

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.01:621.81:621:891

DOI: 10.18324/2077-5415-2017-2-7-12

## Упругий контакт жесткой шероховатой поверхности с низкомодульным полупространством

П.М. Огар<sup>a</sup>, Д.Б. Горохов<sup>b</sup>, В.К. Елсуков<sup>c</sup>

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>denis\_gorohov@mail.ru, <sup>c</sup>celswk@mail.ru

Статья поступила 8.04.2017, принята 24.04.2017

*Рассмотрен вопрос контактирования жесткой шероховатой поверхности с низкомодульным полупространством. Указано, что к замедлению роста площади контакта с увеличением нагрузки приводит взаимное влияние дискретно нагруженных участков, что нашло отражение в эмпирической формуле Бартенева – Лаврентьева. Приведен краткий обзор исследований о влиянии соседних контактирующих неровностей при упругом контакте.*

*При рассмотрении контакта единичной неровности влияние остальных контактирующих неровностей заменено действием равномерно распределенной нагрузки  $q_{cn}$  в некоторой круговой области. Это позволило рассматривать контактную задачу как осесимметричную. Полученное интегральное выражение является основным уравнением осесимметричной контактной задачи, для которого использовано решение И.Я. Штаермана. Определены сила в контакте и распределение контактного давления на площадке контакта, частными случаями которых при  $q_{cn} = 0$  являются решения Герца.*

*Использована дискретная модель шероховатости, в которой микронеровности представлены набором одинаковых сферических сегментов, распределение которых по высоте соответствует опорной кривой профиля в виде отношения бета-функции.*

*Исследованы вопросы влияния размеров круговой области действия равномерно распределенной нагрузки на относительную площадь контакта в зависимости от безразмерного силового упругогеометрического параметра  $F_q$ .*

**Ключевые слова:** шероховатая поверхность; сферическая неровность; упругий контакт; низкомодульные материалы; взаимное влияние неровностей; относительная площадь контакта.

## Elastic contact of a rigid rough surface with a low-modulus half-space

P.M. Ogar<sup>a</sup>, D.B. Gorokhov<sup>b</sup>, V.K. Elsukov<sup>c</sup>

Bratsk State University; 40, Makarenko Str., Bratsk, Russia

<sup>a</sup>ogar@brstu.ru, <sup>b</sup>denis\_gorohov@mail.ru, <sup>c</sup>celswk@mail.ru

Received 8.04.2017, accepted 24.04.2017

*The problem of the contact of a rigid rough surface with a low-modulus half-space is considered. It is indicated that the mutual influence of discretely loaded sections leads to a slowing of the growth of the contact area as the load increase. It is reflected in the empirical formula of Bartenev-Lavrentiev. A brief review of studies on the influence of adjacent contacting asperities during elastic contact is given. When considering the contact of a single asperity, the effect of the remaining contacting asperities is replaced by the action of a uniformly distributed load  $q_c$  in some circular region. It allowed us to consider the contact problem as an axisymmetric one. The obtained integral equation is the basic equation of the axisymmetric contact problem for which the solution of I.Ya. Shterman is used. The contact force and the distribution of the contact pressure at the contact area are determined, the particular cases of which for  $q_{cn}$  is the Hertz solution. A discrete model of roughness is used. Herewith, the micro-asperities are presented by a set of identical spherical segments, whose height distribution corresponds to the bearing profile curve in the form of a ratio of the beta function. The problems of the influence of the dimensions of the circular region of the action of a uniformly distributed load on the relative contact area are investigated depending on the dimensionless force elastic-geometric parameter  $F_q$ .*

**Keywords:** rough surface; spherical asperity; elastic contact; low-modulus materials; mutual influence of asperities; relative contact area.

**Введение**

Надежность современных машин, агрегатов и аппаратов во многом определяется качеством уплотнительных соединений. Широкое применение в уплотнительной технике находят низкомодульные полимерные материалы в виде покрытий или отдельных деталей [1;

2]. По критериям прочности конструкционные материалы относятся к низкомодульным со значениями модулей упругости  $E < 10^3$  МПа [3]. Требуемая герметичность уплотнительного стыка достигается сжимающими напряжениями и зависит от контактных характеристик — относительной площади контакта и

плотности зазоров [4; 5]. Как показали эксперименты [3, с. 179] с полимерными прослойками (покрытие на одной из сопряженных деталей), рост фактической площади касания при нагружении сжимающими напряжениями происходит за счет увеличения количества пятен контакта. Начальный период нагружения характеризуется быстрым сближением поверхностей, которое сопровождается увеличением жесткости соединений. По мере роста количества контактирующих микронеровностей сближение замедляется, а жесткость приближается к постоянному значению, зависящему от физико-механических свойств материала прослойки.

