УДК 519.87 + 67.02 DOI: 10.18324/2077-5415-2017-4-182-186

Стохастическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовок

И.В. Бачериков[1 a], Ф.В. Свойкин[2 b], А.Р. Бирман[2 c], В.А. Соколова[2 d]

[1]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая 29, Санкт-Петербург, Россия
[2]Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, пер. Институтский 5, Санкт-Петербург, Россия
[a]ivashka512@gmail.com, [b]svoykin_fv@mail.ru, [c]birman1947@mail.ru, [d]sokolova_vika@inbox.ru
Статья поступила 31.10.2017, принята 14.11.2017

В статье разрабатывается математическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовительного производства в условиях риска и неопределенности. Предлагаемая математическая модель использует методы стохастического программирования, в частности, метод сведения целевой функции со случайными параметрами к вероятностным ограничениям. При недостаточном уровне объема заготовки возникают потери, связанные с появившимся дефицитом объема заготовки. При уровне объема заготовки древесины, превышающем нормальный, происходит увеличение издержек (потерь), связанных с содержанием лесной машины (в статье — на примере харвестера). Возможный компромисс состоит в выборе такого нормативного объема заготовки древесины, который уравновешивал бы оба вида указанных потерь. Выбор в качестве показателя эффективности средних отклонений объема заготовки древесины основан на значениях коэффициента издержек и коэффициента уменьшения дефицита, которые известны. Однако определить эти коэффициенты очень трудно, и поэтому на практике зачастую лицо, принимающее решение, может установить необходимый уровень объема заготовки древесины таким образом, чтобы величина дефицита и величина издержек не превосходили установленного предельного значения, и заявленные объемы выполнялись бы с некоторыми вероятностями. Приведен эксперимент, осуществленный в природно-производственных условиях арендной базы ОАО «Монди СЛПК» (Республика Коми, средняя тайга наиболее типична для Северо-Западного федерального округа РФ) и способствующий нахождению приемлемого способа действий со стороны лица, принимающего решения при планировании технологических процессов лесозаготовок.

Ключевые слова: математическое моделирование; исследование операций; оптимизационные задачи; стохастическое программирование; планирование; технология лесозаготовок.

Stochastic model of cost optimization in the planning of logging processes

I.V. Bacherikov[1 a], F.V. Svoykin[2 b], A.R. Birman[2 c], V.A. Sokolova[2 d]

[1]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; 29, Politekhnicheskaya St., St. Petersburg, Russia
[2]St. Petersburg State Forest Technical University under name of S.M. Kirov; 5, Institutsky Per., St. Petersburg, Russia
[a]ivashka512@gmail.com, [b] svoykin_fv@mail.ru, [c] birman1947@mail.ru, [d] sokolova_vika@inbox.ru
Received 31.10.2017, accepted 14.11.2017

The article deals with a mathematical model of cost optimization in planning the technological processes of logging production in conditions of risk and uncertainty. The proposed mathematical model uses stochastic programming methods, in particular, the method of reducing the objective function with random parameters to probability constraints. When the volume of the workpiece is insufficient, losses are caused by the shortage in the volume of the billet. At a level of timber harvesting volume exceeding normal, there is an increase in the costs (losses) associated with the maintenance of the forest machine (in the article on the example of a harvester). A possible compromise is the choice of such a standard volume of logging that would balance the two types of these losses. The choice as a measure of the effectiveness of average deviations in the volume of wood harvesting is based on the values of the cost factor and the deficit reduction coefficient that are known. However, it is very difficult to determine these coefficients, and in practice it is often assumed that the decision maker can set the required volume of wood harvesting so that the deficit does not exceed a certain value and the cost does not exceed a certain constrained value and the indicated volumes values would be fulfilled with some probabilities. The experiment is carried out in the natural production conditions of the leasing base of Mondi Syktyvkar Ltd (the Republic of Komi, the middle taiga is most typical for the North-West Federal District of the Russian Federation) and contributes to finding an acceptable method of action on the part of the decision maker in the planning of logging processes.

