

5. Froht M.M. Photoelasticity. V 2 ch. M.; L.: OGIz, 1948. Ch. 1. P. 83-87.
6. Zuev Ju.S. Elastomers destruction in conditions characteristic of operation: nauchnoe izdanie. M.: Himija, 1980. 228 p.
7. Verner Z. Some research on grinding of soft materials in the book / per. s nem. L.A. Lastochkina. M.: Izd-vo lit. po stroitel'stvu, 1966. 603 p.
8. Sanaev V.G. About Deformation of viscoelastic materials when determining microhardness: sb. nauch. tr. MLTI. M., 1982. Вып. 140. P. 28-34.
9. Ivanovskij E.G., Vasilevskaja P.V., Lautner Je.M. New research cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1972. 128 p.
10. Tabor D. A simple theory of static and dynamic hardness. Proc. R. Soc., London, 1948. A № 192. P. 247-274.
11. Van Krevelen D.W. Properties of polymers correlations with chemical structure. Amsterdam; London; New York: Elsevier publishing company, 1972. 416 p.
12. Moiseev A.V. Durability woodworking tools. M.: Lesnaja promyshlennost', 1981. 112 p.
13. Bulatasov Je.O., Popov V.P., Hanin V.P. Mathematical model of milling of wood // Vestnik of the Orenburg State University. 2015. № 4 (179). P. 210-215.
14. Borovikov A.M., Ugolev B.N. Handbook of wood: spravochnik / pod red. B. N. Ugoleva. M.: Lesnaja promyshlennost', 1989. 296 p.
15. Dzhonson K. Contact mechanics: per. s angl. M.: Mir, 1989. 510 p.
16. Sanaev V.G. Investigation of microhardness wood // De-revoobrabatyvajushhaja promyshlennost' (Woodworking industry). 1983. № 1. P. 6-8.
17. Modlin B.D., Hatilovich A.A. Chip Production for chip-board. M.: Lesnaja promyshlennost', 1988. 152 p.
18. Churilin A.A. New in cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1967. 122 p.
19. Zaharov V.V. Pulse cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1983. 160 p.
20. Testing of materials: spravochnik / pod red. H. Bljume-naujera, per. s nem. M.: Metallurgija, 1979. 448 p.
21. Sanaev V.G. Durability of protective and decorative coatings on wood: dis. ... d-ra tehn. nauk. M., 1997.
22. Pocklington H.C. Rough measurement of high viscosities. Proc. Camb. Philos. Soc., England, 1940. № 36. P. 507-508.
23. Ashkenazi E.K. Anisotropy of wood and wood materials. M.: Lesnaja promyshlennost', 1978. 224 p.
24. Bucur V. Acoustics of wood. 2nd edition. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. P. 111.

УДК 534.013; 622.24; 622.23.01

DOI: 10.18324/2077-5415-2016-4-83-94

Начала построения строгой теории бурения

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
kortavik@mail.ru

Статья поступила 12.10.2016, принята 19.11.2016

Существующие теории бурения основываются на тех или иных эмпирических соотношениях, исходя из которых, формулируются выводы или строятся уравнения, описывающие процесс бурения. Такие теории носят скорее описательный характер, и их нельзя отнести к строгим теориям. Полноценной строгой теории бурения, результаты которой строились бы на основании решений дифференциальных уравнений принятой модели, как это обычно делается, в настоящее время не существует. В данной работе предлагается один из вариантов построения такой строгой теории бурения. За основу берутся теория погружения вращающегося тела в грунт, созданная автором, и новая динамическая модель бурильной колонны. Предполагается, что верхнее сечение колонны закручивается с постоянной угловой скоростью, а вращение породоразрушающего инструмента (долота) и погружение колонны могут чередоваться с кратковременными остановками (заклиниванием). Для введенной модели, помимо прочностных свойств породы в забое, впервые учитываются: изменение крутильной жесткости колонны по мере увеличения ее длины в процессе углубления скважины; текущий износ долота; силы сопротивления со стороны промывочной жидкости и шлама; натяжение каната талевой системы. Такие величины, как, например, механическая скорость и глубина бурения, угловая скорость долота, сила и момент сопротивления со стороны забоя определяются не из эмпирических соотношений, а вполне обоснованно — как результат решения дифференциальных уравнений принятой модели. Достоверность получаемых результатов теории определяется выбором динамической модели бурильной колонны и точностью найденных решений дифференциальных уравнений. Предусматривается возможность последующих уточнений вводимой теории путем рассмотрения более точных динамических моделей бурильной колонны. Численные решения дифференциальных уравнений модели позволяют, в частности, представлять в графическом виде изменение механической скорости бурения от осевого давления на долото и частоты его вращения — основополагающей зависимости существующих теорий бурения, которые в настоящее время определяются только эмпирически. Предложен обоснованный подход по определению оптимального давления на долото и размеров компоновки нижней части бурильной колонны.

Ключевые слова: теория бурения; бурильная колонна; износ долота; механическая скорость и глубина бурения; крутильные автоколебания; релаксационный режим; режим «stick – slip»; аппроксимация Паде для силы сопротивления.

Introduction to rigorous theory of drilling

V.A. Koronotov

Bratsk State University; 40 Makarenko St., Bratsk, Russia
kortavik@mail.ru

Received 12.10.2016, accepted 19.11.2016

Existing theories of drilling are based on certain empirical relationships, giving the ground for concluding and forming equations to describe drilling process. Such theories are more descriptive and cannot be attributed to the rigorous theory. Nowadays there is no valuable rigorous theory of drilling with the results based on the solutions of differential equations of the model adopted. The article proposes a variant for developing such a rigorous theory of drilling. The basis is the theory of a rotating body immersion in the ground, created by the author, and a new dynamic model of the drill string. It is assumed that the upper section of the column is twisted at a constant angular velocity, and rotation of the cutter tool (drill bit) and the columns may alternate immersion with short stop (jamming). For the model proposed, in addition to the strength properties of rocks at the bottom, some points have been taken into account for the first time: changes in the torsional stiffness of the column with increasing its length in the process of deepening of the well; current bit wear; resistance force from the wash fluid and cuttings; the tension of the rope block and tackle system. Values, such as the mechanical speed and drilling depth, the angular velocity of the bit, the force and the moment of resistance on the part of the face are not determined by empirical correlations, but, quite rightly, as a result of solutions of differential equations for the model adopted. Reliability of the results obtained is determined by the choice of the dynamic model of the drill string and by the precision of solutions of differential equations found. There is a possibility of subsequent refinements of the theory introduced by means of studying more accurate dynamic models of the drill string. Numerical solution of differential equations of the model allow, in particular, to represent graphically the change in the mechanical drilling speed from the axial pressure on the bit and the frequency of rotation is based on existing fundamental theories of drilling, which is currently determined only empirically. The approach is proposed to determine the optimal pressure on the drill bit and the dimensions of the layout bottom of the drill string.

Key words: theory of drilling; drill string; bit wear; mechanical speed and drilling depth; torsional self-oscillation; relaxation mode; stick-slip mode; Pade approximation for resistance force.

Введение

История развития науки показывает, что появлению полноценной теории в той или иной области знаний предшествует описательный период эмпирических соотношений, когда на основе наблюдений строятся приближенные эмпирические формулы, определяющие зависимости между характерными величинами, исходя из которых и строятся выводы теории. В теории бурения, по мнению автора, наблюдается именно такой, начальный период. В пользу этого утверждения говорит тот факт, что в настоящее время существующие теории бурения строятся на основе эмпирических формул вида [1–6]:

$$v_m = f(a, P, n), \quad (1)$$

где f – некоторая подбираемая функция, обычно степенного вида, у которой коэффициенты и показатели степени тоже подбираются эмпирически. Функция связывает между собой характерные величины; v_m, a, P, n – соответственно механическая скорость бурения; коэффициент, учитывающий прочностные свойства породы; осевая нагрузка на породоразрушающий инструмент (долото) и частота его вращения. На сегодняшний день получили распространение 16 таких эмпирических формул [2–5], но единой общепризнанной зависимости такого вида нет [2]. По-видимому, одна из причин создания подобных эмпирических теорий бурения в том, что не удавалось описать сам процесс погружения бурильной колонны в грунт. Казалась бы описывать процесс погружения — это рядовая задача, и она не должна принципиально отличаться от других задач механики. Однако обычные подходы здесь не работали из-за отсутствия метода

корректного ввода силы лобового сопротивления со стороны забоя скважины, как следствие — теории погружения вращающегося твердого тела в грунт не было. Даже в простейшей постановке такая задача вызвала непреодолимые трудности. Без решения указанных вопросов все попытки [10–13] построить соответствующие модели, а через них и элементы теории бурения, заканчивались неудачно. Из-за этого со временем сложилось общее мнение о том, что обычные методы здесь непригодны, и для описания процесса бурения необходимо создавать отдельную теорию, основанную на обработке результатов наблюдений и использовании эмпирических соотношений. Полноценная теория бурения, результаты которой строились бы на основании решения дифференциальных уравнений принятой модели, как это обычно делается, в настоящее время отсутствует.