К замедлению роста площади контакта с увеличением нагрузки при тяжелонагруженном упругом контакте приводит взаимное влияние дискретно нагруженных участков, что нашло отражение в формуле Бартенева-Лаврентьева [6]:

$$\eta = 1 - \exp\left(-\beta \frac{q}{E}\right), \quad (1)$$

где  $\beta$  — коэффициент, зависящий от качества поверхности и аналитически определенный в [7];  $q_c$  — контактное контактное давление;  $E$  — модуль упругости.

Вопрос о влиянии соседних неровностей при упругом контакте рассмотрен И.Г. Горячевой и Н.М. Добычинным в работах [8–11], где это влияние заменено действием одинаковых по величине сосредоточенных сил, расположенных в узлах гексагональной решетки. В работе [12] рассмотрено внедрение системы цилиндрических и сферических штампов, распределенных по высоте, в упругое полупространство. Для сферических штампов получена приближенная формула для расчета фактической площади контакта.

Используя принцип Сен-Венана, согласно которому напряжения и деформации в точке, достаточно удаленной от области приложения нагрузки, не зависят от характера распределения нагрузки в области ее приложения, в работах [13; 14] влияние остальных контактирующих неровностей заменено действием равномерно распределенной нагрузки в некоторой круговой области. Это позволило рассматривать поставленную задачу как осесимметричную. В отличие от [13], где задача для одноуровневой модели шероховатости решалась численным методом на ЭВМ, в работе [14] получено аналитическое решение с учетом распределения неровностей по высоте. Как показано в [15], такой же подход можно использовать и для упругопластического контакта отдельной неровности.

*Цель настоящей работы* — исследование влияния размеров круговой области действия равномерно распределенной нагрузки на контактные характеристики.

**Модель шероховатой поверхности.** Воспользуемся дискретной моделью шероховатости, в которой микронеровности представлены в виде одинаковых сферических сегментов, распределение которых по высоте соответствует опорной кривой профиля реальной поверхности [4; 9]. Для описания опорной кривой используем распределение неполной бета-функции:

$$\eta(\varepsilon) = \frac{B_\varepsilon(\alpha, \beta)}{B(\alpha, \beta)}, \quad (2)$$

где  $B_\varepsilon(\alpha, \beta)$ ,  $B(\alpha, \beta)$  — соответственно неполная и

полная бета-функции;  $\alpha = \left(\frac{R_p}{R_q}\right)^2 \left(\frac{R_{\max} - R_p}{R_{\max}}\right) - \frac{R_p}{R_{\max}}$ ,

$\beta = \alpha \left(\frac{R_{\max}}{R_p} - 1\right)$ ;  $R_p, R_q, R_{\max}$  — высотные параметры

шероховатости согласно стандарту ISO 4281/1–1997.

В этом случае плотность функции распределения неровностей по высоте:

$$\varphi'_n(u) = \frac{u^{\alpha-2}(1-u)^{\beta-2}[(\alpha-1)(1-u)(\beta-1)u]}{\varepsilon_s^{\alpha-1}(1-\varepsilon_s)^{\beta-1}}, \quad (3)$$

где  $u$  — расстояние до вершины неровности;  $\varepsilon_s$  определяется из условия  $\varphi_n(\varepsilon_s) = 1$ ;  $\omega R_{\max}$  — высота сферического сегмента,  $\omega = 1 - \varepsilon_s$ .

Радиус сферического сегмента:

$$r = a_c^2 / (2\omega R_{\max}), \quad (4)$$

где  $a_c$  — радиус основания сферического сегмента.

**Контакт отдельной неровности с упругим полупространством.** Рассмотрим контакт отдельной абсолютно жесткой сферической неровности радиусом  $r$ , вершина которой расположена на расстоянии  $uR_{\max}$  от линии вершин шероховатой поверхности, а впадина — на расстоянии  $vR_{\max}$  от линии впадин, и низко модульного полупространства в системе цилиндрических координат  $z, \rho, \varphi$  с началом в точке  $O$ , принадлежащей недеформированной поверхности полупространства (рис. 1).