Keywords: mathematical modeling; operations research; optimization problems; stochastic programming; planning; logging technology.

Введение

Применение математических методов в оптимизации технологических процессов лесозаготовки и вывозки древесного сырья для преодоления тирании альтернатив является весьма актуальной темой как за рубежом [1–11], так и в России.

В ряде работ [12–15] исследовался процесс лесозаготовок как строго детерминированной системы, что не вполне соответствует реальным условиям — данные, которыми располагают лесопользователи при стратегическом, тактическом и оперативном планировании, далеко не всегда точны, а информация о ходе рубок, несмотря на развитие современных систем связи, не всегда актуальна и поставляет аналитику с некоей задержкой.

Таким образом, приходится предпринимать действия в условиях риска и неопределенности, а значит, можно решать задачу планирования технологических процессов лесозаготовок методами стохастического программирования, т. е. с учетом того, что *некоторые* параметры, входящие в целевую функцию, и ограничения, накладываемые на решение, представляют собой случайные величины [16–21].

При использовании байесовского подхода *все* параметры считаются случайными, и математическая модель имеет две стадии: первую, описывающую предварительную информацию о неизвестных параметрах с неким вероятностным распределением, и вторую, описывающую функции правдоподобия наблюдаемых значений.

При использовании подхода, связанного с использованием критерия минимакса, альтернативы оцениваются по наихудшим (наилучшим) последствиям. В разработке математической модели мы придерживались второго способа, однако следует понимать, что каждый подход имеет свои достоинства и недостатки. Так, например, использование детерминированного подхода к анализу и принятию неизвестных параметров на основании экспертной оценки дает значительный запас прочности модели, однако влечет большие затраты там, где их можно избежать.

Разрабатываемая модель. Оптимальный объем заготовок *x* оценивается по производительности лесной машины. Вероятность того, что случайная величина объема заготовок *x* примет значение, заключенное в интервале (a, b), равна приращению функции распределения на этом интервале:

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)\,. \tag{1}$$

Допустим, что справедливы следующие предельные соотношения:

$$\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0 \tag{2}$$

и:

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) = 1\,. \tag{3}$$

Следовательно:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx\,. \tag{4}$$

Если уровень объема заготовки *t* недостаточен до нормального объема заготовки $x_н$, т. е. $t < x_н$, то возникают потери, связанные с появившимся дефицитом (нехваткой) объема заготовки. Если уровень объема заготовки древесины превышает $x_н$, т. е. $t > x_н$, то увеличиваются издержки (потери), связанные с содержанием лесной машины. Возможный компромисс состоит в выборе такого нормативного объема заготовки древесины *t*, который уравновешивал бы оба вида указанных потерь.

Коэффициент увеличения объема заготовки древесины q_1:

$$q_1 = \frac{Q_{\max}}{Q_m}\,, \tag{5}$$

где Q_{max} — максимальный объем заготовки древесины; Q_m — математическое ожидание объема заготовки древесины.

Коэффициент уменьшения объема древесины q_2:

$$q_2 = \frac{Q_{\min}}{Q_m}\,, \tag{6}$$

где Q_{min} — минимальный объем древесины.

Выбирается такой уровень объема заготовки *t*, при котором потери объема древесины были бы наименьшими:

$$Q = Q_{(X)} = \begin{cases} q_1(t-x), \text{при x < t} \\ q_2(x-t), \text{при x > t} \end{cases}. \tag{7}$$

Так как функция неизвестна, можно воспользоваться критерием среднего значения объема заготовки от дефицита и потерь:

$$\begin{aligned} Z &= M(Q) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x)\cdot f(x)dx = \\ &= \int_{t}^{\infty} q_1(t-x) f(x)dx + \int_{-\infty}^{t} q_2(x-t) f(x)dx \to \min \end{aligned} \tag{8}$$