В существующих монографиях [7–8; 11; 20–22] и публикациях по динамике бурильной колонны (без учета последних работ автора [14–16] и работы [13]) при описании переходных и релаксационных (когда движение долота в поступательном и вращательном движениях может чередоваться с кратковременными заклиниваниями) режимов не принят во внимание сам процесс погружения колонны при углублении забоя скважины. В принимаемых моделях обычно считается либо что породоразрушающий инструмент (долото) упирается в абсолютно твердую поверхность забоя, и тем самым исключается сама возможность погружения колонны [7–9; 20–22], либо — рассматривается высокочастотный стационарный процесс бурения [10–12]. В первом случае изучается не сам процесс бурения, где погружение играет определяющую роль, а состояние

заклинивания бурильного инструмента в поступательном движении. Случай же высокочастотного стационарного режима бурения для приложений не столь интересен. Как следствие, определение скорости и глубины погружения (одни из определяющих показателей эффективности выбранного способа бурения) без использования эмпирических соотношений ранее было просто невозможно. Следует заметить, что процессы бурения при наличии кратковременных заклиниваний погружения бурильной колонны и вращательного движения долота прежде вообще никем, кроме автора работы [13], не рассматривались. В работе [13] хотя и декларировались возможности описания переходных и релаксационных режимов крутильно-продольных автоколебаний бурильной колонны, но предлагалось это делать весьма сомнительным путем, через так называемые определяющие соотношения. По сути своей, эти определяющие соотношения предназначены для изменения аналитического вида самих уравнений движения принятой модели в случае возникновения математических некорректностей при нулевых значениях скоростей. Искусственность такого подхода весьма очевидна, поэтому использование определяющих соотношений не получило дальнейшего развития.

В последних работах автора [14–16] решался принципиальный вопрос о создании метода и теории описания процесса погружения вращающегося твердого тела в грунт. Это удалось сделать прежде всего благодаря использованию аппроксимации Паде [23] для силы лобового сопротивления со стороны забоя. Следует иметь в виду, что идея использования аппроксимации Паде для сил сопротивления принадлежит академику РАН В.Ф. Журавлеву [17–19]. Он и его последователи применили эту идею для решения задач иного плана — при описании скольжения тел с верчением вдоль шероховатой плоскости. В работах автора статьи эта идея была развита для задач на погружение при описании бурения. Динамические модели, введенные в работах [14–16], позволяют описывать и сам процесс погружения бурильной колонны при любом режиме бурения, в том числе с остановками, — в этом заключается их принципиальное отличие от всех существующих моделей. При этом ранее учитывалось только лобовое сопротивление со стороны однородного слоя породы. В данной работе принимаются во внимание еще и такие факторы, как текущий износ долота, силы сопротивления со стороны промывочной жидкости и шлама, натяжение каната талевой системы — параметры, оказывающие определяющее влияние на процесс бурения. Главное отличие вводимой модели от предыдущих моделей автора определяет учет изменения крутильной жесткости бурильной колонны в процессе углубления забоя скважины, что вообще впервые делается в подобных задачах. На основе такой новой модели приводится возможный вариант построения основ строгой теории бурения. Данный подход не исключает возможность последующих уточнений вводимой строгой теории путем рассмотрения более точных динамических моделей бурильной колонны. При необходимости можно устанавливать функциональную зависимость вида (1) между основными параметрами бурения на основе численных решений системы нелинейных диф-

ференциальных уравнений принятой модели, представляя их в графическом виде. Следует отметить, что даже в простейших случаях не удастся получить точной аналитической зависимости вида (1) из-за невозможности получения точных аналитических решений для рассматриваемой существенно нелинейной задачи. Предыдущие динамические модели бурильной колонны [14–16], введенные автором, тоже можно рассматривать как один из начальных вариантов строгой теории бурения.

Следует отметить, что при задании аналитического вида для силы лобового сопротивления Паде аппроксимация позволяет решить сразу несколько вопросов для задач такого типа:

а) учесть качественный характер зависимости для силы сопротивления: прямую пропорциональную зависимость от скорости погружения бурильной колонны и обратную — от угловой скорости вращения долота;

б) избежать некорректностей логического и математического характера при нулевых значениях скоростей погружения и вращения долота;

в) при наличии экспериментальной характеристики наиболее точно аппроксимировать механические свойства породы в забое, в том числе и прочностные;

г) моделировать прерывистость погружения колонны с кратковременными остановками (заклиниванием), что до сих пор в задачах механики удавалось делать только с помощью сил сухого трения;

д) выразить предельное динамическое напряжение, возникающее в породе забоя, через статическое, что позволяет устанавливать простые и ясные условия перехода от состояния заклинивания к режиму погружения колонны и наоборот;

е) весьма просто учитывать меняющуюся степень износа долота в процессе бурения.

Описание модели. Для описания крутильных автоколебаний бурильной колонны будем исходить из простейшей одномассовой модели (рис. 1). Здесь: P — вес груза, создающий постоянное натяжение каната талевой системы и предназначенный для регулирования (разгрузки) осевого давления, оказываемого на долото; ω — постоянная угловая скорость верхнего сечения колонны, которая сообщается в устье скважины со стороны роторного стола; x — продольная координата колонны, определяющая глубину скважины в процессе бурения, по отношению к устью скважины; $c(x)$ — переменная крутильная жесткость бурильной колонны, которая определяется жесткостью обычных бурильных труб и их длиной (пружина); L_{BHA} — длина компоновки нижней части бурильной колонны, состоящей из утяжеленных бурильных труб — цилиндра (эту часть колонны будем считать абсолютно жесткой, так как жесткость утяжеленных труб значительно превышает жесткость обычных труб); φ — угол поворота для нижнего сечения упругой части колонны (пружины). Это значит, что через этот угол определяется положение для цилиндра с присоединенным к нему долотом; будем считать, что долото с этой частью колонны связано жестко. Утяжеленные бурильные трубы (цилиндр) обладают массой m и осевым моментом инерции I . На долото со стороны забоя действуют момент M_c и сила

F_c сопротивления. Кроме того, учтем действие момента сил вязкого сопротивления M_b со стороны промывочной жидкости на долото; согласно [7] примем, что $M_b = a\dot{\varphi}^2$, где a — коэффициент вязкого сопротивления, зависящий от расхода промывочной жидкости (давления) и концентрации шлама в ней. Здесь и далее точкой обозначается производная по времени t .

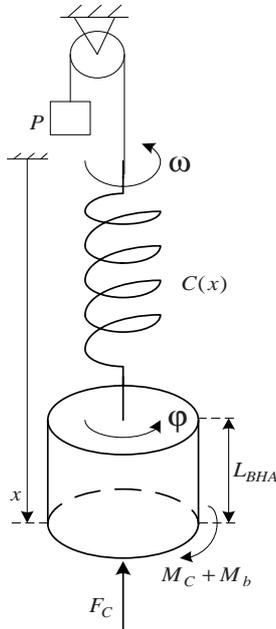


Рис. 1. Динамическая модель одномассовой модели буровой колонны

Упругий момент со стороны колонны (пружины), передающийся на долото, введем в соответствии с законом Гука: $M = -c(\varphi - \omega t)$, где $c = c(x)$ — жесткость, определяемая по формуле:

$$c(x) = \frac{GJ\rho}{x - L_{BHA}},$$

где G, J_ρ — соответственно модуль сдвига и полярный момент инерции поперечного сечения для обыкновенных буровых труб; разность $x - L_{BHA}$ определяет изменяющуюся длину упругой верхней части колонны на текущий момент бурения. Принимая во внимание, что угловая скорость может иметь произвольный знак, а линейная скорость погружения всегда положительна, при контакте долота с забоем аналитическая зависимость для силы сопротивления берется в виде аппроксимации Паде такого вида [14–16]:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + \Delta}. \quad (2)$$

Здесь b, Δ — коэффициенты полиномиальных членов аппроксимации Паде, через которые определяются прочностные свойства породы и предполагается при этом, что их значения определяются на основании экспериментальных данных; R — радиус долота (характер-