Введем следующие допущения, которые находят применение как в механике деформируемого твердого тела, так и в механике контактного взаимодействия шероховатых поверхностей и имеют опытное обоснование:

1. Радиус круговой площадки контакта отдельной неровности намного меньше ее радиуса, т. е.  $a_{ri} \ll r_i$ .
2. Радиальные перемещения точек поверхности полупространства пренебрежимо малы в сравнении с осевыми.
3. Трение в области контакта неровностей полупространства отсутствует.
4. Упругие перемещения имеют идеально обратимый характер.
5. Упругие перемещения поверхности полупространства, приходящиеся на  $A_{ci}$ , и напряжения на ней описываются соотношениями теории упругости вплоть до момента появления пластического отпечатка.

Согласно принципу Сен-Венана, напряжения и деформации в точке, достаточно удаленной от области приложения нагрузки, не зависят от характера распределения нагрузки в области ее приложения. Из анализа многочисленных решений контактных задач теории упругости и пластичности следует, что изменение распределения внешних нагрузок вблизи рассматриваемой

области контакта при постоянстве их средней интенсивности приводит к незначительным изменениям лишь вблизи границы области контакта. Тогда, учитывая характер взаимного расположения отдельных пятен контакта, влияние на характеристики контакта отдельной неровности в пределах круговой области контакта  $W_1(\rho = 0, a_{ri})$  и кольцевой ненагруженной области  $W_2(\rho = a_n, a_l)$  напряжений на остальных пятнах контакта будет эквивалентно влиянию равномерно распределенной нагрузки  $q_{cn}$ , действующей в кольцевой области  $W_2(\rho = a_n, a_l)$ , и поставленную задачу можно рассматривать как осесимметричную (рис. 1). Размер ненагруженной области  $a_n$  зависит от числа контактирующих неровностей и с ростом приложенной нагрузки уменьшается от  $a_l$  до  $a_c$ .

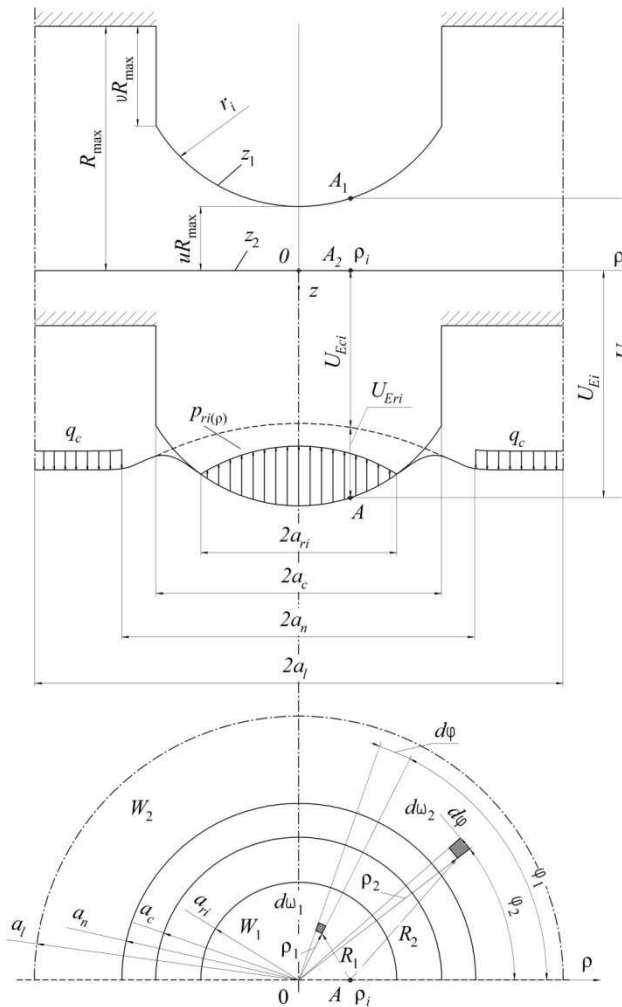


Рис. 1. Схема контакта отдельной неровности

Пусть  $A_1$  и  $A_2$  — две точки поверхности круговой области контакта  $W_1$ , приходящие в соприкосновение после приложения сжимающей нагрузки. Так как общее нормальное перемещение  $U_0$  точки  $A_1$  является постоянной величиной для любой точки области  $W_1$ , то имеем:

$$U_0 = U_E + z_1 = U_{Eri} + U_{Eci} + z_1, \quad (5)$$

где  $U_{Eri}$  — нормальное контактное перемещение от давления  $p_{ri}$ , возникающего в области  $W_1$ ;  $U_{Eci}$  — нормальное перемещение от давления  $q_c$ ;  $z_1$  — уравнение поверхности сферической неровности в ненагруженном состоянии.