Целевая функция Z (8) имеет единственный минимум, который можно определить из уравнения $Z' = 0$. Дифференцируя функцию (8) по *t*, получим уравнение:

$$+q_1\int_{t}^{\infty} f(x)dx - q_2\int_{-\infty}^{t} f(x)dx = 0\,, \tag{9}$$

или:

$$+q_1[1-F(t)] - q_2F(t) = 0\,. \tag{10}$$

Оптимальное решение t_{on} из формулы (10) должно удовлетворять уравнению:

$$F(t_{on}) = \frac{q_1}{q_1+q_2}\,. \tag{11}$$

Допустим, что заготавливаемый объем древесины подчинен нормальному закону с математическим ожиданием *m* и средним квадратическим отклонением (стандартным разбросом) σ, т. е. получается равенство:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t_{on}} e^{\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}dx = \frac{q_1}{q_1+q_2}\,. \tag{12}$$

В результате замены переменных $(x - m) / \sigma = u$ получается:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{t_{on} - m}{\sigma}\right) = \frac{q_1}{q_1 + q_2}, \qquad (13)$$

где $\Phi_x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$ — функция Лапласа.

В случае нормальной кривой распределения случайной величины вероятности P будут равны $\rho = P/V$, и если ρ имеет нормальное распределение, то и объем имеет нормальное распределение:

$$\begin{gathered} P\{-\sigma < Q - Q_{cp} < +\sigma\} = 0.683 \\ P\{-2\sigma < Q - Q_{cp} < +2\sigma\} = 0.954 \\ P\{-3\sigma < Q - Q_{cp} < +3\sigma\} = 0.997 \end{gathered} \qquad (16)$$

Если фактический размах колебания объема древесины известен, то величину среднеквадратичного отклонения σ можно определить по формуле:

$$\sigma = \frac{1}{6}\omega. \qquad (17)$$

где ω — размах колебания объема древесины, равный:

$$\omega = Q_{\max} - Q_{\min}. \qquad (18)$$

Выбирая в качестве показателя эффективности средние отклонения объема заготовки древесины $M(Q)$, необходимо быть уверенным, что значения коэффициента увеличения q_1 (издержек) и коэффициента уменьшения q_2 (дефицита) нам известны. Однако определить эти коэффициенты очень трудно, и поэтому лицо, принимающее решение, может установить необходимый уровень объема заготовки древесины Q таким образом, чтобы величина дефицита $(x - t)$ не превосходила значения A, и величина издержек $(t - x)$ не превосходила предельного значения B. Так как эти величины случайны, выбирая решение, можно только настаивать, чтобы указанные значения объемов выполнялись бы с некоторыми вероятностями α и β соответственно:

Дефицит $\qquad P(x - t \le A) \ge \alpha \qquad (19)$

Издержки $\qquad P(t - x \le B) \ge \beta \qquad (20)$

Неравенства типа (19), (20) называются вероятностными (стохастическими) ограничениями. Для нормального распределения объема древесины ($\rho = P/V$) из неравенств (19), (20) получается для объема заготовки древесины с дефицитом:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{t + A - M}{\sigma}\right) \ge \alpha, \qquad (21)$$

а для объема древесины с издержками:

$$\frac{1}{2} - \Phi_{(x)}\left(\frac{t - B - M}{\sigma}\right) \ge \beta, \qquad (22)$$

или

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{B + M - t}{\sigma}\right) \ge \beta. \qquad (23)$$

Назначаются предельные значения: $A = 2$ м^3, $B = 2$ м^3, а также доверительные вероятности: $\alpha = \beta = 0.6$. Вероятностные ограничения вычисляются по формулам (19) – (20):

$$t_{деф} \le t_{оп} \le t_{изд}. \qquad (24)$$

Эксперимент. Для получения m был поставлен эксперимент в производственных условиях ОАО «Монди СЛПК» (Республика Коми), в средней тайге. Исследования проводились в смешанном елово-березовом лесу (породный состав 4Е4Б1С1П), тип леса — черничный, при работе ВРСМ JohnDeere 1270E.