ный размер пятна контакта долота с забоем); F_0 — коэффициент пропорциональности, подлежащий определению. Момент сил сопротивления вращению породоразрушающего инструмента со стороны забоя согласно современному представлению [10] равен $M_c = \rho F_c$, то есть:

$$M_c = \rho F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + \Delta}, \quad (3)$$

где ρ — удельный момент сопротивления на единицу давления в забое, имеющий физическую природу, близкую к коэффициенту трения скольжения, который, будем полагать, изменяется согласно закону Кулона (рис. 2):

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \text{sign}\dot{\varphi}, & \text{при } \dot{\varphi} \neq 0; \\ -\rho_1 \leq \rho \leq \rho_1, & \text{при } \dot{\varphi} = 0 \left(\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0} > 1 \right). \end{cases} \quad (4)$$

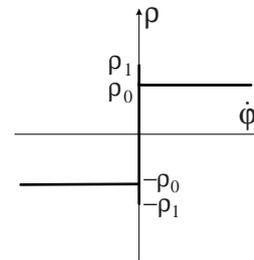


Рис. 2. Закон Кулона

Постановка и решение задачи. Рассматривается процесс погружения буровой колонны в однородном слое породы с учетом возможностей того, что погружение колонны и вращение долота могут чередоваться с кратковременными остановками, по отдельности или одновременно, что предполагает возможности кратковременных заклиниваний:

$$\begin{cases} mg - P - F_c = 0, & \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ m\ddot{x} = mg - P - F_c, & \text{при } \dot{x} > 0; \\ M - M_c - M_b = 0, & \text{при } \dot{\varphi} \equiv 0; \\ I\ddot{\varphi} = M - M_c - M_b, & \text{при } \dot{\varphi} \neq 0; \end{cases} \quad (5)$$

Для данной задачи ключевыми моментами являются определение окончания кратковременной остановки в поступательном движении колонны и определение окончания погружения (или вывод о невозможности этих событий, что также может наблюдаться). Рассмотрим подробнее решение этих вопросов.

Из первого уравнения системы (5) следует, что $F_0 = krmg$, где k — коэффициент динамичности, который определяется по формуле: $k = 1 + \frac{bR}{\Delta}|\dot{\varphi}|$, а r — коэффициент уменьшения давления на породу, создаваемого весом буровой колонны, за счет действия силы натяжения талевого каната: $r = 1 - \frac{P}{mg} > 0$. Тем самым коэффициент пропорциональности F_0 во время кратковременной остановки в поступательном движе-

нии будет менять свое значение из-за изменяющейся угловой скорости долота. Первое уравнение системы

(5) можно представить в таком виде: $\sigma_\partial = \frac{\sigma}{k}$, где

$\sigma = r\sigma_0$ – статическое напряжение в породе, созда-

ваемое давлением колонны ($\sigma_0 = \frac{mg}{s}$ – статическое

напряжение, создаваемое весом данной колонны); s –

площадь пятна контакта между долотом и забоем; σ_∂ – динамическое напряжение, возникающее в поро-

де от давления колонны, с учетом динамического воз-

действия долота на породу (такое воздействие опреде-

ляется через коэффициент динамичности k). Предель-

ное значение динамического напряжения $\sigma_{1\partial}$ в забое

можно выразить аналогичным образом, через предель-

ное статическое напряжение σ_1 , которое возникает в

породе забоя перед началом погружения: $\sigma_{1\partial} = \frac{\sigma_1}{k}$.

Окончания кратковременной остановки поступатель-

ного движения колонны следует ожидать тогда, когда

$\sigma_{1\partial} = \sigma$. Таким образом, в момент начала погружения

колонны при $t = t_*$ коэффициент динамичности k дол-

жен достигнуть своего предельного значения k_* и по-

казывать, во сколько раз статическое предельное на-

пряжение σ_1 уменьшится вследствие динамического

воздействия долота, чтобы началось погружение ко-

лонны: $k_* = \frac{n_1}{r}$, где $n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ – запас прочности породы

в забое на погружение для колонны данного веса. В

дальнейшем будем иметь в виду, что коэффициент за-

паса прочности на погружение n_1 у бурильной колон-

ны с новым острым долотом будет меньше коэффици-

ента запаса прочности со старым, затупленным до-

лотом за счет увеличения площади контакта между до-

лотом и забоем по мере износа долота. Очевидно, что в

процессе бурения долота будет тупиться. Поэтому для

более точного моделирования процесса бурения будем

$$|\dot{\phi}|_* = \left\{ \frac{n_1}{r} [1 + q(x - x_0)] - 1 \right\} \frac{\Delta}{bR}, \quad (6)$$

считать, что $k_* = \frac{n_1}{r} [1 + q(x - x_0)]$, где n_1 – как и ранее,

запас прочности породы в забое, но только теперь уже

для колонны данного веса с новым долотом; x_0 – на-

чальная глубина бурения с новым долотом ($x_0 > L_{ВНА}$);

q – коэффициент, который определяет степень величи-

ны износа долота (показывает рост запаса прочности

породы для данной бурильной колонны по мере износа

долота с увеличением глубины бурения; q определяется

экспериментально для данной породы, с учетом усло-

вий бурения и свойств долота). Значение критической

угловой скорости долота примет вид:

$F_{0*} = n_1 mg [1 + q(x - x_0)]$, которое будет оставаться та-

ким во время погружения колонны. Второе уравнение

системы (5), определяющее дифференциальное урав-

нение погружения бурильной колонны, примет вид:

$$\ddot{x} = rg - n_1 g [1 + q(x - x_0)] \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \Leftrightarrow \quad (7)$$

$$-\sigma_{ин} = \sigma + \sigma_{1\partial},$$

где $\sigma_{ин}$ – напряжение, возникающее от сил инерции.

Равенство (6) показывает, что погружение колонны

происходит при предельном динамическом напряже-

нии грунта, которое в каждый момент времени уравно-

вешивает напряжения, возникающие от давления ко-

лонны и сил инерции. Остановку погружения колонны

следует ожидать тогда, когда одновременно будут вы-

полняться два условия: $\dot{x} = 0$ и $\sigma_{1\partial} > \sigma$; остановка

будет мягкая, так как скорость \dot{x} будет уменьшаться

до нулевого значения плавно, без скачка. Условие

$\sigma_{1\partial} > \sigma$ вторично, и оно равносильно неравенству:

$|\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*$, что говорит о наступлении режима кратко-

временной остановки в этом случае. Следует иметь в

виду, что само по себе условие $\sigma_{1\partial} > \sigma \Leftrightarrow |\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*$ не-

достаточно для остановки погружения колонны, так

как за счет влияния сил инерции может оказаться, что

скорость \dot{x} еще не успевает достичь нулевого значе-

ния. Тем самым ранее сделанное уточнение в работах

автора [15; 16] о том, что остановку погружения следу-

ет фиксировать только по предельному динамическому

напряжению $\sigma_{1\partial} > \sigma$ являлось ошибочным; жесткой

остановки, которая будет сопровождаться ударом, тоже

не будет.

В случае, когда $\dot{x} = 0$ и $\sigma_{1\partial} \leq \sigma \Leftrightarrow \dot{x} = 0$ и $|\dot{\phi}| \geq |\dot{\phi}|_*$,

остановки погружения не произойдет, будет лишь

мгновенная остановка с последующим продолжением

погружения.

Отметим, что при $|\dot{\phi}| < |\dot{\phi}|_*$ движение долота будет

соответствовать режиму «stick – slip» («прихват – про-

скальзывание» или, по-другому, «залипание – про-

скальзывание»). Такой режим, «stick – slip», характери-

зуется периодическим или почти периодическим при-

хватом долота, во время которого оно останавливается,

и последующим проскальзыванием по поверхности

забоя без погружения колонны (что может произойти

перед началом режима погружения или при его невоз-

можности). При этом длительность режима «stick –

slip» может достигать нескольких минут, и максималь-

ная интенсивность колебаний наблюдается в нижней

части бурильной колонны [25], что может приводить к

снижению скорости проходки и вызвать повреждение

долота [24]. Согласно формуле (6), по мере затупления

долота длительность режимов «stick – slip» будет воз-

растать. Можно отметить, что в прежних классических

моделях бурильной колонны, когда процесс погруже-

ния не учитывался, моделирование крутильных авто-

колебаний релаксационного типа фактически означало

попытку описания только режимов «stick – slip».