Так как для реальных поверхностей  $r \gg R_{max}$ , то:

$$z_1 = -uR_{max} - \frac{\rho^2}{2r}. \quad (6)$$

Элементарные перемещения  $dU_{Eri}$  и  $dU_{Eci}$  от давлений  $q_{ri}$  и  $q_c$ , действующих на элементарных площадках  $d\omega_1$  и  $d\omega_2$  соответственно, определяются выражениями [16]:

$$dU_{Eri} = \frac{\Theta q_{ri}(\rho_1)}{\pi R_1} d\omega_1, \quad dU_{Eci} = \frac{\Theta q_c}{\pi R_2} d\omega_2, \quad (7)$$

где:

$$R_j^2 = \rho^2 + \rho_j^2 - 2\rho\rho_j \cos \varphi_j, \quad j = 1; 2; \rho \equiv \rho_i;$$

$$d\omega_1 = \rho_1 d\rho d\varphi, \quad d\omega_2 = \rho_2 d\rho d\varphi.$$

Интегрируя выражения (7), получим:

$$U_{Eri} = \frac{\Theta}{\pi} \int_{W_1} \frac{p_{ri}(\rho) d\omega_1}{R_1}, \quad (8)$$

$$U_{Eci} = \frac{4}{\pi} \Theta q_c \left[ a_l E\left(\frac{\rho_i}{a_l}\right) - a_n E\left(\frac{\rho_i}{a_n}\right) \right], \quad (9)$$

где  $E(x)$  — полный эллиптический интеграл 2-го рода.

Из формулы (5) с учетом (7) – (9) и (4) получим:

$$\int_{W_1} \frac{p_{ri}(\rho) d\omega_1}{R_1} = f(\rho_i), \quad (10)$$

$$f(\rho_i) = \frac{\pi}{\Theta} \left( U_0 - uR_{max} - \frac{\omega R_{max} \rho_i^2}{a_c^2} \right) - 2\pi q_c \left[ a_l - \frac{2}{\pi} E\left(\frac{\rho_i}{a_{ci}}\right) \right] \quad (11)$$

Выражение (10) является основным уравнением осесимметричной контактной задачи, которая имеет следующее решение [17]:

$$p_{ri}(\rho_i) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\rho_i}^{a_{ri}} \frac{F(s) ds}{\sqrt{s^2 - \rho_i^2}}, \quad (12)$$

$$P_i = -\frac{2}{\pi} \int_0^{a_{ri}} \frac{f'(\sigma) \sigma^2 d\sigma}{\sqrt{a_r^2 - \sigma^2}}, \quad (13)$$

$$F(s) = \frac{2}{\pi} \left[ f(0) + s \int_0^s \frac{f'(\sigma) d\sigma}{\sqrt{s^2 - \sigma^2}} \right]. \quad (14)$$

Из выражений (11) и (14) получим:

$$f(0) = \frac{\pi}{\Theta} (U_0 - uR_{max}) + 2\pi q_c (a_l - a_c);$$

$$f'(\sigma) = -\frac{2\pi\omega R_{max}\sigma}{\Theta a_c^2} + 4q_c \frac{a_n}{\sigma} \left[ E\left(\frac{\sigma}{a_n}\right) - K\left(\frac{\sigma}{a_n}\right) \right]; \quad (15)$$

$$F(s) = \frac{2}{\pi} f(0) + \frac{4\omega R_{\max}}{\Theta a_c^2} s \int_0^s \frac{\sigma d\sigma}{\sqrt{s^2 - \sigma^2}} - \frac{8q_c a_c}{\pi} s \int_0^s \sigma^{-1} (s^2 - \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \left[ E\left(\frac{\sigma}{a_c}\right) - K\left(\frac{\sigma}{a_c}\right) \right] d\sigma, \quad (16)$$

где  $K(x)$  — полный эллиптический интеграл 1-го рода.

Учитывая, что:

$$E\left(\frac{\sigma}{a_c}\right) - K\left(\frac{\sigma}{a_c}\right) = -\frac{\sigma^2}{a_c^2} D\left(\frac{\sigma}{a_c}\right) = \frac{\pi \sigma^2}{4 a_c^2} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 2; \frac{s^2}{a_c^2}\right)$$

после интегрирования выражения (16) получим:

$$F(s) = \frac{2}{\pi} f(0) - \frac{4\omega R_{\max}}{\Theta a_c^2} s^2 - \frac{2q_c s^2}{a_c} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, 1; 2; \frac{s^2}{a_c^2}\right),$$

где  $D(x)$  — полный эллиптический интеграл;  ${}_2F_1$  — гипергеометрическая функция Гаусса.

