

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.752, 621:534;833; 888.6

Импедансные подходы как одна из форм оценки динамических свойств механических колебательных систем в структурном математическом моделировании

С.В. Белокобыльский^{1 a}, С.В. Елисеев^{2 b}, В.Б. Кашуба^{1 c}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^arector@brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^cplemya@rambler.ru

Статья получена 24.10.2015, принята 7.11.2015

Предлагается метод преобразования математических моделей колебательных систем, основанный на использовании структурных схем. Структурные аналоги математических моделей используются для построения вариантов передаточных функций исходных механических систем. Предложена технология преобразования структурных схем, содержащих в своем составе объект, свойства которого отображаются интегрирующим звеном второго порядка. Показано, что импеданс является локальной характеристикой частотных динамических свойств механических колебательных систем, в т. ч. систем вибрационной защиты. Понятие импеданса связано с технологиями оценки динамических свойств механических систем, в которых выбирается точка приложения входного воздействия в виде силы с соответствующим измерением скорости движения массоинерционного элемента. Получены характеристики — аналоги импеданса, построенные на основе использования перемещений и ускорений выделяемых точек. Получены условия взаимных связей частотных характеристик. Определены условия совместимости структурных моделей теории механических цепей и теории автоматического управления. Получил развитие обобщенный подход к выбору передаточных форм, получаемых из структурных схем, обладающих возможностями отображения динамических свойств систем.

Ключевые слова: импеданс; структурная схема; структурная математическая модель; передаточная функция; структурные преобразования.

Impedance approaches as an estimation form for dynamical properties of mechanical oscillation systems in structural mathematical modelling

S.V. Belokobil'skiy^{1 a}, S.V. Eliseev^{2 b}, V.B. Kashuba^{1 c}

¹Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

²Irkutsk State Transport University; 15, Chernishevsky St., Irkutsk, Russia

^arector@brstu.ru, ^beliseev_s@inbox.ru, ^cplemya@rambler.ru

Received 24.10.2015, accepted 7.11.2015

Method, based on structural schemes, has been proposed to transform mathematical models of oscillation systems. Structural analogs of mathematical models have been used to construct variants of transfer functions for initial mechanical systems. Technology has been offered to transform structural schemes with an object which has the properties with integrated link of the second order. It has been shown that the impedance is a local characteristic for frequency-dynamic properties of mechanical oscillation systems, vibration protection systems, in particular. The concept of impedance is associated with estimation technologies for dynamic properties of mechanical systems, in which the point is selected to apply the input action in the form of the force with the respective speed measurement of a baricentric element. Characteristics have been received which are analogs of impedance constructed on the basis of using movements and accelerations of the points. Conditions have been received for mutual ties of frequency characteristics. Compatibility conditions have been identified for structural models of mechanical chain theory and automation control theory. Generalized approach has been developed for the selection of transfer forms obtained from structural schemes with capabilities to display dynamic properties of systems.

Key words: impedance; structural scheme; structural mathematical model; transfer function; structural transformations.

Введение. В решении задач механики машин широкое применение находят расчетные схемы в виде механических цепей и структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления [1–4]. Интересные приложения структурной теории обозначались в решении задач вибрацион-

ной защиты машин и оборудования, транспортной динамики, что нашло отражение в ряде работ [5–7].

Представление технических объектов в виде структурных математических моделей имеет ряд преимуществ перед обычными подходами из-за простоты представления возникающих динамических связей. Такие связи возникают при соединении между собой элементарных типовых звеньев колебательных систем. В целом развитие структурного математического моделирования позволило ввести в рассмотрение ряд новых идей о расширении набора типовых элементов виброзащитных систем, квазипружин, рычажных связей и др. [8–10]. В меньшей степени разработаны подходы, основанные на использовании технологии применения импедансов, хотя структурные модели в этом плане обладают определенным потенциалом [11–13].

В предлагаемой статье развивается обобщенный подход к выбору передаточных форм, получаемых из структурных схем, обладающих возможностями отображения динамических свойств систем.

I. Общие положения. Постановка задачи исследования. На рис. 1 а – д представлена расчетная схема виброзащитной системы в виде цепной механической колебательной системы с двумя степенями свободы. На рис. 1а в качестве объекта защиты может выступать твердое тело m_1 или m_2 , в зависимости от особенностей задач динамического синтеза. Система на рис. 1а имеет линейные упругие элементы k_1, k_2, k_3 , силы трения

полагаются малыми, а внешние силовые Q_1, Q_2 и кинематические z_1, z_2 воздействия являются гармоническими. Структурная схема, или структурная математическая модель приведена на рис. 1б. Такая модель содержит детализированную систему прямых и обратных связей и реализуется в систему координат \bar{y}_1, \bar{y}_2 в неподвижном базисе. Все необходимые промежуточные этапы построения математических моделей в виде дифференциальных уравнений движения, необходимые преобразования Лапласа и построения структурных схем произведены в соответствии с [1–3]. Значок (–) над переменными означает изображение по Лапласу; $p = j\omega$ комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$).

Структурная схема на рис. 1б может быть преобразована к более компактному виду (рис. 1в), где выделены парциальные системы и связи между ними. В данном случае связи между парциальными системами называются упругими. На рис. 1г приведена математическая модель в виде системы двух дифференциальных линейных уравнений. Структурные схемы на рис. 1 б, в являются графическими аналогами математической модели на рис. 1г. На рис. 1д представлена структурная схема в символических изображениях теории механических цепей [3]. На рис. 1д показаны в условных обозначениях два вида внешних возмущений.