С учетом сделанных выше замечаний приведенная одно-массовая динамическая модель бурильной колонны будет описываться следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} \equiv 0, \quad \text{при } |\dot{\phi}| < \left\{ \frac{n_1}{r} [1 + q(x - x_0)] - 1 \right\} \frac{\Delta}{bR}; \\ \ddot{x} = rg - n_1 g [1 + q(x - x_0)] \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta}, \quad \text{при } \dot{x} > 0; \\ \dot{\phi} \equiv 0, \quad \text{при } \frac{GJ_\rho |\varphi - \omega t|}{x - L_{BHA}} < \begin{cases} \rho_1 r m g, & \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_1 n_1 [1 + q(x - x_0)] m g, & \text{при } \dot{x} > 0; \end{cases} \\ I\ddot{\phi} + a\dot{\phi}^2 \text{sign}\dot{\phi} + \frac{GJ_\rho (\varphi - \omega t)}{x - L_{BHA}} = \begin{cases} -\rho_0 r m g \text{sign}\dot{\phi}, & \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ -\rho_0 n_1 m g [1 + q(x - x_0)] \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\phi}| + \Delta} \text{sign}\dot{\phi}, & \text{при } \dot{x} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

Остановка погружения будет происходить, когда одновременно:

$$\dot{x} = 0 \quad \text{и} \quad |\dot{\phi}| < \left\{ \frac{n_1}{r} [1 + q(x - x_0)] - 1 \right\} \frac{\Delta}{bR}, \quad (9)$$

а окончание вращательного движения долота — когда одновременно:

$$\dot{\phi} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{GJ_\rho |\varphi - \omega t|}{x - L_{BHA}} \leq \begin{cases} \rho_0 r m g, & \text{при } \dot{x} \equiv 0; \\ \rho_0 n_1 [1 + q(x - x_0)] m g, & \text{при } \dot{x} > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Обозначив точкой производную по времени τ , далее перейдем к безразмерным переменным:

$$\tau = \sqrt{\frac{GJ_\rho}{IL_{BHA}}} t, \quad \xi = \frac{GJ_\rho}{\rho_0 m g L_{BHA}} (\varphi - \omega t), \quad \eta = \frac{1}{L_{BHA}} x$$

$$\begin{cases} \dot{\eta} \equiv 0, \quad \text{при } |\dot{\xi} + \Omega| < \left\{ \frac{n_1}{r} [1 + \kappa(\eta - \eta_0)] - 1 \right\} \frac{\delta}{\alpha}; \\ \ddot{\eta} = r\chi - n_1 \chi [1 + \kappa(\eta - \eta_0)] \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + \alpha|\dot{\xi} + \Omega| + \delta}, \quad \text{при } \dot{\eta} > 0; \\ \dot{\xi} \equiv -\Omega, \quad \text{при } \frac{|\dot{\xi}|}{\eta - 1} < \begin{cases} r\varepsilon, & \text{при } \dot{\eta} \equiv 0; \\ n_1 \varepsilon [1 + \kappa(\eta - \eta_0)], & \text{при } \dot{\eta} > 0; \end{cases} \\ \ddot{\xi} + \beta \dot{\xi}^2 \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega) + \frac{\xi}{\eta - 1} = \begin{cases} -r \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & \text{при } \dot{\eta} \equiv 0; \\ -n_1 [1 + \kappa(\eta - \eta_0)] \frac{\dot{\eta} + \delta}{\dot{\eta} + \alpha|\dot{\xi} + \Omega| + \delta} \text{sign}(\dot{\xi} + \Omega), & \text{при } \dot{\eta} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

Остановка погружения будет происходить, когда одновременно:

$$\dot{\eta} = 0 \quad \text{и} \quad |\dot{\xi} + \Omega| < \left\{ \frac{n_1}{r} [1 + \kappa(\eta - \eta_0)] - 1 \right\} \frac{\delta}{\alpha}, \quad (12)$$

а окончание вращательного движения долота — когда одновременно:

$$\dot{\xi} = -\Omega \quad \text{и} \quad \frac{|\dot{\xi}|}{\eta - 1} \leq \begin{cases} r, & \text{при } \dot{\eta} \equiv 0; \\ n_1 [1 + \kappa(\eta - \eta_0)], & \text{при } \dot{\eta} > 0. \end{cases} \quad (13)$$

и параметрам:

$$\Omega = \frac{1}{\rho_0 m g} \sqrt{\frac{IGJ_\rho}{L_{BHA}}} \omega, \quad \chi = \frac{gI}{GJ_\rho}, \quad \beta = \frac{a\rho_0 m g L_{BHA}}{IGJ_\rho},$$

$$\delta = \sqrt{\frac{I}{GJ_\rho L_{BHA}}} \Delta, \quad \alpha = \frac{b\rho_0 m g R}{GJ_\rho}, \quad \kappa = \frac{q}{L_{BHA}},$$

$$r = 1 - \frac{P}{m g}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad n_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}.$$

Сформулированная задача (8) – (10) в безразмерном виде запишется следующим образом:

Система уравнений (11) с учетом условий (12), (13) представляет собой полный алгоритм для проведения численного моделирования происходящих процессов — крутильных автоколебаний одномассовой модели бурильной колонны при углублении забоя скважины в однородном слое породы при вращательном способе бурения. Выводы предлагаемой строгой теории бурения строятся на основе зависимостей (11) – (13) и результатов численного моделирования. Нахождение точных аналитических решений здесь вряд ли возможно.

Автором составлена и отлажена программа, своего рода симулятор, позволяющий имитировать процесс бурения в однородном слое породы путем численного моделирования на компьютере. Такой симулятор позволяет наглядно следить за происходящими процессами, определять, как те или иные параметры влияют на процесс бурения, и находить их оптимальные значения. Для программы-симулятора в качестве исходных задаются параметры, определяющие прочностные свойства породы: $b, \Delta, \sigma_1, n_1, \rho_0, \varepsilon$; износ долота и расход промывочной жидкости — q, a ; параметры самой бурильной колонны с частотой вращения ротора — m, I, R, L_{BHA}, ω ; степень разгрузки осевого давления — r ; начальная глубина бурения и планируемая длительность имитации процесса бурения — x_0, t_{max} . Результаты пробного счета показаны на рис. 3 – 10. Здесь параметры бурильной колонны для пробного счета брались из работы [26], выраженные в системе СИ: для утяжеленной части колонны (ВНА) ее длина $L_{BHA} = 180$, внешний и внутренний диаметры — $D_{BHAe} = 0.21, D_{BHAi} = 4D_{BHAe} / 5 = 0.168$;

для основных бурильных труб (DS) внешний и внутренний диаметры — $D_{DSe} = 0.13, D_{DSi} = 4D_{DSe} / 5 = 0.104$; диаметр долота — $D = 0.3$; плотность материала, коэффициент Пуассона, модули Юнга и сдвига для обыкновенных и утяжеленных труб принимались одинаковыми — $\rho_c = 7800, \nu = 0.3, E = 2.1 \cdot 10^{11}, G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 8.1 \cdot 10^{10}$.

Тем самым, для принятой модели (рис. 1):

$$m = \frac{\pi}{4} (D_{BHAe}^2 - D_{BHAi}^2) \rho_c L_{BHA} = 17489;$$

$$I = \frac{\pi}{32} (D_{BHAe}^4 - D_{BHAi}^4) \rho_c L_{BHA} = 158.267;$$

$$J_\rho = \frac{\pi}{4} (D_{DSe}^4 - D_{DSi}^4) = 1.656 \cdot 10^{-5}.$$

В приведенных примерах параметры для численного моделирования, определяющие прочностные свойства породы, износ долота и расход промывочной жидкости, задавались произвольно ввиду отсутствия у автора соответствующих экспериментальных данных. Поэтому примеры носят чисто иллюстративный характер и лишь частично показывают возможности строгой теории бурения и программы-симулятора, а также некоторые качественные особенности, присущие процессу бурения. Значения отдельных таких параметров задавались явно завышенными, чтобы иметь возможность наглядно наблюдать динамику процесса на малом интервале изменения времени. Все значения на графиках в рассматриваемых примерах выводятся в размерных единицах системы СИ и в реальном времени. На рис. 3, 4 показаны два примера обычных, не хаотичных режимов бурения. На рис. 5 – 10 представлены два хаотичных режима бурения, обнаруженные при выбранных данных на начальной глубине 2 880 и 5 180 м (в сравнении — при

малом изменении начальной глубины). Как видно на этих рисунках, весьма малое изменение начальной глубины бурения (для этих двух случаев) может приводить к качественным изменениям протекающего процесса. Что интересно, хаотичность может полностью исчезнуть при тех же параметрах при бурении на других глубинах. Первые численные эксперименты показывают, что выйти на детерминированный хаос удается не часто.