С учетом того, что:

$${}_2F_1\left(\frac{1}{2}, 1; 2; \frac{s^2}{a_c^2}\right) = \frac{2a_c}{a_c + \sqrt{a_c^2 - s^2}},$$

имеем:

$$F(s) = \frac{2}{\pi} f(0) - \frac{4\omega R_{\max}}{\Theta a_c^2} s^2 - 4q_c a_c \left(1 - \sqrt{1 - \frac{s^2}{a_c^2}}\right), \quad (17)$$

$$F'(s) = -\frac{8\omega R_{\max}}{\Theta a_c^2} s - \frac{4q_c}{a_n} \frac{s}{\sqrt{1 - \frac{s^2}{a_n^2}}}. \quad (18)$$

Из выражений (12) и (13) с учетом (18) и (15) имеем:

$$q_{ri}(\rho_i) = \frac{4\omega R_{\max}}{\pi \Theta a_c^2} \sqrt{a_{ri}^2 - \rho_i^2} + \frac{q_{cn}}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{a_{ri}^2 - \rho_i^2}{a_n^2 - \rho_i^2}}, \quad (19)$$

$$P_i = \frac{8\omega R_{\max} a_{ri}^3}{3\Theta a_c^2} + 2q_{cn} a_n^2 \left[ \arcsin \frac{a_{ri}}{a_n} - \sqrt{\frac{a_{ri}^2}{a_n^2} \left(1 - \frac{a_{ri}^2}{a_n^2}\right)} \right]. \quad (20)$$

В упоминаемых работах [2; 14; 15] было принято, что равномерная нагрузка  $q_c$  действует в кольцевой области и  $W_2(\rho = a_c, a_l)$ , т. е.  $a_n = a_c$ . В настоящем исследовании принято, что:

$$a_n = a_c \cdot k_a = a_c \cdot k_n k_p, \quad (21)$$

где  $k_n$  определяется числом контактирующих неровностей;  $k_p$  зависит от схемы «упаковки» оснований сферических сегментов, моделирующих шероховатую поверхность (рис. 2).

Если принять, что общая контурная площадь:

$$A_c = n_c \cdot \pi a_c^2 = n_r \cdot \pi a_n^2, \quad (22)$$

где  $n_c$  — число всех неровностей;  $n_r$  — число контактирующих неровностей, то из (22) следует:

$$\left(\frac{a_n}{a_c}\right)^2 = \left(\frac{n_r}{n_c}\right)^{-1},$$

$$a_n = k_n \cdot a_c, \quad k_n = \left[ \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \phi'_n(u) du \right]^{-0.5}. \quad (23)$$

Тогда из условия равенства приложенных нагрузок:

$$q_{cn} \cdot n_r \pi a_n^2 = q_c \cdot n_c \pi a_c^2, \quad q_{cn} = q_c. \quad (24)$$

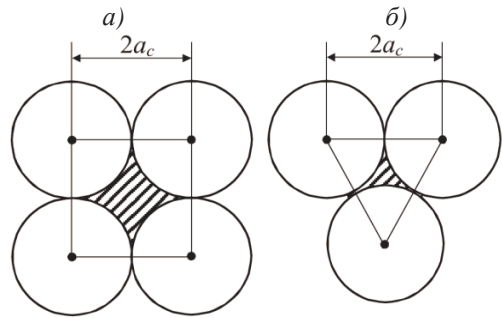


Рис. 2. Схемы упаковки оснований сферических сегментов: а — квадратная; б — гексагональная

При определении  $k_p$  принято, что для рассматриваемой неровности величина  $a_n$  увеличивается в сравнении с  $a_c$  в  $k_p$  раз за счет доли заштрихованной площади (рис. 2), приходящейся на одну неровность. Тогда, из геометрических соображений, для гексагональной «упаковки»  $k_p = 1.075$ , для квадратной —  $k_p = 1.128$ .