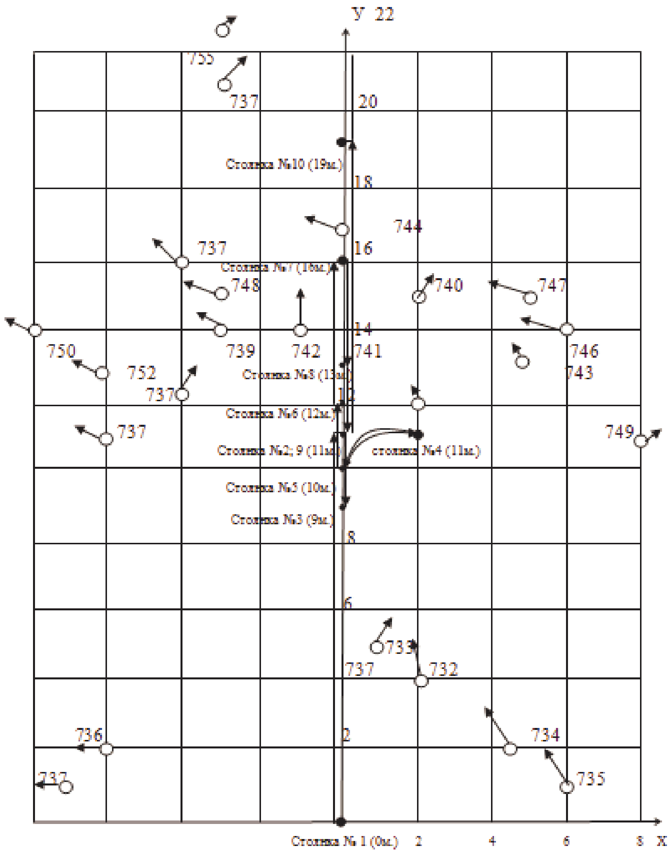

Рис. 1. Схема заготовки деревьев во время эксперимента

Лесосечные работы должны были производиться с сохранением подроста не менее 70 %, все порубочные остатки — находиться на волоке, поэтому предпочтительная валка деревьев — по направлению на планируемый волок, однако рельефные и почвенно-грунтовые условия данной лесосеки не позволяли пользоваться одной схемой валки. Поэтому использовались смешанные схемы: валка ствола с кроной на пасеку под углом 90° или 45°; валка ствола с кроной на планируемый волок; валка ствола с кроной через волок.

Перед тем как начать валку дерева, оператору валочно-сучкорезно-раскряжевочной машины (ВСРМ) необходимо произвести оценку ситуации, включая рельефные и почвенно-грунтовые условия, силу и направление ветра, плотность и качество древостоя. После этого принимается решение, какое дерево будет обрабатываться первым, чтобы не повредить другие рядом стоящие деревья, и куда будут укладываться сортименты. При раскряжевке необходимо учитывать качество дерева, место укладки сортиментов и порубочных остатков. Все это делается оператором на месте, т. е. все вышеперечисленные параметры являются случайными величинами.

Средний объем хлыста V_{cp} = 0.32 м^3;
максимальный объем заготовки Q_{max} = 36 м^3;
минимальный объем заготовки Q_{min} = 7.3 м^3;
математическое ожидание объема заготовки $Q_{cp.}$ = 14.3 м^3.

Определялось время начала обработки дерева № 732 (9 ч 58 мин 06 с) и окончания обработки дерева № 812 (11 ч 48 мин 02 с). Далее определяется время заготовки 81 дерева — 1 ч 50 мин 54 с = 6 654 с.

Средний объем ствола дерева:
$V_{cp.}$ = 26.37 м^3 / 81 дерево = 0.32 м^3.
Время обработки одного дерева:
$T_{ц1дерева}$ = 6 654 / 81 = 82.1 с.
Объем заготовки в час:
$Q(x) = П_ч \cdot t$ = 0.32 · 3600 · 1 / 82.1 = 14.3 м^3/ч = m.