Для случая бурения многослойной скважины будем полагать, что на глубине h залегает другой однородный слой породы мощностью h_2 . Очевидно, что уравнения движения бурильной колонны в новом слое запишутся в аналогичном виде (8) – (10) или (11) – (13), введенные для первого слоя. Только в этих уравнениях следует сделать такие замены величин, характеризующие механические свойства для породы второго слоя:

$b = b_2$ или $\alpha = \alpha_2$; $\Delta = \Delta_2$ или $\delta = \delta_2$; $\sigma_1 = \sigma_{21}$; $n_1 = n_2$;
 $\rho_0 = \rho_{02}$; $\rho_1 = \rho_{12}$; $\varepsilon = \varepsilon_2$, $\kappa = \kappa_2$. Кроме того, нужно будет определить, в каком режиме будет работать долото при переходе из одного слоя в другой. Последнее нуждается в дополнительном анализе происходящих процессов.

Как уже отмечалось ранее, при погружении в однородном слое в любой момент времени соблюдается баланс между напряжениями, создаваемыми давлением колонны, силами инерции и предельным сопротивлением породы: $\sigma_{1d} = \sigma + \sigma_{ин}$. В момент перехода долота в новый слой этот баланс будет нарушен, так как изменение прочностных свойств породы приведет к скачкообразному изменению значения динамического предельного напряжения сопротивления породы: $\sigma_{1d} \rightarrow \sigma_{2d}$. Возможны следующие варианты:

1. $\dot{x} = 0$: в новом слое будет либо кратковременная остановка, если $|\phi| < |\phi|_*$, либо — мгновенная, если $|\phi| \geq |\phi|_*$; здесь, аналогично формуле (6):

$$|\phi|_* = \left\{ \frac{n_2}{r} [1 + \kappa(\eta - \eta_0)] - 1 \right\} \frac{\Delta_2}{b_2 R}; n_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_0};$$

2. $\dot{x} > 0$ и $\sigma_{2d} \leq \sigma_{1d}$ (не более твердая порода): в новом слое погружение продолжится без остановки;

3. $\dot{x} > 0$ и $\sigma_{2d} > \sigma_{1d}$ (более твердая порода): при вхождении в новый, более твердый слой произойдет удар, и далее либо продолжится погружение по дифференциальному уравнению нового слоя, либо произойдет остановка, кратковременная или мгновенная.

Первые два варианта весьма очевидны, третий вариант необходимо рассмотреть подробнее.

Будем полагать, что при вхождении в более твердый слой долотом во время удара преодолеваются упругие деформации породы, подчиняющиеся закону Гука (разрушающее действие долота при этом еще не успевает сказаться на породе из-за малой продолжительности удара). Затем за счет действия долота начинается процесс разрушения породы — силу сопротивления со стороны породы на этой фазе, как и ранее, будем представлять в виде аппроксимации Паде. Раз-

рушающее действие долота в этот момент может быть достаточным или наоборот недостаточным для начала погружения.

В тех случаях, когда предусматривается бурение не в одном, а в нескольких слоях, следует определять заново для каждого нового i -го слоя породы полиномиальные коэффициенты α_i, δ_i , коэффициенты запаса прочности, износа долота и скачка трения $n_{1i}, \kappa_i, \varepsilon_i$, исходя из экспериментальных данных, после чего сделать замены: $\alpha = \alpha_i; \delta = \delta_i; n_1 = n_{1i}; \varepsilon = \varepsilon_i$. Сами дифференциальные уравнения (11) с условиями (12), (13) будут оставаться прежними. Кроме того, чтобы определить, в какой момент времени следует делать эти замены, необходимо знать глубину залегания h_i каждого нового однородного слоя породы от устья скважины. При переходе от одного слоя к другому необходимо каждый раз определять начальный режим движения для колонны в поступательном движении, и для долота — во вращательном движении. Здесь возможны следующие сценарии развития событий для колонны в поступательном движении в новом слое: погружение продолжится; погружение продолжится через мгновенную остановку в поступательном движении; погружение прекратится вследствие удара, т. е. когда текущая скорость погружения скачкообразно уменьшится до нулевого значения (угловая скорость долота

также скачкообразно уменьшится до некоторого значения, вообще говоря, отличного от нулевого). Для вращательного движения долота все выглядит гораздо прозаичнее: уравнения и их решения не подразумевают каких-либо качественных изменений.

В момент вхождения долота в новый слой предельное динамическое напряжение породы скачкообразно изменится: $\sigma_{10} \rightarrow \sigma_{10i}$, так как $\sigma_1 \rightarrow \sigma_{1i}$, т. е. $n_1 \rightarrow n_{1i}$. Если будет выполняться условие: $\sigma_{10i} \leq \sigma + \sigma_{ин}$, то погружение колонны продолжится, но уже согласно новому дифференциальному уравнению. Если окажется, что $\sigma_{10i} > \sigma + \sigma_{ин}$, то произойдет либо мгновенная остановка в поступательном движении с последующим погружением, либо кратковременная остановка. Эти остановки будут жесткими, так как текущая скорость погружения, на этот момент $\dot{\eta} > 0$, должна будет скачкообразно уменьшиться до нулевого значения, т. е. остановки будут сопровождаться ударом. Для описания двух последних сценариев развития событий следует использовать теорему импульсов в момент удара при вхождении в новый слой — как для погружения колонны, так и для вращательного движения долота; это необходимо для определения начальных скоростей вхождения в новый слой.

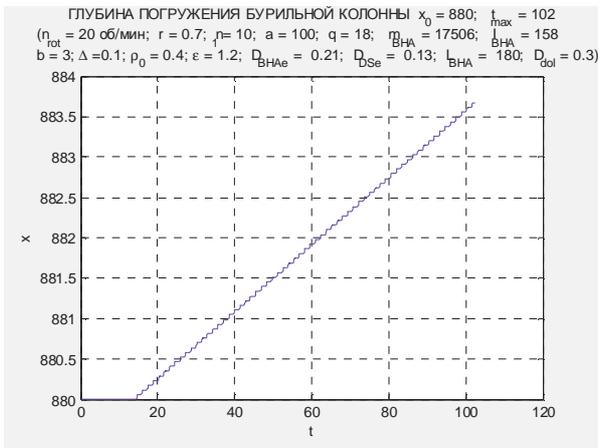


Рис. 3. Пример 1: обычный, не хаотичный процесс бурения при $x_0 = 880; n = 20 \text{ об / мин}; a = 100; q = 18$.

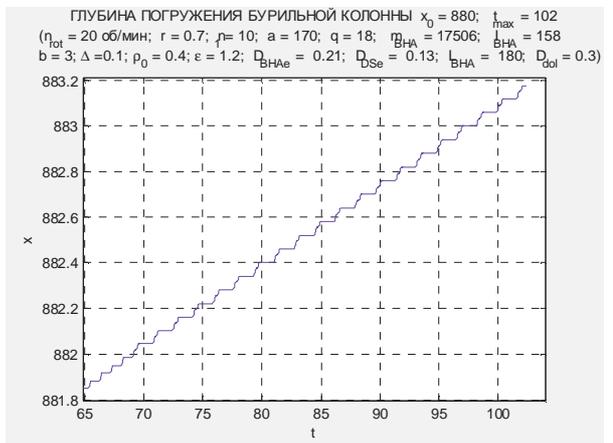
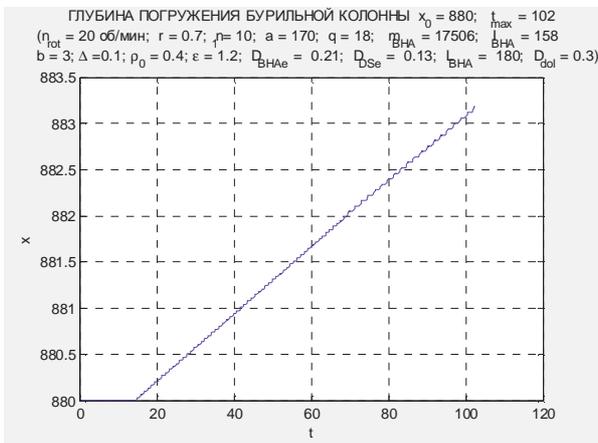
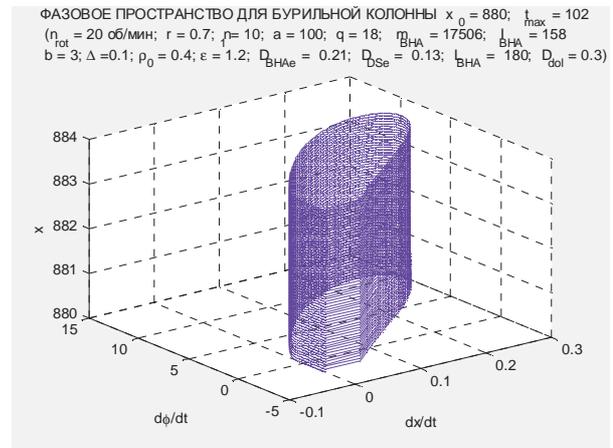


Рис. 4. Пример 2: обычный, не хаотичный процесс бурения при $x_0 = 880; n = 20 \text{ об / мин}; a = 170; q = 18$.