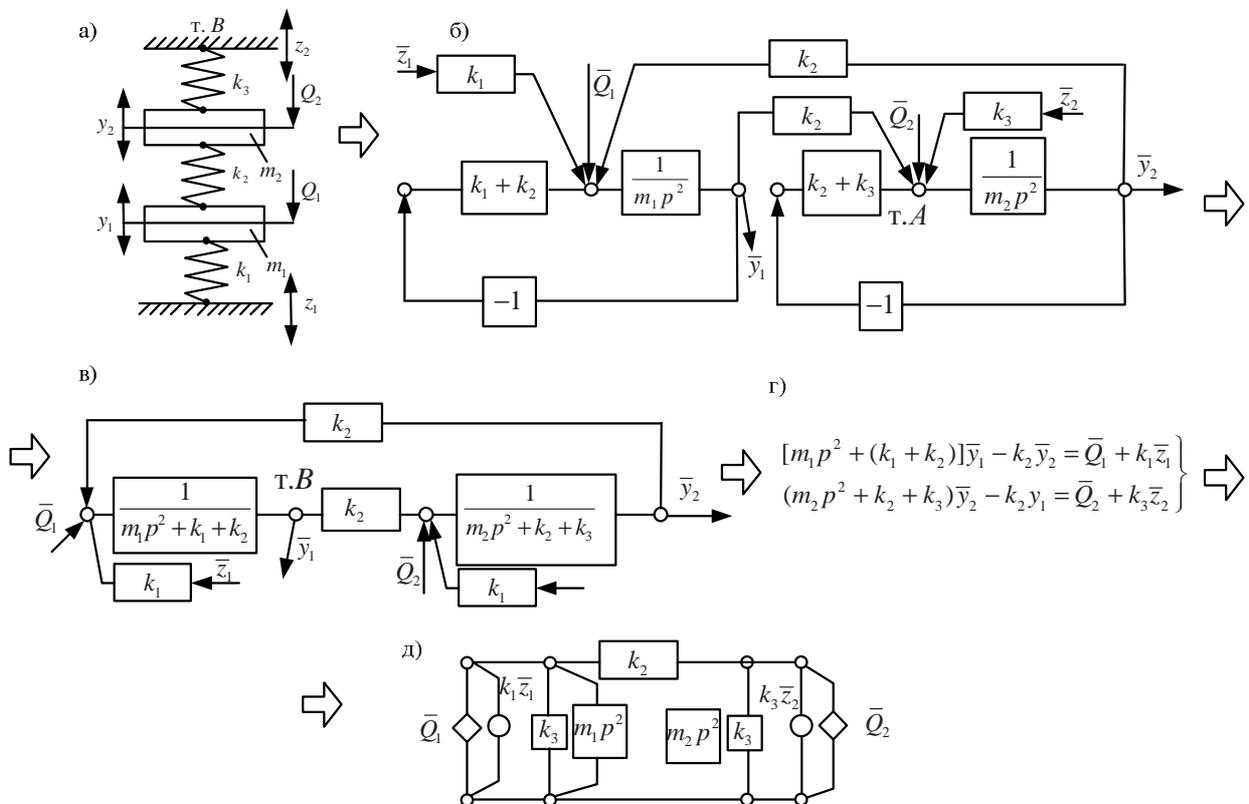


Рис. 1. Расчетная и структурные схемы виброзащитной системы с двумя степенями свободы: а) расчетная схема; б) структурная детализированная схема; в) структурная схема с выделением парциальных систем; г) математическая модель системы на рис. 1а; д) структурная схема механической цепи, эквивалентной структурной схеме по рис. 1б

Анализ динамических возможностей колебательных систем связан с определением приведенных жестко-

стей, которые соотносятся с определенными ветвями механической системы. В работах [1–4] достаточно

рассмотрены возможности аналитических подходов в оценке динамических свойств, основанные на использовании передаточных функций, в которых входным воздействием является внешнее возмущение (силовое или кинематическое), а входным сигналом — координата, характеризующая смещение объекта. В ряде задач, связанных с оценкой динамических свойств, применяются импедансы, теория которых построена на электромеханических аналогиях (ток – скорость, напряжение – сила) [3; 14].

В предлагаемом исследовании развивается обобщенный подход, в рамках которого импеданс рассматривается как некоторая локальная (или частная) характеристика, используемая в реализациях методов структурного математического моделирования.

II. Оценка динамических возможностей виброзащитных систем с использованием структурных математических моделей. Для упрощения рассмотрим ряд частных положений с выбором параметров расчетной схемы на рис. 1а.

1. Если $\bar{Q}_2 = 0, \bar{z}_1 = 0, \bar{z}_2 = 0$, но $\bar{Q}_1 \neq 0$, то приведенная жесткость обобщенной пружины, на которую опирается объект m_1 , определится выражением:

$$K_{np1} = \left(\frac{(m_2 p^2 + k_3)k_2}{m_2 p^2 + k_2 + k_3} \right) + k_1 = \frac{m_2 p^2 (k_1 + k_2) + k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{m_2 p^2 + k_2 + k_3}, \quad (1)$$

что следует из механической цепи на рис. 1д.