Размах колебания объема древесины и величину среднеквадратичного отклонения σ определяем по формулам (18) и (17):

$$\omega = 36 - 7.3 = 28.7\ м^3, \qquad \sigma = \frac{1}{6}\omega = 4.78\ м^3.$$

Затем по формулам (5) и (6) находим коэффициенты увеличения / уменьшения объема:

$$q_1 = \frac{36}{14.3} = 2.51, \qquad q_2 = \frac{7.3}{14.3} = 0.51.$$

Подставив значения m, σ, q_1, q_2 в формулу (13) и определив $\Phi_{(x)}$ по таблице значений функции Лапласа, получаем:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{t_{on} - 14.3}{4.78}\right) = \frac{2.51}{2.51 + 0.51}$$

$$t_{on} = 14.3 + 0.95 \cdot 4.78 = 18.84\ м^3/ч$$

Применяя предельные значения A и B, а также доверительные вероятности α и β, получим:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{2 + 14.3 - t}{4.78}\right) \geq 0{,}6 \qquad \frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{t + 2 - 14.3}{4.78}\right) \geq 0{,}6$$

$$\Phi_{(x)}\left(\frac{16.3 - t}{4.78}\right) \geq 0{,}1 \qquad \Phi_{(x)}\left(\frac{t - 12.3}{4.78}\right) \geq 0{,}1$$

$$t_{изд} = 16.3 - 0.25 \cdot 4.78 = 15.11\ м^3/ч$$

$$t_{деф} = 12.3 + 0.25 \cdot 4.78 = 13.50\ м^3/ч$$

Вероятностные ограничения по формуле (24) получатся противоречивыми, а, значит, их необходимо ослабить, установив более высокие предельные значения B = 8 м^3 или назначив меньшие доверительные вероятности, т. е.:

$$\frac{1}{2} + \Phi_{(x)}\left(\frac{8 + 14.3 - t}{4.78}\right) \geq 0{,}6$$

$$t_{изд} = 22.3 - 0.25 \cdot 4.78 = 21.11\ м^3/ч$$

Таким образом, вероятностные ограничения будут выполнены, если продуктивность харвестера будет находиться в пределах:

$$13.50 \leq 18.84 \leq 21.11$$

Варьируя такой параметр, как средний объем хлыста $V_{cp.}$, получим поле значений продуктивности харвестера (рис. 2).

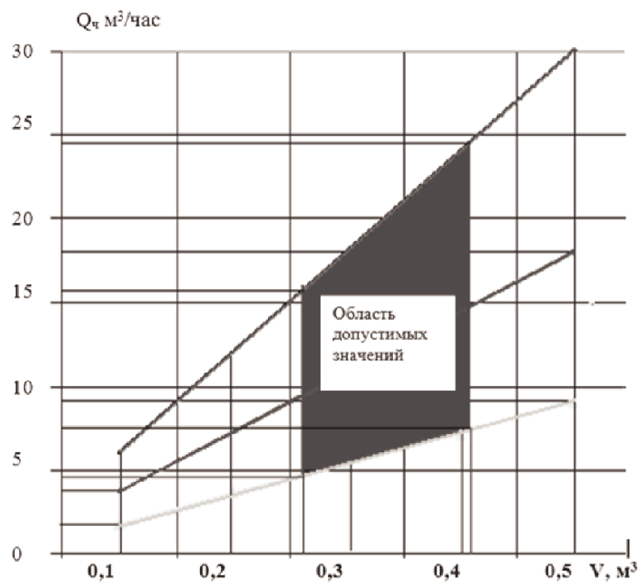

Рис. 2. Поле значений часовой производительности ВСРМ при заготовке древесины

Заключение

Рассмотренный метод сведения целевой функции со случайными параметрами к вероятностным ограничениям носит название критерия предельного уровня. Этот критерий не дает оптимального решения задачи, а лишь соответствует нахождению приемлемого способа действий.