Учитывая, что  $\eta_i = a_{ri}^2 / a_{ci}^2$ ,  $q_{ci} = P_i / (\pi a_{ci}^2)$ , из выражений (19) и (20) получим:

$$q_{ri}(\rho_i) = \frac{4\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{\pi \Theta a_c^2} \sqrt{1 - \frac{\rho_i^2}{a_{ri}^2}} + \frac{q_c}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{1 - \frac{\rho_i^2}{a_{ri}^2}}{\frac{k_a^2}{\eta_i} - \frac{\rho_i^2}{a_{ri}^2}}}, \quad (25)$$

$$q_{ci} = \frac{8\omega R_{\max} \eta_i^{1.5}}{3\pi \Theta a_c} + \frac{2}{\pi} q_c k_a^2 \left[ \arcsin \frac{\eta_i^{0.5}}{k_a} - \sqrt{\frac{\eta_i}{k_a^2} \left(1 - \frac{\eta_i}{k_a^2}\right)} \right]. \quad (26)$$

Среднее  $q_{mi}$  и максимальное  $q_{ri}(0)$  напряжения на пятне контакта:

$$q_{mi} = \frac{N_i}{A_{ri}} = \frac{q_{ci}}{\eta_i} = \frac{8\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{3\pi \Theta a_c} + \frac{2q_c k_a^2}{\pi \eta_i} \left[ \arcsin \frac{\eta_i^{0.5}}{k_a} - \sqrt{\frac{\eta_i}{k_a^2} \left(1 - \frac{\eta_i}{k_a^2}\right)} \right], \quad (27)$$

$$q_{ri}(0) = \frac{4\eta_i^{0.5} \omega R_{\max}}{\pi \Theta a_c} + \frac{q_c}{\pi} \arcsin \frac{\eta_i^{0.5}}{k_a}. \quad (28)$$

**Контакт жесткой шероховатой поверхности с упругим полупространством.** Сближение контактирующих поверхностей в общем случае определяют из выражения (17) при условии  $F(a_{ri}) = 0$ :

$$U_0 = uR_{\max} + 2\Theta q_c (a_l - a_n) + 2\omega R_{\max} \frac{a_{ri}^2}{a_c^2} + 2\Theta q_c a_n \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{a_{ri}^2}{a_n^2}} \right) \quad (29)$$

Для неровности, контактирующей в точке, т. е. при  $a_{ri} = 0$ , имеем:

$$U_0 = \varepsilon R_{\max} + 2\Theta q_c (a_l - a_n). \quad (30)$$

Так как величина  $U_0$  постоянна для всех точек областей контакта, из (29) и (30) получим:

$$\eta_i + \frac{\Theta q_c a_n}{\omega R_{\max}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\eta_i}{k_a^2}} \right) - \frac{\varepsilon - u}{2\omega} = 0. \quad (31)$$

Данное уравнение имеет решение:

$$\eta_i = \frac{\varepsilon - u}{2\omega} - F_q \left( k_a + \frac{F_q}{2} - \sqrt{\left( k_a + \frac{F_q}{2} \right)^2 - \frac{\varepsilon - u}{2\omega}} \right). \quad (32)$$

Контурное давление в стыке шероховатой поверхности с полупространством и относительная площадь:

$$q_c = \frac{N}{A_c} = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^{n_r} q_{ci} A_{ci}; \quad \eta = \frac{A_r}{A_c} = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^{n_r} A_{ci} \eta_i. \quad (33)$$

Учитывая, что для данной модели шероховатости  $A_{ci} = \text{const}$ ,  $A_c = A_{ci} n_c$ ,  $dn_r = n_c \phi'_n(u) du$ , выражения (34) представим в виде:

$$q_c(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} q_{ci} \phi'_n(u) du, \quad \eta(\varepsilon) = \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i \phi'_n(u) du. \quad (34)$$

Учитывая выражение (26), получим:

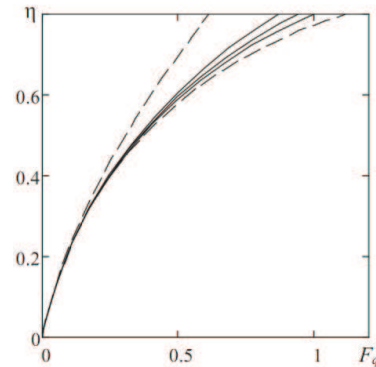
$$F_q(\varepsilon) = \frac{\Theta q_c(\varepsilon) a_c}{\omega R_{\max}} = \frac{\frac{8}{3\pi} \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \eta_i^{1,5} \phi'_n(u) du}{1 - \int_0^{\min(\varepsilon, \varepsilon_s)} \psi_\eta(\eta_i) \phi'_n(u) du}, \quad (35)$$