2. Приведенная жесткость обобщенной пружины из схемы на рис. 1в может быть найдена в виде:

$$K_{np1} = k_1 - \frac{k_2^2}{(m_2 p^2 + k_2 + k_3)} + k_2 = \frac{m_2 p^2 (k_1 + k_2) + k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{m_2 p^2 + k_2 + k_3} = k_1 + \frac{(m_2 p^2 + k_3)k_2}{m_2 p^2 + k_2 + k_3}. \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) совпадают, что подтверждает адекватность различных форм структурных моделей.

3. Из математической модели (рис. 1з) следует, что:

$$\bar{y}_2 = \frac{\bar{y}_1 k_2}{m_2 p^2 + k_2 + k_3}. \quad (3)$$

После подстановки (3) в уравнение $(m_2 p^2 + k_1 + k_2) - k_2 \bar{y}_2 = \bar{Q}_1$ получим уравнение движения в форме:

$$\bar{y}_1 \left[m_1 p^2 + k_1 + \frac{(m_2 p^2 + k_3)k_2}{m_2 p^2 + k_2 + k_3} \right] = \bar{Q}_1. \quad (4)$$

Таким образом, в рассматриваемой выше схеме доказательности позиции п. 1, п. 2, п. 3 дают основания для утверждения об адекватности математических моделей на позициях рис. 1 (рис. 1 в, д).

Расчетная схема на позиции рис. 1а отражает физические особенности механической колебательной системы.

Приведенные выше выражения представлены в операторной форме, получаемой на основе преобразований Лапласа [1–4].

Отметим, что исходная расчетная схема (рис. 1а) может отображаться в структурах-аналогах теории автоматического управления, а также с использованием аналогий с электрическими схемами [3; 14].

Первый подход достаточно разработан и построен на использовании динамических аналогий, связанных с концепцией обратной связи. Известен ряд работ [1; 2], в которых механическая колебательная система рассматривается как система автоматического управления специального вида (или назначения). Аналитический аппарат теории автоматического управления используется для решения задач динамического синтеза. Вместе с тем правила преобразования структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления имеют свои особенности. Теоретический базис в задачах динамики механических колебательных систем распространяется на линейные системы с соответствующими возможностями частотных методов анализа и синтеза [2–8].

Второй подход основан на иной основе, которая связана с аналогиями между элементами электрических и механических колебательных систем. Известен ряд работ [3; 4; 11–14], в которых рассматриваются общие и частные вопросы синтеза механических цепей, являющихся аналогами электрических цепей. В теории цепей вопросы электромеханических аналогий рассматривались в работах [3; 11–14]. Вместе с тем многие вопросы еще не получили должной детализации представлений о возможных границах аналогий. В частности, такие проблемы возникают при исследовании механических колебательных систем с рычажными связями и механизмами. Интерес к таким выводам нашел отражение в работах [8; 10; 15–17].

III. Особенности определения импеданса. Если рассматривать механическую колебательную систему с одной степенью свободы, как показано на рис. 2, то отношение:

$$S(p) = \frac{\bar{Q}}{\bar{y}} = j\omega m + r + \frac{k}{j\omega} \quad (5)$$

называется импедансом [11].

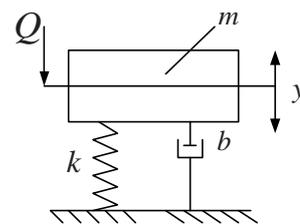


Рис. 2. Расчетная схема виброзащитной системы с одной степенью свободы

В работе [3] импеданс называется также полным комплексным сопротивлением системы (ПКС). Отметим, что импедансом в рамках структурной теории

виброзащитных систем будет являться передаточная функция системы (рис. 2), определяемая из структурных схем, приведенных на рис. 3 а – д.

Структурная схема на рис. 3а имеет прямую цепь, в которой находится объект защиты $\frac{1}{mp^2}$, а также упруго-диссипативный блок $k+bp$, представляющий собой параллельное соединение пружины k и демпфера bp (где b — коэффициент вязкого трения).

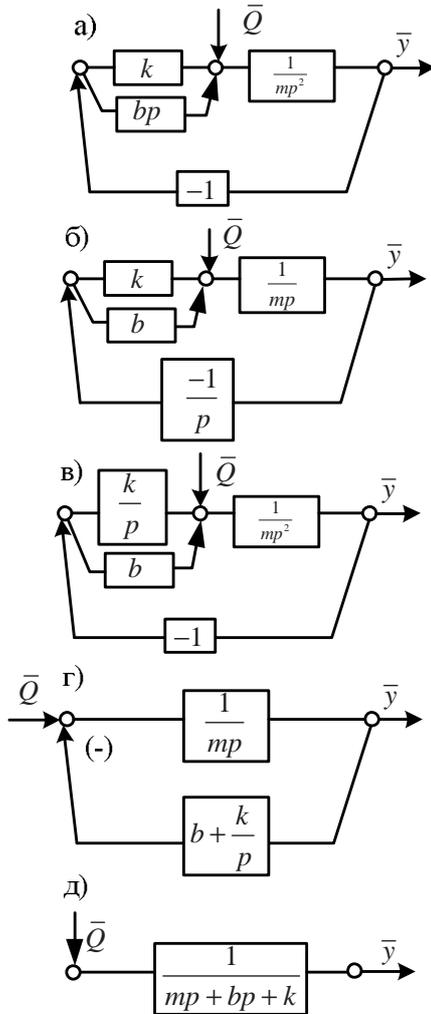


Рис. 3. Структурная схема (а) и формы преобразования структурной модели для получения импеданса: б) введение блока $1/p$ в обратную связь; в) перевод звена $1/p$ в прямую цепь; г) формирование обратной отрицательной связи по отношению к звену $1/mp^2$; д) обобщенная структурная модель

Используем структурную схему на рис. 3д, откуда передаточная функция при входе в виде внешнего силового воздействия \bar{Q} имеет выходной сигнал в виде скорости объекта массой m , получим:

$$W(p) = \frac{\bar{v}}{\bar{Q}} = \frac{1}{mp + b + \frac{k}{p}}. \quad (6)$$

Здесь $p = j\omega$ — комплексная переменная, используемая в частотных методах анализа теории автоматического

управления [16], а также в преобразованиях Лапласа в механических колебательных системах [5; 6; 8].