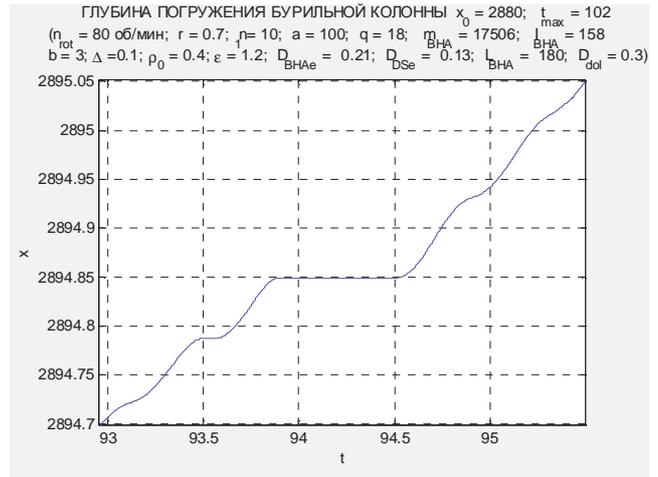
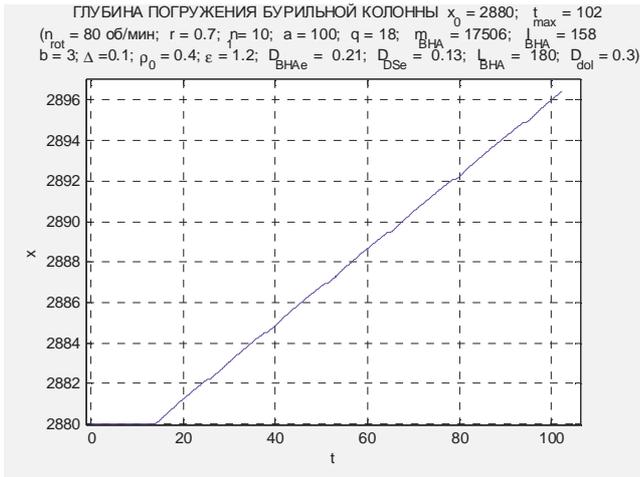


Рис. 5. Пример 3: хаотичный процесс бурения при $x_0 = 2880$; $n = 80 \text{ об/мин}$; $a = 100$; $q = 18$.

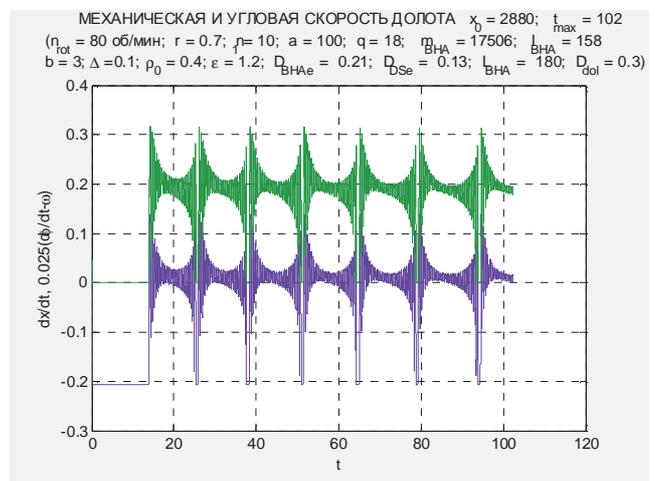
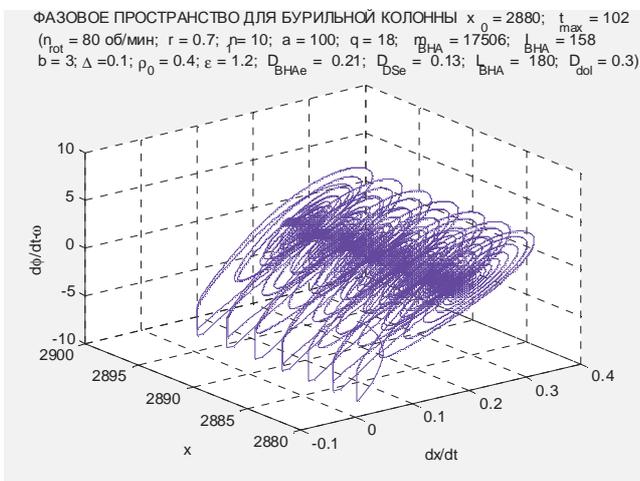


Рис. 6. Пример 3: хаотичный процесс бурения при $x_0 = 2880$; $n = 80 \text{ об/мин}$; $a = 100$; $q = 18$.

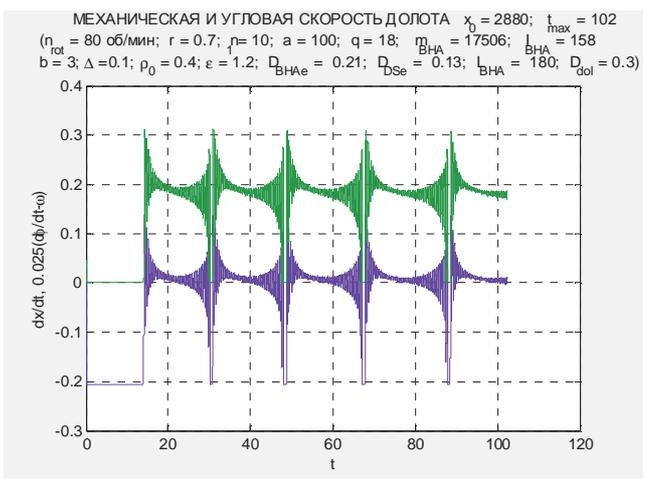
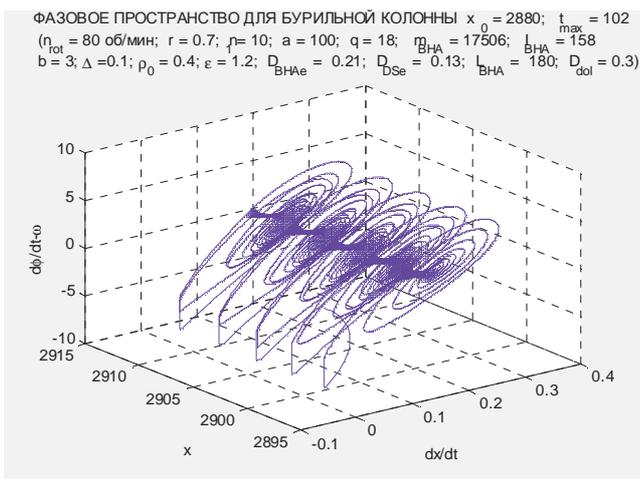


Рис. 7. Пример 4: хаотичный процесс бурения при $x_0 = 2880 + 1.8$; $n = 80 \text{ об/мин}$; $a = 100$; $q = 18$.

