

УДК 62.752

## Особенности динамических взаимодействий шарнирно-рычажного механизма колебательной системы

В.Б. Кашуба<sup>1 a</sup>, Е.В. Каимов<sup>2 b</sup><sup>1</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия<sup>a</sup>nauka@brstu.ru, <sup>b</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Статья поступила 12.06.2014, принята 16.08.2014

*Рассмотрены особенности построения математических моделей механических колебательных систем, в структуре которых, кроме упругих элементов и объекта защиты, имеются шарнирно-рычажные механизмы. Разработана методика определения необходимых параметров динамического состояния при различных видах возмущений. Рассмотрена возможность учета конструктивно-технических форм механизмов, находящихся в структуре механической колебательной системы в качестве некоторого самостоятельного, в определенной степени автономного образования, взаимодействующего с типовыми элементами колебательного контура. Показаны возможности построения математических моделей в виде структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. Обоснованы возможности учета динамических свойств механизмов с приведенными массами в шарнирах. Получены передаточные функции систем с встроенными механизмами, отражающие особенности дополнительных связей, имеющих вид элементов с передаточными функциями дифференцирующих звеньев второго порядка. Предложена методическая основа учета динамических свойств колебательных систем с расширенным набором типовых элементов нетрадиционного типа. Обозначены особенности механизмов в структуре механических колебательных систем, которые могут использоваться для обеспечения настройки параметров технического объекта в задачах динамического взаимодействия при вибрационных воздействиях.*

**Ключевые слова:** управление динамическими системами, вибрационная защита, передаточные функции, вибрационные свойства механизмов.

## Features of dynamic interactions of hinged and link mechanisms of oscillating system

V.B. Kashuba<sup>1 a</sup>, E.V. Kaimov<sup>2 b</sup><sup>1</sup>Bratsk State University, 40 Makarenko St., Bratsk, Russia<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University, 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia<sup>a</sup>nauka@brstu.ru, <sup>b</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Received 12.06.2014, accepted 16.08.2014

*Features of building mathematical models of mechanical oscillating systems, having not only elastic elements and an object of protection but also hinged and link mechanisms in their structures, have been considered. The technique of determination of necessary parameters of a dynamic state under various disturbance types has been developed. Possibility of estimating structural and technical forms of mechanisms, which are in the structure of the mechanical oscillating system as an individual, to some extent, autonomous formation interacting with standard elements of oscillating circuit, has been studied. Possibilities of building mathematical models in the form of block diagrams of dynamically-equivalent automatic control systems have been demonstrated. Possibilities of accounting dynamic properties of mechanisms with reduced masses in hinges have been proved. Transfer functions of systems with built-in mechanisms which reflect features of additional ties having an appearance of elements with transfer functions of the differentiating links of the second order have been received. The methodical basis of the accounting of dynamic properties of oscillatory systems with an expanded set of standard elements of nonconventional type has been offered. Features of the mechanisms in the structure of mechanical systems, that can be used to ensure configuration of parameters of a technical object in terms of dynamic interaction in vibration impacts, have been proposed.*

**Keywords:** dynamic systems control, vibration protection, transfer functions, vibration properties of mechanisms.

**Введение.** Расчетные схемы в задачах динамики машин чаще всего представляют собой механические колебательные системы различной сложности [1]. Рассматриваемые вопросы достаточно разнообразны, в том числе и такие, которые ориентированы на развитие теоретических позиций динамики колебательных систем с дополнительными связями. Физические реализа-

ции дополнительных связей определяются спецификой решаемых задач динамики машин и представляют собой не только структуры, образуемые соединениями известных типовых элементов, но и непосредственным учетом конструктивно-технических особенностей механизмов [2, 16]. В последние годы интерес к изучению динамических свойств механических колебательных