Если выражение (6) инверсировать, оно получит вид:

$$S(p) = \frac{1}{W(p)} = \frac{\bar{Q}}{\bar{y}} = mp + b + \frac{k}{p} = j\omega m + b + \frac{k}{j\omega}. \quad (7)$$

Введение понятия об импедансе связано с использованием такого параметра динамического состояния, как скорость массинерционного элемента (m). В физическом смысле импеданс характеризует динамические свойства системы, то есть отклик элемента массой m в виде скорости v на силовое воздействие.

Если для определения импеданса $S(p)$ использовать структурную схему на рис. 3а, то тогда можно найти передаточную функцию вида:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}} = \frac{1}{mp^2 + bp + k}. \quad (8)$$

Для перехода к передаточной функции с параметром $\bar{v} = p\bar{y}$ [18] выражение (8) преобразуем к виду:

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}} = \frac{1}{p(mp + bp + \frac{k}{p})}, \quad (9)$$

Откуда следует, что:

$$W_3(p) = \frac{p\bar{y}}{\bar{Q}} = \frac{1}{mp + bp + \frac{k}{p}}. \quad (10)$$

Если сделать инверсию (10), то получим выражение для импеданса:

$$S(p) = \frac{1}{W_3(p)} = mp + b + \frac{k}{p}. \quad (11)$$

Связь выражений (6)–(11) предопределяется общностью связей с исходной структурной схемой (или структурной математической моделью), представленной на рис. 3а. Преобразования структурной схемы раскрывают не только связи между рассматриваемыми характеристиками динамических свойств, но и важные для структурного моделирования возможности введения в рассмотрение типовых элементарных звеньев интегрирующих звеньев первого рода.

IV. О связях импеданса с другими видами характеристик. В структурной теории механических колебательных систем, точнее в ее приложениях, тогда как из структурной теории виброзащитных систем из передаточной функции (8) следует:

$$k_{np}(p) = \frac{\bar{Q}}{\bar{y}} = \frac{1}{W_1(p)} = mp^2 + bp + k, \quad (12)$$

что по своему физическому смыслу соответствует приведенной жесткости обобщенной пружины. Из (12) получим:

$$k_{np}(p) = p(mp^2 + bp + \frac{k}{p}) = p \cdot S(p). \quad (13)$$

То есть импеданс и приведенная жесткость обобщенной пружины связаны между собой соотношением:

$$k_{np}(p) = p \cdot S(p) \quad (14)$$

или:

$$S(p) = \frac{k_{np}(p)}{p}. \quad (15)$$

В свою очередь, $S(p) \cdot \bar{v} = \bar{Q}$, а $k_{np} \cdot \bar{y} = \bar{Q}$, откуда можно получить, что $\bar{v}^2 \cdot S(p) = \bar{Q} \cdot \bar{v}$, а $k_{np} \cdot \bar{v} \cdot \bar{y} = \bar{Q} \cdot \bar{v}$.

$$S(p) \cdot \bar{v}^2 = \bar{Q} \cdot \bar{v} \approx N, \quad p \cdot k_{np} \cdot \bar{v}^2 \approx N,$$

где N — мощность взаимодействия.

Если иметь в виду электромеханические аналогии, то, полагая, что $v \rightarrow i$ (скорость \bar{v} соответствует току в электрической цепи), $S(p) \cdot i^2 \rightarrow$ соответствует полной электрической мощности. В этом случае оправдано сопоставление импеданса с сопротивлением цепи. Это сопротивление рассматривается как полное комплексное сопротивление и имеет несколько составляющих.

Что касается использования соотношения:

$$S(p) = \frac{k_{np}}{p},$$

то из:

$$\bar{y} \cdot k_{np} = \bar{Q}, \quad \bar{y} \cdot k_{np} \cdot \bar{v} = N = p(y^2)N. \quad (16)$$

Если $k_{np} = k$, то $ky^2 = 2\Pi$ представляет собой удвоенную потенциальную энергию.

V. Некоторые вопросы теории механических цепей. Структурные схемы механических колебательных систем могут быть различными, в зависимости от выбора обобщенных координат, которые используются для описания динамического состояния системы и вида внешних воздействий. В теории электрических цепей в качестве параметров динамического состояния системы обычно используются напряжение и токи. Создаваемые математические модели электрических схем имеют вид электрических цепей, в которых в качестве основных типовых элементов используются индуктивности, резисторы и емкости. В линейной теории цепей типовые элементы отражают идеализированные свойства. В построении электрических схем используются и другие, более сложные элементы. Наибольший интерес для линейной теории представляют трансформаторы как образования по отношению к отдельным индуктивностям. Отметим, что в электрических цепях трансформатор нарушает целостность электрической цепи тем, что связь между двумя обмотками обеспечивается уже не проводниками, а через электромагнитное поле. В этом отношении интерес представляют электромеханические аналогии связей между элементами цепи. В частности это относится к разработке для механических колебательных систем аналогов в виде различных трансформаторов. Одним из таких направлений исследования стало внимание к рычажным связям и меха-

низмам в задачах динамики механических колебательных систем [4–7].