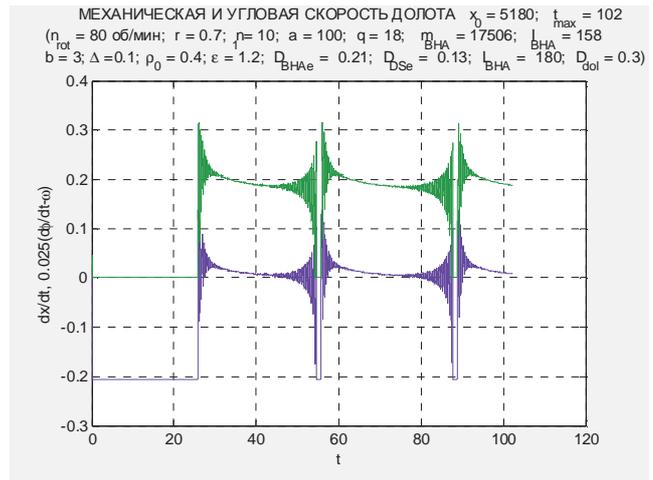
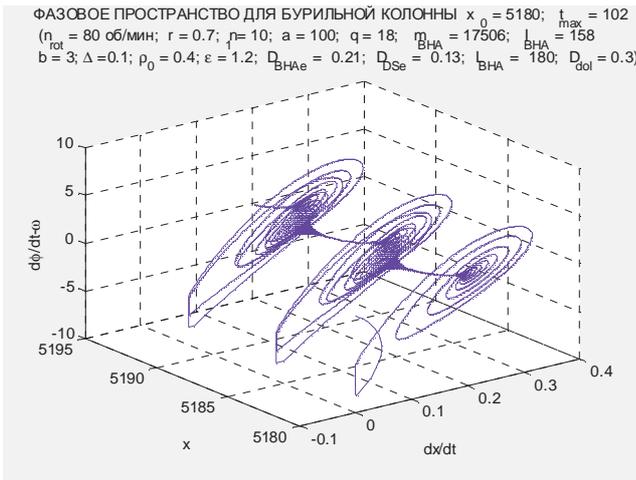


Рис. 8. Пример 5: хаотичный процесс бурения при $x_0 = 5180$; $n = 80 \text{ об/мин}$; $a = 100$; $q = 18$.

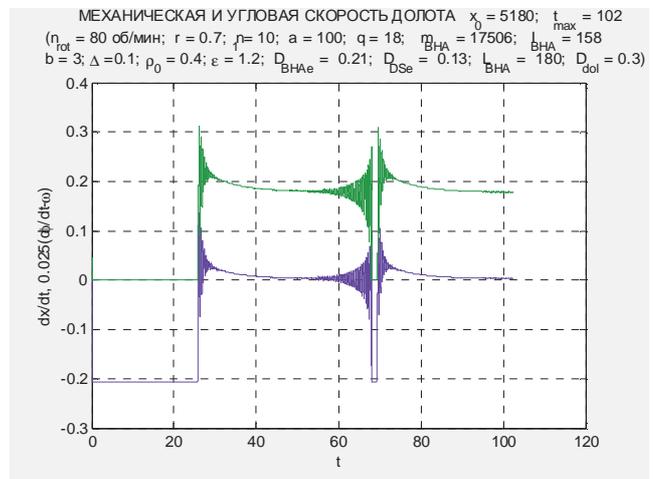
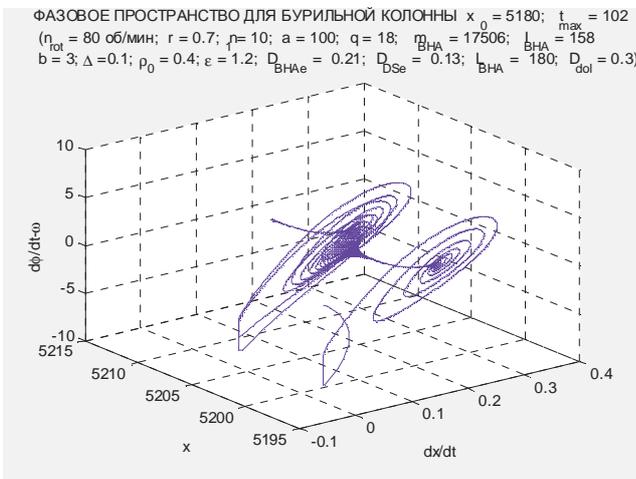


Рис. 9. Пример 6: хаотичный процесс бурения при $x_0 = 5180 + 18$; $n = 80 \text{ об/мин}$; $a = 100$; $q = 18$.

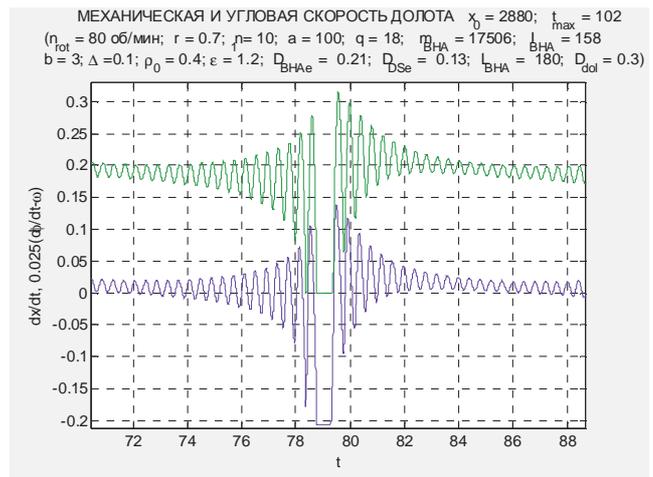
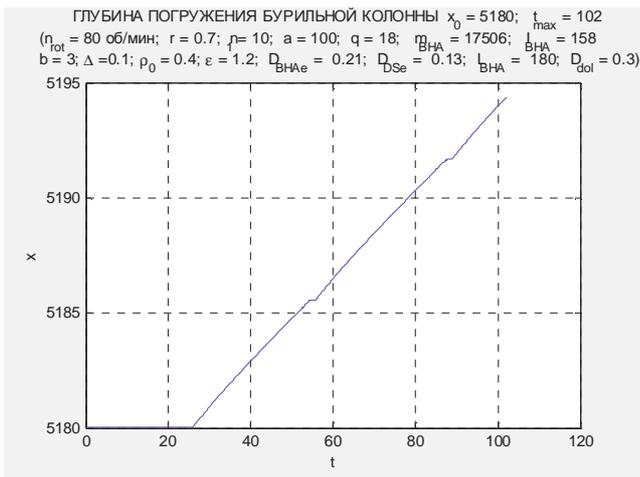


Рис. 10. Дополнения к примерам 5 и 3

Выводы

1. Приведен начальный вариант строгой теории бурения, который можно брать за основу для последующих уточнений и развития теории.
2. Введена принципиально новая одномассовая и более точная по сравнению с предыдущими динамическая модель бурильной колонны для описания кру-

тильных автоколебаний релаксационного типа с учетом процесса погружения по мере углубления забоя скважины при вращательном способе бурения. Впервые учитываются переменная крутильная жесткость колонны, износ долота, влияние натяжения каната талевой системы и действие промывочной жидкости.

3. Полученные уравнения и условия (11) – (13) дают полный алгоритм для проведения численного моделирования крутильных автоколебаний, возникающих в бурильной колонне при углублении однородного слоя забоя скважины вращательным способом бурения.

4. Дан алгоритм для численного моделирования процесса бурения при прохождении нескольких однородных слоев породы в забое.

5. Предварительный численный анализ приведенных уравнений предложенной строгой теории бурения в однородных слоях позволяет установить следующее:

а) увеличение осевой нагрузки на долото или увеличение частоты вращения ротора приводит к увеличению механической скорости бурения, что является подтверждением экспериментальных и промысловых данных;

б) уменьшение крутильной жесткости колонны по мере углубления скважины приводит к уменьшению угловой скорости вращения долота и механической скорости бурения, что говорит о возможности полной остановки бурения;

с) уменьшение крутильной жесткости колонны по мере углубления скважины может приводить к возникновению релаксационных режимов бурения или к их усилению;

д) расход промывочной жидкости (действие вязкого трения) при превышении определенной предельной величины (давления) может приводить к затуханию релаксационного режима бурения, т. е. кратковременные остановки (заклинивания) как во вращательном, так и в поступательном движениях со временем прекращаются, проявляется как бы «эффект смазки». Затухание релаксационного режима в большинстве случаев приводит к увеличению механической скорости бурения;

е) износ долота приводит к уменьшению механической скорости бурения, а также может вызвать возникновение релаксационных режимов бурения или их усиление;

ф) износ долота приводит к увеличению длительности возможных режимов «stick – slip», а наличие вязкого сопротивления, наоборот, к их уменьшению;

г) только значительное вязкое сопротивление и заметный износ долота могут приводить к появлению экстремумов на незначительном временном интервале для зависимостей: $v_m = v_m(P)$ и $v_m = v_m(n)$, что, по-видимому, объясняет частое их отсутствие [6] на экспериментальных кривых при получении эмпирических зависимостей (1) для выбора оптимальных режимов бурения;

h) приведенная модель очень просто объясняет эффект «стартовой нагрузки» [1–5] (начало бурения не с нулевой нагрузки на долото) при получении экспериментальных зависимостей $v_m = v_m(P)$: согласно приведенной формуле (6), при незначительном осевом давлении для начала погружения бурильной колонны долото должно приобрести очень большую угловую скорость вращения, что может быть недостижимо на задаваемом диапазоне изменения частоты вращения ротора;