где

$$\psi_\eta(\eta_i) = \frac{2}{\pi} k_a^2 \left[ \arcsin \frac{\eta_i^{0,5}}{k_a} - \sqrt{\frac{\eta_i}{k_a^2} \left( 1 - \frac{\eta_i}{k_a^2} \right)} \right]. \quad (36)$$

На рис. 3 представлены зависимости относительной площади контакта от силового упругогеометрического параметра  $F_q$ , полученные в результате решения системы уравнений (32) и (34) – (36). Верхней штриховой линией обозначен случай без учета взаимного влияния неровностей, т. е. при  $q_c = 0$ , когда используется только первое слагаемое уравнения (32). Нижняя штрихо-

вая линия соответствует  $k_a = 1$ , когда  $a_n = a_c$ . Сплошные линии соответствуют разным значениям  $k_a$ .



**Рис. 3.** Зависимости относительной площади контакта от силового упругогеометрического параметра  $F_q$ : *верхняя штриховая линия* — без учета взаимного влияния неровностей; *нижняя линия* — с учетом неровностей, для  $k_a = 1$ ; *сплошные линии* (снизу вверх) для  $k_a = 1.075; 1.13; 1.25$

### Выводы

Исследования о влиянии размеров круговой области действия равномерно распределенной нагрузки на относительную площадь контакта показали:

1. Влияние параметра  $k_n$ , который определяется числом контактирующих неровностей, незначительно. Это объясняется тем, что для  $\varepsilon = \varepsilon_s = 0,5$  силовой упругогеометрический параметр  $F_q \approx 0,1$ . До этого значения  $F_q$  верхняя и нижняя штриховые линии, определяющие границы возможных зависимостей, практически совпадают.

2. С ростом значений  $F_q$  дальнейшее влияние оказывает только параметр  $k_p$ , учитывающий «упаковку» оснований сферических сегментов, моделирующих шероховатую поверхность.

3. При  $F_q > 1$  параметр  $k_p$  может оказывать существенное значение, и этот фактор следует учитывать при корректировке (уточнении) значений относительной площади контакта при использовании предыдущей модели оценки взаимного влияния контактирующих неровностей, например, при вязкоупругом контакте [18], при определении плотности стыка с учетом взаимного влияния неровностей [19] или при контактировании жесткой шероховатой поверхности через слой низко модульного упругого покрытия [20].

### Литература

1. Уплотнения и уплотнительная техника: справочник / под ред. А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1994. 448 с.
2. Огар П.М., Шеремета Р.Н., Лханаг Д. Герметичность металлополимерных стыков шероховатых поверхностей. Братск: Изд-во БрГУ, 2006. 159 с.
3. Гольдаде В.А., Неверов А.С., Пинчук Л.С. Низкомолекулярные композиционные материалы на основе термопластов. Минск: Наука и техника, 1984. 231 с.
4. Огар П.М., Тарасов В.А. Проектирование затворов специальной трубопроводной арматуры. Братск: Изд-во БрГУ, 2014. 191 с.