В теории электрических цепей достаточно широко используются понятия о типовых элементах, которые основаны на инверсии характеристик индуктивности, емкости и резисторов ($1/L$, $1/c$ и $1/r$), где обозначения параметров имеют стандартную форму.

I. При переходе к механическим колебательным системам как аналогам электрических цепей обычно используются две системы аналогий. Данные о таких системах приведены, например, в [3; 14]. В первой системе силе соответствует напряжение, а скорости точек — ток. Во второй системе электромеханических аналогий напряжению соответствует скорости, а сила — току. В динамике механических колебательных систем использование упомянутых аналогий вполне объяснимо в связи с простотой перехода к определению таких параметров состояния, как усилия и скорости в отдельных точках системы, передачей сигналов, оценкой мощности взаимодействий. В качестве источников внешней энергии в теории электрических цепей используются генераторы напряжения и тока. В механических колебательных системах внешние возмущения представлены силовыми и кинематическими воздействиями. Первые представляют собой известные гармонические силы, которые прикладываются к массоинерционным элементам системы. Кинематические возмущения чаще всего представляют собой известные движения опорных поверхностей, с которыми контактируют типовые элементы механических колебательных систем. Структурные интерпретации силовых и кинематических возмущений при использовании структурных подходов развиты недостаточно детализировано, чтобы в динамических расчетах учитывать внутреннее сопротивление источников возмущения и ограниченность их мощности. Наибольший интерес представляют линейные интерпретации взаимодействия источников внешних воздействий с колебательными системами.

II. Структурные методы исследования механических колебательных систем в приближениях к задачам вибрационной защиты развиваются в направлениях совместности подходов в использовании как аппарата теории автоматического управления, так и методов теории цепей.

Если механические колебательные системы интерпретируются понятиями теории автоматического управления, то структурные аналоги опираются на систему типовых элементов с передаточными функциями усилительных устройств и звеньев с передаточными функциями дифференцирующих и интегрирующих звеньев 1-го и 2-го порядка.

При представлении механических колебательных систем структурами теории цепей типовые элементы используются так же, как и в структурных схемах эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. На рис. 4 а – г показаны возможности рассмотрения динамических свойств систем в разных обобщенных координатах. На рис. 4б показана структурная схема механической колебательной системы (по рис. 4а) с выходным сигналом в

виде смещения \bar{y} (при входном сигнале, имеющем форму силы Q).

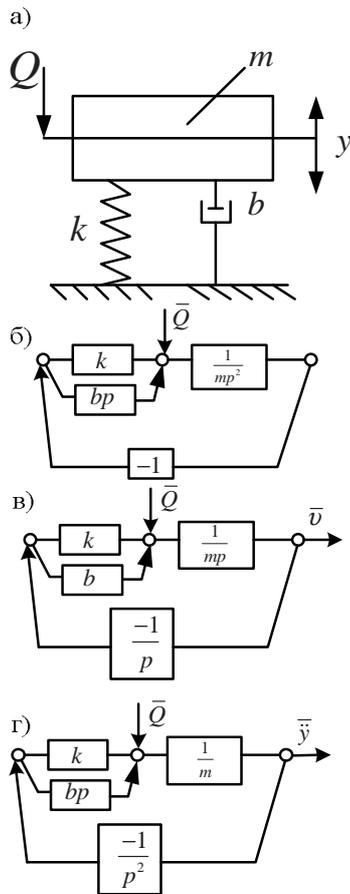


Рис. 4. Расчетная (а) и структурные схемы механической колебательной системы в разных обобщенных координатах: б) координата смещения \bar{y} ; в) координата смещения $\dot{\bar{y}}$; г) координата смещения $\ddot{\bar{y}}$

Если выходным сигналом рассматривается скорость объекта, то структурная модель (рис. 5 в) будет иметь другой вид. В первую очередь это связано с тем, что изменяется состав типовых элементов. Так, объект защиты m будет представлен звеном с передаточной функцией типового интегрирующего звена первого порядка. Упругий элемент будет иметь передаточную функцию $k(p)$, тогда как на структурной схеме (рис. 4 б) упругий элемент имеет передаточную функцию k . В свою очередь диссипативный элемент на структурной схеме по рис. 4 в имеет передаточную функцию b , тогда как на рис. 4 б такое звено имеет передаточную функцию bp (на всех схемах b соответствует коэффициенту вязкого трения).

При использовании в качестве выходного сигнала (рис. 4 г) ускорения $\ddot{\bar{y}}$ также изменится состав типовых элементов. В этом случае объект защиты будет представлен усилительным звеном $1/m$, упругий элемент будет иметь передаточную функцию k/p^2 , диссипативное звено соответственно b/p . Важно отметить, что преобразования передаточных функций типовых элементов происходит в соответствии с передаточной функцией цепи отрицательной обратной связи. При

выходном сигнале \bar{y} обратная связь единичная (рис. 5 б). При выходном сигнале в форме $\dot{\bar{y}}$ отрицательная обратная связь представлена интегрирующим звеном первого рода (рис. 5 в). Что касается случая, при котором выходной сигнал представляет собой ускорение $\ddot{\bar{y}}$, то обратная отрицательная связь имеет передаточную функцию интегрирующего звена второго порядка.