и) возможны хаотичные режимы бурения, что было показано и ранее для более простой модели бурильной колонны [14], которую можно рассматривать как частный случай новой модели;

ж) уравнения строгой теории (11) – (13) позволяют оптимально выбирать как осевое давление на долото, так и длину участка утяжеленных труб (определять параметры компоновки нижней части бурильной колонны (КНБК)), что в настоящее время делается без каких-либо строгих обоснований и весьма приблизительно, на основе имеющегося опыта ведения буровых работ и пробного бурения. Существенно, что значения этих величин зависят от глубины бурения вследствие изменяющейся жесткости колонны и, следовательно, должны периодически корректироваться при проведении промысловых работ;

к) в случае необходимости, при наличии данных о прочностных свойствах породы, исходя из численных решений уравнений (11) – (13), можно установить графическую зависимость $v_m = f(a, P, n)$, что ранее делалось лишь эмпирически для обоснования существующих теорий бурения;

л) неодинаковость экспериментальных зависимостей вида $v_m = f(a, P, n)$, помимо отличия мест, где проводилось бурение, а значит, и механических свойств породы, можно объяснить еще и тем, что они были получены на разных глубинах бурения и при разных КНБК.

Конкретные результаты численного моделирования, подтверждающие приведенные выводы строгой теории, будут опубликованы в следующей работе автора.

Литература

1. Федоров В.С. Проектирование режимов бурения. М.: Гостоптехиздат, 1958. 215 с.
2. Потапов Ю.Ф., Махонько В.Д., Шевалдин П.Е. Исследование зависимостей показателей работы долот от параметров режима бурения. Научно-технические обзоры, М., ВНИИОЭНГ, 1971.
3. Синеев С.В. Модели процесса бурения и их практическое использование // Вестн. Ассоциации буровых подрядчиков. 2009. № 3. С. 35-44.
4. Синеев С.В. Использование моделей процесса бурения в оперативной коррекции его режимов // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. 2010. № 2. С. 17-23.
5. Синеев С.В. Режимы бурения и особенности дифференциального давления в формировании механической скорости // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. 2012. № 3. С.7-14.
6. Ситников Н.Б. Моделирование и оптимизация процесса бурения геологоразведочных скважин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Екатеринбург, 2000. 41 с.
7. Балицкий П.В. Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважины. М.: Недра, 1975. 293 с.
8. Керимов З.Г. Динамические расчеты бурильной колонны. М.: Недра, 1970. 160 с.
9. Белокобыльский С.В., Ветюков М.М., Нагаев Р.Ф. О фрикционных автоколебаниях бурильной колонны // Изв. АН СССР. Машиноведение. 1982. № 2. С. 15-20.
10. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СППИ (ТУ), 1996. 155 с.

11. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М.: Машиностроение, 2002. 209 с.
12. Нургалеев А.Р., Тихонов В.С. Численное моделирование колебаний КНБК в режиме stick-slip при бурении долотами PDC // Нефть. Газ. Новации. 2011. № 1 (144). С.12-15.
13. Ветюков Ю.М. Крутильные колебания бурильной колонны с долотом режущего типа: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2004. 16 с.
14. Коронатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны и численное описание крутильных автоколебаний во время проходки - углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 1 (25). С. 48-59.
15. Коронатов В.А. Теория погружения бурильной колонны на примере описания крутильно-продольных автоколебаний релаксационного типа // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 4 (28). С. 67-78.
16. Коронатов В.А. Релаксационные крутильные автоколебания бурильной колонны при вибровращательном способе углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 2 (30). С. 39-48.
17. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т компьютерных исследований, 2010. 164 с.
18. Журавлев В.Ф., Киреевков А.А. О разложении Паде в задаче о двумерном кулоновом трении // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 2. С. 3-14.
19. Киреевков А.А., Семендяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Аэрокосмические исследования, прикладная механика: тр. МФТИ. 2010. Т. 2, № 3. С. 174-181.
20. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.
21. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 264 с.
22. Юнин Е.К. Низкочастотные колебания бурильного инструмента. М.: Недра, 1983. 132 с.
23. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.
24. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. 2002. SPE 77616.
25. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. Int. J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 1992. № 29 (1). P. 13-23.
26. Tucker R.W., Wang C. Torsional Vibration Control and Cosserat Dynamics of a Drill-Rig Assembly // Meccanica. 2003. Vol. 38. P. 143-159.
5. Sineev S.V. Modes drilling and especially the differential pressure in the formation of a mechanical speed // Construction of oil and gas wells by land and by sea. 2012. № 3. P. 7-14.
6. Sitnikov N.B. Simulation and optimization of process of drilling exploratory wells: avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk. Ekaterinburg, 2000. 41 p.
7. Balitskii P.V. Interaction of the drillstring with the borehole bottom. M.: Nedra, 1975. 293 p.
8. Kerimov Z.G. Dynamic calculations of the drill string. M.: Nedra, 1970. 160 p.
9. Belokobyl'skii S.V., Vetyukov M.M., Nagaev R.F. About frictional self-oscillations of the drill string // Izv. AN SSSR. Mashinovedenie. 1982. № 2. P. 15-20.
10. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.
11. Belokobyl'skii S.V. Dynamics of systems with dry friction and its application to problems of mining mechanics. M.: Mashinostroenie, 2002. 209 p.
12. Nurgaleev A.R., Tikhonov V.S. Numerical modeling of the BHA vibrations in the stick-slip mode for drilling bits PDC // Neft'. Gaz. Novatsii. 2011. № 1 (144). P. 12-15.
13. Vetyukov Yu.M. Torsional vibrations of the drill string to the bit cutting type: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. SPb., 2004. 16 p.
14. Koronатов V.A. The new dynamic model of the drill string and numerical description of torsion of oscillation during penetration - deepening downhole // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 1 (25). P. 48-59.
15. Koronатов V.A. Theory dive drill string on the example description torsionally longitudinal relaxation type of oscillation // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 4 (28). P. 67-78.
16. Koronатов V.A. Relaxation torsional oscillations of a drill-string under vibratory rotary drilling of a downhole // Systems. Methods. Technologies. 2016. № 2 (30). P. 39-48.
17. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in mechanical problems. M.; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika»: In-t komp'yuternykh issledovaniy, 2010. 164 p.
18. Zhuravlev V.F., Kireenkov A.A. About Padé expansion in the problem of two-dimensional Coulomb friction // Izv. RAN. MTT. 2005. № 2. P. 3-14.
19. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Related model of sliding friction and spinning: from theory to experiment // Aerokosmicheskie issledovaniya, prikladnaya mekhanika: tr. MFTI. 2010. T. 2, № 3. P. 174-181.
20. Yunin E.K., Khagai V.K. Dynamics of deep drilling. M.: Nedra-Biznesstsentr, 2004. 286 p.
21. Yunin E.K. Self-oscillations in deep drilling. M.: LIBROKOM, 2013. 264 p.
22. Yunin E.K. Low-frequency vibrations of the drilling tool. M.: Nedra, 1983. 132 p.
23. Beiker Dzh. (мл.), Greis-Morris P. Pade Approximation: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.
24. Richard T., Detournay E., Fear M., Miller B., Ciauton R. Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of PDC bits. 2002. SPE 77616.
25. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model of the drilling action of drag bits. Int. J. Rock. Mtch. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 1992. № 29 (1). P. 13-23.
26. Tucker R.W., Wang C. Torsional Vibration Control and Cosserat Dynamics of a Drill-Rig Assembly // Meccanica. 2003. Vol. 38. P. 143-159.

References

1. Fedorov V.S. Design of drilling modes. M.: Gostoptekhizdat, 1958. 215 p.
2. Potapov Yu.F., Makhon'ko V.D., Shevaldin P.E. Research dependencies performance bits from drilling mode settings. Scientific and technical reviews. M., VNIIOENG, 1971.
3. Sineev S.V. Models of the drilling process and their practical use // REPORTER of the Association of Drilling Contractors. 2009. № 3. P. 35-44.
4. Sineev S.V. Using the model of the drilling process in the surgical correction of its modes // Construction of oil and gas wells by land and by sea. 2010. № 2. P. 17-23.