Fatigue Cracking Prediction Models Using Long-Term Pavement Performance Database // Journal of Transportation Engineering. 2008. № 134 (11). P. 477-482.

16. Ferreira A., Rui Micaelo, Souza R. 2012. Cracking Models for Use in Pavement Maintenance Management // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 429-439.

17. Питухин А.В., Петров А.Н., Марков В.И., Степанов А.В. Метод определения вероятности безотказной работы участка лесовозной автомобильной дороги вследствие усталостного изнашивания дорожного покрытия // Транспортное дело России. 2013. № 2 (105). С.15-18.

18. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шендерович Р.М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М.: Машиностроение, 1975. 488 с.

19. Modarres M., Kaminskiy M.P., Krivtsov V. Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide. CRC Press, 2016. 522 p.

20. Тригони В.Е., Лещицкая Т.П., Юрченко А.Н. Повышение долговечности асфальтобетонных слоев усиления при реконструкции аэродромов. М.: МАДИ (ТУ), 1998. 44 с.

21. Al-Qadi I.L. Hao Wang. 2009. Evaluation of pavement damage due to new tire design/ Research Report ICT. 2009. Vol. 9. № 48. 74 p.

22. Петров А.Н. Методы оценки эксплуатационной надежности дорожных покрытий лесовозных дорог: дис. … канд. техн. наук. Петрозаводск, 2012. 207 с.

23. Irwin G.R. Plastic zone near a crack and fracture toughness // 7th Sagamore Advanced Materials Research Conference. Syracuse University Press, 1960. P. IV-63-IV 78.

References

1. Broek D. Elementary engineering fracture mechanics, Noordhoff, Leyden. 1974.

2. Paris P.S., Erdogan F.A. A critical analysis of crack propagation laus // J. Basic Engng. 1963. ASME 85D. P. 528-534.

3. Pitukhin A.V. Fracture Mechanics and Optimal Design // J. for Numerical Methods in Engineering. 1992. Vol. 34. P. 933-940.

4 Pitukhin A.V. Optimal Design Problems Using Fracture Mechanics Methods, Computers and Structures. 1997. Vol. 65. № 4. P. 621-624.

5. Maarten M. Jacobs J., Arian H. Radjan Khedoe. Determination of Crack Growth Parameters of Asphalt Mixtures // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 941-952.

6. Livneh M. On the Fatigue Criterion for Calculating the Thickness of Asphalt Layers // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 761-770.

7. Maggiore C., Grenfell J., Airey, Colop A.C. 2012. Evaluation of Fatigue Life Using Dissipated Energy Methods // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 643-652.

8. Johnston G.O. A review of probabilistic fracture mechanics literature. Reliability Engineering. 1982. № 3. P. 423-448.

9. Rau C.A., Besuner P.M. Statistical aspects of design: risk assessment and structural safety, Philos. Trans. R. Soc., London, 1981. Ser. A 299. P. 111-130.

10. Bolotin V.V. Stochastic models of cumulative damage in composite materials, in: Progress in Fatigue and Fracture, 1976. P. 103-111.

11. Morgado T.I.M. Fatigue Life Extension Study in Cast Steel Railway Couplings Used in Freight Trains // International Journal of Mechanical Engineer and Applications. Special Issue: Structural Integrity of Mechanical Components. 2015. Vol. 3, № 2-1. P. 1-6.

12. Lepikhin A., Moskvichev V., Doronin S. 1998. Statistical fracture modeling of weld joint for nuclear reactor components // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 1998. № 29. P. 103-107.

13. Freudenthal A.M., Shinozuka. M. Structural safety under conditions of ultimate load failure and fatigue, WaDDTR. 1961. P. 61-77.

14. Freudenthal A.M. New aspects of fatigue and fracture mechanics, Eng. Fract. 1974. Mech. № 6. P. 775-793.

15. Kaz H.-W., Lee Y.-H., Wu P.-H. 2008. Development of Fatigue Cracking Prediction Models Using Long-Term Pavement Performance Database // Journal of Transportation Engineering. 2008. № 134 (11). P. 477-482.

16. Ferreira A., Rui Micaelo, Souza R. 2012. Cracking Models for Use in Pavement Maintenance Management // 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements: mechanisms, modeling, testing, detection, prevention, and case histories. Springer. RILEM Bookseries. 2012. Vol. 4. P. 429-439.

17. Pitukhin A.V., Petrov A.N., Markov V.I., Stepanov A.V. A method of determining the probability of the plot of the lesovozny highway due to the fatigue wear of pavement // Transport business of Russia. 2013. № 2 (105). P. 15-18.

18. Serensen S.V., Kogaev V.P., Shenderovich R.M. Bearing capacity and calculations of machine parts for strength. M.: Mashinostroenie, 1975. 488 p.

19. Modarres M., Kaminskiy M.P., Krivtsov V. Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide. CRC Press, 2016. 522 p.

20. Trigoni V.E., Leshchitskaya T.P., Yurchenko A.N. Improving the durability of asphalt layers of amplification in the reconstruction of airfields. M.: MADI (TU), 1998. 44 p.

21. Al-Qadi I.L. Hao Wang. 2009. Evaluation of pavement damage due to new tire design/ Research Report ICT. 2009. Vol. 9. № 48. 74 p.

22. Petrov A.N. Methods of assessment of operational reliability of road surfaces logging roads: dis. … kand. tekhn. nauk. Petrozavodsk, 2012. 207 p.

23. Irwin G.R. Plastic zone near a crack and fracture toughness // 7th Sagamore Advanced Materials Research Conference. Syracuse University Press, 1960. P. IV-63-IV78.