Рассмотрим варианты передаточных функций при различных выходных сигналах:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{Q} = \frac{1}{mp^2 + bp + k}, \quad (17)$$

$$W_1(p) = \frac{\dot{\bar{y}}}{Q} = \frac{\bar{y}}{Q} = \frac{1}{mp + b + \frac{k}{p}}. \quad (18)$$

VI. Использование различных структурных схем в интерпретациях представлений применительно к механическим цепям. Для расчетной схемы на рис. 4 а структурные модели с использованием обратных связей представлены на рис. 4 б – г. Соответственно на рис. 5 а, б, в приведены структурные модели механических цепей, имеющие координаты в виде \bar{y} , $\dot{\bar{y}}$ и $\ddot{\bar{y}}$.

$$W_1(p) = \frac{\ddot{\bar{y}}}{Q} = \frac{1}{m + \frac{b}{p} + \frac{k}{p^2}}. \quad (19)$$

Таким образом, передаточная функция (17), если иметь в виду ее физический смысл, представляет собой податливость в точке приложения силы \bar{Q} . Это отражается операторным соотношением (17), которое может быть представлено в комплексном виде, что получено в данном случае подстановкой $p = j\omega$. Податливость соотносится со смещением точки приложения силы, что можно интерпретировать как смещение, приходящееся на единичную силу.

Если выражение (17) преобразовать к виду:

$$k_{np}(p) = \frac{\bar{Q}}{\bar{y}} = (mp^2 + bp + k), \quad (20)$$

что соответствует, как уже упоминалось, приведенной жесткости системы по рис. 5 а, то в этом случае можно представить исходящую систему как некоторую обобщенную пружину. Жесткость этой пружины (20) зависит от частоты внешнего воздействия. Приведенная жесткость k_{np} является динамической жесткостью. При постоянной силе приведенная жесткость совпадает с жесткостью пружины в статическом состоянии (k).

В физическом смысле приведенная жесткость при гармонической силе \bar{Q} отражает «сопротивление» системы, состояние которой описывается координатой \bar{y} . В такой ситуации сила \bar{Q} прикладывается к объекту массой m , и объект приобретает смещение, имеющее гармонический характер. Максимальная амплитуда

колебаний объекта (m) зависит от параметров системы, то есть ее массоинерционных и упруго-диссипативных свойств. На каждой частоте система будет иметь свою

жесткость. В общем смысле приведенная жесткость зависит от частоты.

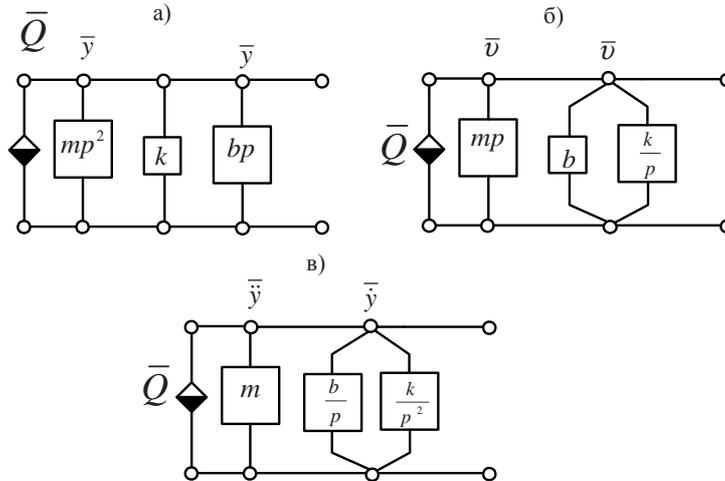


Рис. 5. Варианты структурных моделей механической цепи: а) выходной сигнал в виде координаты \bar{y} ; б) выходной сигнал в виде координаты \bar{v} ; в) выходной сигнал в виде координаты $\bar{\ddot{y}}$

При рассмотрении той же системы (рис. 4а), которая описывается скоростью \bar{v} при действии силы \bar{Q} , состояние системы описывается передаточной функцией (18). В физическом смысле такая передаточная функция отражает сопротивление системы на движение ее с некоторой скоростью. Такое явление обычно называют подвижностью. Сделав инверсию (18), получим выражение вида:

$$S(p) = \frac{\bar{Q}}{\bar{v}} = mp + b + \frac{k}{p}. \quad (21)$$

Это выражение называется импедансом. Физический смысл импеданса состоит в том, что, как было отмечено выше, он определяет сопротивление системы в приобретении ей определенной скорости \bar{v} . Такая ситуация станет иной, если будет рассматриваться не скорость системы, а ее смещение \bar{y} . Последнее рассмотрено выше и связано с определением приведенной жесткости выражением (20). В теории механических цепей импеданс получил название полного комплексного сопротивления [1–3]. В теории электрических цепей также используется понятие полного комплексного сопротивления [3; 14].

Развитие подходов к теоретическим и экспериментальным исследованиям на основе импедансов получило достаточно широкое распространение, в частности применительно к сложным системам.