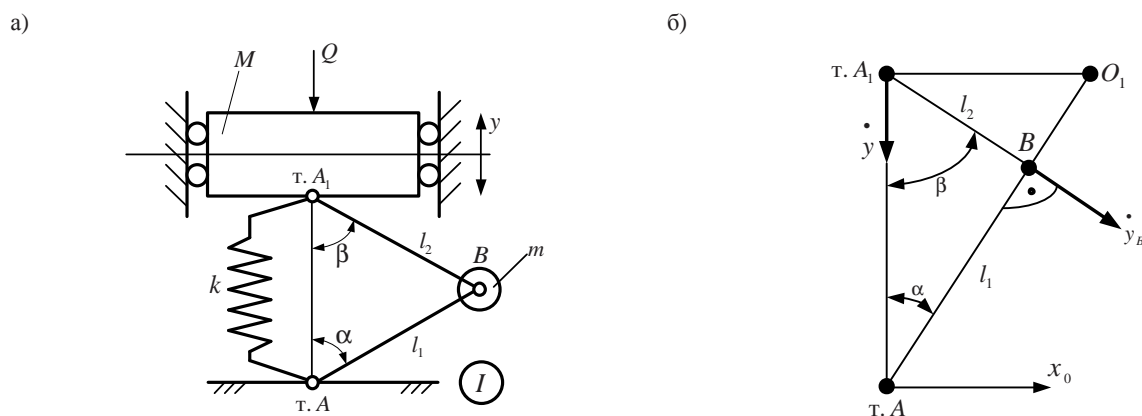
систем связан с развитием робототехники и биомеханики [3 – 5].

В предлагаемой статье рассматриваются возможности учета конструктивно-технических форм механизмов, находящихся в структуре механической колебательной системы в качестве некоторого самостоятельного, в определенной степени, автономного образования, взаимодействующего с типовыми элементами колебательного контура. Обычные подходы, характерные, к примеру, для задач вибрационной защиты [6, 7], построены на использовании упругих и диссипативных звеньев, составляющих линейные модели достаточно широкого класса динамических систем. Колебательные процессы в механизмах как таковых можно отнести к числу распространенных физических явлений в динамике машин и механизмов, что нашло отражение в работах [8 – 11, 17].

В меньшей степени оказались изученными динамические взаимодействия в постановках задач оценки и управления состоянием систем и управления, в составе которых различные механизмы используются не в прямом назначении, а для выполнения специфических

функций, связанных с формированием дополнительных управляющих или настроечных функций, преобразования движений и др. Хотя в последние годы интерес к задачам подобного рода вырос, что, в частности, представлено в работах [12, 13], вопросы конкретных отображений свойств рычажных механизмов в функциональных зависимостях, которые могли бы стать основой обобщенных подходов, требуют дальнейших детализированных разработок, учитывающих особенности конструктивно-технических форм механизмов.

**Общие положения. Постановка задачи исследования.** Использование простейших механизмов (зубчатых, винтовых, шарнирно-рычажных и др.) чаще всего связано с необходимостью реализации определенных функций или задач системы в целом, когда упрощение сложных образований до простейших элементов не является возможным или приводит к слишком большим отклонениям в учете функциональных особенностей исходной системы. На рис. 1 а показана механическая колебательная система с одной степенью свободы.



**Рис. 1.** Схемы для расчета и определения параметров в системе с рычажным механизмом: а) расчетная схема системы; б) принципиальная схема для определения скоростей движения

Рычажный механизм состоит из двух невесомых стержней, имеющих кинематические пары вращательного типа в тт.  $A$ ,  $A_1$  и  $B$ . Объект защиты обладает массой  $M$  и совершает малые колебания в неподвижной системе координат; внешнее возмущение представлено гармонической силой  $Q$ , приложенной к объекту защиты. В точке  $B$  шарнирного механизма имеется твердое тело с массой  $m$ . Длины рычагов обозначены соответственно  $l_1$  и  $l_2$ ; углы установки стержней обозначены через  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1 а). Упругий элемент обладает жесткостью  $k$ . Малые колебания системы происходят относительно положения статического равновесия.