Литература

1. D'Amours S., Ronnqvist M., Weintraub A. Using operational research for supply chain planning in the forest products industry // INFOR. 2008. № 46 (4). P. 47-64.
2. Karlsson J., Ronnqvist M., Bergstrom J. An optimization model for annual harvest planning // Canadian Journal of Forest Research. 2004. № 34 (8). P. 1747-1754.
3. Epstein R., Morales R., Seron J., Weintraub A. Use of OR systems in the Chilean forest industries // Interfaces. 1999. № 29 (1). P. 7-29.
4. Epstein R., Nieto E., Weintraub A., Chevalier P., Gabarro J. A system for the design of short term harvesting strategy // European Journal of Operational Research. 1999. № 119 (2). P. 427-439.
5. Dems A., Rousseau L.-M., Frayret J.-M. A hybrid constraint programming approach to a wood procurement problem with bucking decisions // Constraints. 2016. № 21 (2). P. 303-317.
6. Hong H.S., Mladenoff D.J. Spatially Explicit and Stochastic Simulation of Forest- Landscape Fire Disturbance and Succession. 1998.
7. Weintraub A., Navon D. (1976). A forest management planning model integrating sylvicultural and transportation activities // Management Science. 1976. № 22 (12). P. 1299–1309.
8. Weintraub A.,Vera J. A cutting plane approach for chance constrained linear programs // Operations Research. 1991. № 39 (5). P. 776–785.

9. Veliz F.B., Watson J.-P., Weintraub A., Wets R.J.-B. Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. Ann. Oper. Res., Springer Verlag. 2015. № 232. P. 259–274 DOI 10.1007/s10479-014-1608-4.

10. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J. Environ. Ecol. Stat. (2009) № 16. P. 133. Doi.org/10.1007/s10651-007-0079-z.

11. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J., Krougly Z.L., Stanford D.A. A stochastic model for fire growth // INFOR, Special Issue on Forestry. 2007. № 45. P. 339–352.

12. Салминен Э.О., Симоненков М.В., Бачериков И.В. Логистико-математическое моделирование транспортно-технологических операций – основное направление развития лесного комплекса // Леса России: политика, промышленность, наука, образование: материалы второй междунар. науч.-технической конф. / СПбГЛТУ. СПб., 2017. С. 225.

13. Симоненков М.В., Салминен Э.О., Бачериков И.В. Оптимизация ежемесячного планирования лесных грузопотоков // Resources and Technology. 2016. № 13. С. 1–29.

14. Симоненков М.В., Салминен Э.О., Бачериков И.В. Алгоритм решения задачи маршрутизации лесовозного транспорта методом имитационного моделирования // Актуальные проблемы развития лесного комплекса: материалы междунар. науч.-технической конф. / ВоГУ. Вологда, 2016. С. 84-89.

15. Симоненков М.В. Оптимизация транспортно–технологических процессов лесозаготовительных производств: дис. … канд. техн. наук. СПб., 2017. 281 с.

16. Тараканов А.Ф. Принятие решений в организационных системах со сложной структурой в условиях конфликта и неопределенности: моногр. М.: Нобель Пресс, 2014. 240 с.

17. Мерилл Г., Гольдберг Г., Гельмгольц Р. Основы проектирования управляемых снарядов. М.: Изд-во Ин. Лит., 1959. 595 с.

18. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: СПб., 2011. 352 с.

19. Birge J., Louveaux F. Introduction to Stochastic Programming. Second Edition (Springer Verlag, New York, 2011). 512 p. DOI 10.1007/978-1-4614-0237-4.

20. Аралбаева Ф.З., Карабанова О.Г., Круталевич-Леваева М.Г. Риск и неопределенность в принятии управленческого решения // Вестн. Оренб. гос. ун-та. 2002. № 4. С.132-139.

21. Соколова В.А., Питухин А.В., Янюк Ю.В., Егоров Н.А. Обоснование возможности применения устройств в утилизации тепла в лесозаготовительных машинах // Системы Методы Технологии. 2017. Вып. 3 (35). С. 94-99.

References

1. D'Amours S., Ronnqvist M., Weintraub A. Using operational research for supply chain planning in the forest products industry // INFOR. 2008. № 46 (4). P. 47-64.