5. Огар П.М., Горохов Д.Б., Кожевников А.С. Контактные задачи в герметологии неподвижных соединений. Братск: Изд-во БрГУ, 2017. 242 с.
6. Баргенов Г.М., Лаврентьев В.В. Трение и износ полимеров. М.: Химия, 1972. 240 с.
7. Крагельский И.В., Добычин Н.М., Комбалов В.С. Основы расчета на трение и износ. М.: Машиностроение, 1974. 526 с.
8. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Теоретические основы метода расчета жесткости стыка шероховатых тел с учетом взаимного влияния микроконтактов // Машиноведение. 1979. № 6. С. 66-71.
9. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Оценка точности метода расчета жесткости стыка шероховатых тел с учетом взаимного влияния микроконтактов // Машиноведение. 1980. № 1. С. 70.
10. Добычин М.Н. Взаимное влияние пятен касания при контактировании шероховатых тел // Трение и износ. 1980. Т. 1, № 2. С. 342-348.
11. Горячева И. Г., Добычин Н.М. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 256 с.
12. Горячева И. Г. Механика фрикционного контакта. М.: Наука, 2001. 478 с.
13. Алексеев В.М., Сулягин О.В. Влияние плотности пятен касания на характеристики упругого контакта шероховатых тел // Теоретические и прикладные вопросы контактного взаимодействия: сб. науч. тр. Калинин: КГУ, 1987. С. 16-28.
14. Корсак И.И., Огар П.М. Контакт плоских шероховатых поверхностей. Братск: БрИИ, 1988. 58 с. Деп. в ВИНТИ 31.08.88. № 6809 - В88.
15. Огар П.М., Корсак И.И. Влияние характеристик тяжело нагруженного стыка шероховатых уплотнительных поверхностей на герметичность. Братск: БрИИ, 1989. 110 с. Деп. в ВИНТИ № 6109 - В90.
16. Тимошенко С.П., Гуд'ер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
17. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.:Л.: Гостехиздат, 1949. 270 с.
18. Огар П.М., Беляева О.В., Алпатов Ю.Н. Контактное взаимодействие жесткой шероховатой поверхности с упругим полупространством через слой вязкоупругого покрытия // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 10. С. 10-14.
19. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Плотность стыка при упругом контакте шероховатых поверхностей с учетом взаимного влияния неровностей // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 12. С. 35-40.
20. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of tribounits contact // Advanced Research Materials. 2015. Vol. 1061-1062. С. 614-618.
- the metal-polymeric joints of rough surfaces. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2006. 159 p.
3. Gol'dade V.A., Neverov A.S., Pinchuk L.S. Low-modulus composites based on thermoplastics. Minsk: Nauka i tekhnika, 1984. 231 p.
4. Ogar P.M., Tarasov V.A. Design of special pipeline valves gates. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2014. 191 p.
5. Ogar P.M., Gorokhov D.B., Kozhevnikov A.S. Contact tasks in hermetology of fixed joints. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2017. 242 p.
6. Bartenev G.M., Lavrent'ev V.V. Friction and wear of polymers. M.: Khimiya, 1972. 240 p.
7. Krageľskii I.V., Dobychin N.M., Kombalov V.S. Basics of calculation for friction and wear. M.: Mashinostroenie, 1974. 526 p.
8. Goryacheva I.G., Dobychin M.N. Theoretical foundations of the method for calculating the stiffness of a joint of rough bodies with taking into account of the mutual influence of microcontacts // Mashinovedenie. 1979. № 6. P. 66-71.
9. Goryacheva I.G., Dobychin M.N. Estimation of the accuracy of the method for calculating the stiffness of the joint of rough bodies with taking into account of the mutual influence of microcontacts // Mashinovedenie. 1980. № 1. P. 70.
10. Dobychin M.N. Mutual influence of contact spots when contacting rough bodies // Friction and Wear. 1980. Т. 1, № 2. P. 342-348.
11. Goryacheva I.G., Dobychin N.M. Contact problems in tribology. M.: Mashinostroenie, 1988. 256 p.
12. Goryacheva I. G. Mechanics of frictional contact. M.: Nauka, 2001. 478 p.
13. Alekseev V.M., Sutyagin O.V. Effect of the density of touch spots on the characteristics of elastic contact of rough bodies // Teoreticheskie i prikladnye voprosy kontaktnogo vzaimodeistviya: sb. nauch. tr. Kalinin: KGU, 1987. P. 16-28.
14. Korsak I.I., Ogar P.M. Contact of flat rough surfaces. Bratsk: BrII, 1988. 58 p. Dep. v VINITI 31.08.88. № 6809 - V88.
15. Ogar P.M., Korsak I.I. The influence of the characteristics of a heavily loaded joint of rough sealing surfaces on the tightness. Bratsk: BrII, 1989. 110 p. Dep. v VINITI № 6109 - V90.
16. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. Theory of Elasticity. M.: Nauka, 1979. 560 p.
17. Shtaerman I.Ya. Contact problem of the theory of elasticity. M.:L.: Gostekhizdat, 1949. 270 p.
18. Ogar P.M., Belyaeva O.V., Alpatov Yu.N. Contact interaction of a rigid rough surface with an elastic half-space through a layer of a viscoelastic coating // Systems. Methods. Technologies. 2011. № 10. P. 10-14.
19. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Gaps density at elastic contact of rough surfaces with taking into account of mutual influence of roughnesses // Systems. Methods. Technologies. 2011. № 12. P. 35-40.
20. Ogar P.M., Tarasov V.A., Gorokhov D.B. The influence of coating thickness on the relative area of tribounits contact // Advanced Research Materials. 2015. Vol. 1061-1062. P. 614-618.

#### References

1. Seals and sealing equipment: spravochnik / pod red. A.I. Golubeva, L.A. Kondakova. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Mashinostroenie, 1994. 448 p.
2. Ogar P.M., Sheremeta R.N., Lkhanag D. The tightness of