Если состояние системы (рис. 4а) оценивается приобретаемым при действии силы \bar{Q} ускорением $\bar{\ddot{y}}$, то оно оценивается передаточной функцией (19). Физический смысл (19) заключается в том, что оно характеризует возможности системы в целом приобретать в установленном движении некоторое ускорение, вызванное приложением силы \bar{Q} . Инверсия выражения (19) дает характеристику системы в оказании сопротивле-

ния приобретать ускорение, что оценивается отношением силы \bar{Q} к ускорению:

$$R(p) = \frac{\bar{Q}}{\bar{\ddot{y}}} = m + \frac{b}{p} + \frac{k}{p^2}. \quad (22)$$

Такое свойство системы реагировать на приложение силы \bar{Q} можно (в качестве предложения) назвать резкостью системы. Под резкостью в физическом смысле понимается приходящееся на единицу ускорения движения $\bar{\ddot{y}}$. Параметр $R(p)$ является комплексной величиной. Из сравнения выражений (17)–(19), а также (20)–(22) следует, что выражение (21) — импеданс, связано с выражениями (20) и (22), в частности:

$$k_{np}(p) = pS(p), \quad (23)$$

$$R(p) = \frac{1}{p}S(p), \quad (24)$$

$$R(p) = \frac{k_{np}(p)}{p^2} = \frac{S(p)}{p}. \quad (25)$$

В свою очередь импеданс $S(p)$ и резкость $R(p)$ могут быть определены через приведенную жесткость:

$$S(p) = \frac{k_{np}(p)}{p}, \quad (26)$$

$$R(p) = \frac{k_{np}(p)}{p^2} = \frac{S(p)}{p}. \quad (27)$$

Из выражений (23)–(27) можно заключить, что импеданс $S(\omega)$ не является исключительной характеристикой колебательной системы и связан с упругими понятиями (приведенная жесткость, резкость). В свою

очередь импеданс $S(\omega)$ является, по существу, характеристикой реакции системы на скорость движения точки приложения, что можно назвать скоростным импедансом. Тогда приведенная жесткость соответствует импедансу перемещения, а приемистость — импедансу ускорения. Отметим, что в [3] величина $\wedge(p) = \frac{1}{S(p)}$

получила название адмиттанса.

В предыдущем разделе использовался прием инверсии передаточных функций для определения таких характеристик, как приведенная жесткость, импеданс, резкость. Определенный интерес представляет использование инверсии.

Заключение

Понятие импеданса связано с технологиями оценки динамических свойств механических систем, в которых выбирается точка приложения входного воздействия в виде силы с соответствующим измерением скорости движения массоинерционного элемента. Наличие структурных интерпретаций математических моделей исходных систем в виде структурных схем с адекватным отражением физических свойств механической системы делает импеданс одним из вариантов, или формой, передаточных функций. Получение передаточных функций предопределяет возможности получения не только импеданса, но и других характеристик, основанных на использовании как скоростей движения, так и других параметров — ускорения движения или перемещения как такового. Новые характеристики связаны с импедансами простыми аналитическими соотношениями, что позволяет трансформировать получаемую информацию с распределением на другие параметры динамического состояния.

Структурные схемы — аналоги математических моделей механических систем, отражающие свойства обратных связей в установлении динамических состояний колебательной системы, могут также отображаться механическими цепями и находиться в эквивалентных формах в виде структур, допускающих взаимные переходы с получением одних и тех же функциональных соотношений.

Каждый вид структурных моделей имеет свои особенности и потенциально обладает возможностями отображения в механических системах таких свойств, как передача энергии, взаимодействие с источниками энергии, потеря энергии при передаче движения и др.

Если импедансный подход основан на учете мощностных факторов в динамических взаимодействиях, то использование перемещений и ускорений предполагает применение других форм преобразования энергии.

Литература

1. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 320 с.
2. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 394 с.
3. Дружинский И.А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 238 с.

4. Елисеев С.В. Московских А.О., Большаков Р.С., Савченко А.А. Возможности интеграции методов теории цепей и теории автоматического управления в задачах динамики машин [Электронный ресурс] // Наука и образование: электрон. научно-техн. изд. 2012. № 6. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/378699.html> (дата обращения: 10.06.2012).

5. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. СПб.: Политехника, 2013. 374 с.

6. Хоменко А. П., Елисеев С. В. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.

7. Пановко Г.Я. Лекции по основам теории вибрационных машин и технологий: учеб. Пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 192 с.

8. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб., Политехника, 2013. 319 с.

9. Хоменко А.П., Елисеев С.В. Квазиэлементы в механических колебательных системах. Особенности систем при исключении переменных динамического состояния // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2 (38). С. 8-17.

10. Генкин М.Д., Рябой В.М. Упруго-инерционные виброизолирующие системы. Предельные возможности, оптимальные структуры. М.: Наука, 1988. 191 с.

11. Harris' C.M., Allan G. Shock and Vibration: handbook. USA // Mc Graw-Hill, New-York. 2002. P. 877.

12. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 650 с.

13. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. Т. 5. Измерения и испытания / под ред. М.Н. Генкина. М.: Машиностроение, 1981. 496 с.

14. Гарднер Ф., Бэрнс Дж.Л. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными. М.:Л.: ГИТТЛ, 1949. 528 с.

15. Елисеев С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е. Современное состояние разработок в области транспортной динамики. Иркутск: ИрГУПС, 2009. 128 с. Деп. в ВИНТИ 27.11.2009 № 739 – В 2009.

16. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты. Иркутск: ИрГУПС, 2009. 158 с. Деп. в ВИНТИ 27.11.2009 № 737 – В 2009.

17. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Аргюнин А.И., Паршута Е.А., Каимов Е.В. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи виброзащитной защиты машин, приборов и оборудования. Иркутск: ИрГУПС, 2013. 187 с. Деп. в ВИНТИ 15.08.2013 № 243 – В 2013.

18. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: изд-во ИГУ, 2008. 523 с.

References

1. Kolovskii M.Z. Automation control of vibroprotective systems. M.: Nauka, 1976. 320 p.
2. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mechatronical approaches in dynamics of the mechanical oscillatory systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 394 p.
3. Druzhinskii I.A. Mechanical chains. M.: Mashinostroenie, 1977. 238 p.

4. Eliseev S.V., Moskovskikh A.O., Bol'shakov R.S., Savchenko A.A. Possibilities of integration of methods of chains theory and automation control theory in tasks of machines dynamics [Elektronnyi resurs] // Nauka i obrazovanie: elektron. nauchno-tekhn. izd. 2012. № 6. URL. <http://technomag.edu.ru/doc/378699.html> (data obrashcheniya: 10.06.2012).
5. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied tasks of the structural theory of vibroprotective systems. SPb.: Politehnika. 2013. 374 p.
6. Khomenko A. P., Eliseev S. V. Dynamical absorbtion of oscillations: concept of feedback tie and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 357 p.
7. Panovko G.Ya. Lectures on bases of theory of vibration machines and technologies: ucheb. posobie dlya vuzov. M.: Izdvo MGTU im. N.E. Baumana, 2008. 192 p.
8. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dynamics of mechanical systems. Lever and inertial and elastic ties. SPb., Politehnika, 2013. 319 p.
9. Khomenko A.P., Eliseev S.V. Quasi-elements in mechanical oscillation systems. Features of systems at exclusion of variables of dynamical condition // Modern technologies. System analysis. Modelling. 2013. № 2 (38). P. 8-17.
10. Genkin M.D., Ryaboi V.M. Elastic-inertial vibroisolation systems. Limiting possibilities, optimal structures. M.: Nauka, 1988. 191 p.
11. Harris' C.M., Allan G. Shock and Vibration: handbook. USA // Mc Graw-Hill, New-York. 2002. P. 877.
12. Babakov I.M. Oscillations theory. M.: Nauka, 1968. 650 p.
13. Vibrations in technique: spravochnik: v 6 t. T. 5. Izmereniya i ispytaniya / pod red. M.N. Genkina. M.: Mashinostroenie, 1981. 496 p.
14. Gardner F., Berns Dzh.L. Transient processes in linear systems with concentrated constants. M.:L.: GITTL, 1949. 528 p.
15. Eliseev S.V., Upyr' R.Yu., Gozbenko V.E. Modern situation of developments in the region of transport dynamics. Irkutsk: IrGUPS, 2009. 128 p. Dep. v VINITI 27.11.2009 № 739 – V 2009.
16. Eliseev S.V., Belokobyl'skii S.V., Upyr' R.Yu., Gozbenko V.E. Lever ties in tasks of dynamics of mechanical oscillation systems. Theoretical aspects. Irkutsk: IrGUPS, 2009. 158 p. Dep. v VINITI 27.11.2009 № 737 - V 2009.
17. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Parshuta E.A., Kaimov E.V. Mechanisms in elastic oscillatory systems: features of the accounting of dynamic properties, problems of vibration protection of machines, devices and equipment. Irkutsk: IrGUPS, 2013. 187 p. Dep. v VINITI 15.08.2013 № 243 – V 2013.
18. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in the generalized problems of vibroprotection and a vibration insulation of technical objects. Irkutsk: izdvo IGU, 2008. 523 p.

УДК 534.014, 621.752.2, 62.752, 621:534.833; 888.6

Некоторые подходы к обоснованию схемы инерционного возбуждения в технологических вибрационных машинах

А.В. Елисеев^{1 a}, Л.А. Мамаев^{2 b}, И.С. Ситов^{2 c}

¹Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

²Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

^aeavsh@ya.ru, ^bpro_uch@brstu.ru, ^csitov@yandex.ru

Статья поступила 20.10.2015, принята 5.11.2015

Рассматриваются вопросы развития теории построения вибрационных технологических машин с регулируемыми параметрами и структурой вибрационного поля. Для оценки состояния вибрационного поля рабочего органа вибрационной машины в виде твердого тела на упругих опорах вводится понятие коэффициента межпарциальных связей в виде отношения амплитуд габаритных точек стенда. Предложена методика построения математических моделей вибростенда, получен ряд аналитических соотношений, проведены исследования и построены графики, характеризующие возможности изменения динамических свойств при использовании настроечных параметров. Показана возможность реализации специфических режимов работы вибростенда, связанных с возможностями реализации режимов динамического гашения по двум координатам. Предлагаемые расчетные схемы ориентированы на конструктивно технические формы вибростендов с возбуждением в определенной точке рабочего органа стенда. Рассматриваются возможности использования дополнительных устройств преобразования движений, которые могут вводиться в механические колебательные контуры для обеспечения формирования необходимой структуры вибрационного поля за счет изменения приведенных массоинерционных параметров. Приводится схема формирования вибрационного поля на основе использования сосредоточенного силового воздействия. Точка приложения этого воздействия может размещаться в определенных зонах, что обеспечивает достижение необходимых технологических режимов.

Ключевые слова: вибрационное поле; структура; парциальные связи; структурная схема; отношение амплитуд.