2. Karlsson J., Ronnqvist M., Bergstrom J. An optimization model for annual harvest planning // Canadian Journal of Forest Research. 2004. № 34 (8). P. 1747-1754.

3. Epstein R., Morales R., Seron J., Weintraub A. Use of OR systems in the Chilean forest industries // Interfaces. 1999. № 29 (1). P. 7-29.

4. Epstein R., Nieto E., Weintraub A., Chevalier P., Gabarro J. A system for the design of short term harvesting strategy // European Journal of Operational Research. 1999. № 119 (2). P. 427-439.

5. Dems A., Rousseau L.-M., Frayret J.-M. A hybrid constraint programming approach to a wood procurement problem with bucking decisions // Constraints. 2016. № 21 (2). P. 303-317.

6. Hong H.S., Mladenoff D.J. Spatially Explicit and Stochastic Simulation of Forest- Landscape Fire Disturbance and Succession. 1998.

7. Weintraub A., Navon D. (1976). A forest management planning model integrating sylvicultural and transportation activities // Management Science. 1976. № 22 (12). P. 1299-1309.

8. Weintraub A.,Vera J. A cutting plane approach for chance constrained linear programs // Operations Research. 1991. № 39 (5). P. 776-785.

9. Veliz F.B., Watson J.-P., Weintraub A., Wets R.J.-B. Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. Ann. Oper. Res., Springer Verlag. 2015. № 232. P. 259-274 DOI 10.1007/s10479-014-1608-4.

10. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J. Environ. Ecol. Stat. (2009) № 16. P. 133. Doi.org/10.1007/s10651-007-0079-z.

11. Boychuk D., Braun W.J., Kulperger R.J., Krougly Z.L., Stanford D.A. A stochastic model for fire growth // INFOR, Special Issue on Forestry. 2007. № 45. P. 339-352.

12. Salminen E.O., Simonenkov M.V., Bacherikov I.V. Logistic and mathematical modeling of transport and technological operations is the main direction of the development of the forest complex // Lesa Rossii: politika, promyshlennost', nauka, obrazovanie: materialy vtoroi mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf. / SPbGLTU. SPb., 2017. P. 225.

13. Simonenkov M.V., Salminen E.O., Bacherikov I.V. Optimization of the monthly planning of forest freight flows // Resources and Technology. 2016. № 13. P. 1-29.

14. Simonenkov M.V., Salminen E.O., Bacherikov I.V. Algorithm for solving the problem of routing timber transport by the method of simulation modeling // Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: materialy mezhdunar. nauch.-tekhnicheskoi konf. / VoGU. Vologda, 2016. P. 84-89.

15. Simonenkov M.V. Optimization of transport-technological processes of logging industries: dis. … kand. tekhn. nauk. SPb., 2017. 281 p.

16. Tarakanov A.F. Decision-making in organizational systems with a complex structure in the context of conflict and uncertainty: monogr. M.: Nobel' Press, 2014. 240 p.

17. Merill G., Gol'dberg G., Gel'mgol'ts R. Basics of designing guided missiles. M.: Izd-vo In. Lit., 1959. 595 p.

18. Akulich I.L. Mathematical programming in examples and tasks: SPb., 2011. 352 p.

19. Birge J., Louveaux F. Introduction to Stochastic Programming. Second Edition (Springer Verlag, New York, 2011). 512 p. DOI 10.1007/978-1-4614-0237-4.

20. Aralbaeva F.Z., Karabanova O.G., Krutalevich-Levaeva M.G. Risk and uncertainty in making management decisions // Vestnik of the Orenburg State University. 2002. № 4. P. 132-139.

21. Sokolova V.A., Pitukhin A.V., Yanyuk Yu.V., Egorov N.A. Substantiation of the possibility of using devices in heat utilization in logging machines Obosnovanie vozmozhnosti primeneniya ustroistv v utilizatsii tepla v lesozagotovitel'nykh mashinakh// Systems. Methods. Technologies. 2017. Vyp. 3 (35). P. 94-99.

1. .