Внешние воздействия являются гармоническими. Полагается, что углы, характеризующие положение элементов механизма, могут рассматриваться как постоянные, то есть как углы начальной установки, а система в целом имеет одну степень свободы. Система обладает тем свойством, что точки  $A$  и  $A_1$  лежат на одной прямой параллельно оси  $y_1$ , то есть система, в определенном смысле, может рассматриваться как центральный кривошипно-шатунный механизм.

На рис. 1 а показано внешнее возмущение силового вида, при котором периодическое возмущение  $Q$  прикладывается непосредственно к объекту защиты массой  $M$ . При кинематическом возмущении, которое рассматривается как известное периодическое движение основания, требуется учет ряда дополнительных деталей, что будет приведено ниже.

Опорная поверхность  $I$  является неподвижной. На рис. 1 б показана схема для определения положения мгновенного центра скоростей (точка  $O_1$ ).

Задача исследования заключается в разработке метода построения математических моделей механических колебательных систем, имеющих в своем составе сложные элементы в виде механизмов, с учетом особенностей возмущений, которые могут иметь силовую и кинематическую формы.

**Силовое внешнее возмущение ( $Q(t) \neq 0, z(t) = 0$ ).** В предлагаемой статье на выделенный объект защиты действуют два внешних возмущения: силовое и кинематическое; однако их рассмотрение производится по

отдельности. В случае необходимости изучения эффектов совместного возмущения может быть использован принцип суперпозиции, поскольку предполагается, что система является линейной. Таким образом, полагая, что  $Q$  является гармоническим воздействием, приложенным к элементу массой  $m$  (рис. 1 а), найдем, что при известной скорости объекта защиты  $y$  и неподвижной опорной поверхности  $I$   $y_B$  (скорость точки  $B$  в абсолютном движении) будет равна:

$$\dot{y}_B = \frac{\dot{y}}{A_1 O_1} \cdot BO_1. \quad (1)$$

В свою очередь:

$$\begin{aligned} \frac{A_1 O_1}{AA_1} &= tg\alpha, \quad BO_1 = AO_1 - l_1, \quad AO_1 = \frac{AA_1}{\cos\alpha}. \\ BO_1 &= \frac{AA_1}{\cos\alpha} - l_1 = \frac{AA_1 - l_1 \cos\alpha}{\cos\alpha} = l_2 \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}. \\ L &= l_1 \cdot \cos\alpha + l_2 \cdot \cos\beta \end{aligned} \quad (2)$$

Используя (1), (2), получим:

$$\begin{aligned} \dot{y}_B &= l_2 \cos\beta \cdot \frac{\dot{y}}{\sin\alpha \cdot l_1 \cdot (\cos\alpha + i \cos\beta)} = \\ &= \frac{\dot{y} \cdot i \cdot \cos\beta}{\sin\alpha \cdot (\cos\alpha + i \cos\beta)} \end{aligned} \quad (3)$$

где  $i = \frac{l_2}{l_1}$  можно принять как передаточное отношение рычажного механизма.

В общем случае можно записать, что  $\dot{y}_B = a \dot{y}$ , где:

$$a = \frac{i \cdot \cos\beta}{\sin\alpha \cdot (\cos\alpha + i \cos\beta)} \quad (4)$$

Так как  $i = \frac{l_2}{l_1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ , то:

$$a = \frac{\cos\beta}{\sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta}. \quad (5)$$

Однако выражение (5) имеет ограниченное значение, поскольку характеризует особенности центрального механизма. Отметим, что постановка задачи исследования своеобразна. С одной стороны, рис. 1 а можно рассматривать в целом, не выделяя объект защиты как кривошипно-ползунный центральный механизм, что было бы вполне уместно, если бы кривошип выполнял свои функции, будучи начальным звеном, совершающим вращение. С другой стороны, в рамках задачи вибрационной защиты в системе выделяется объект защиты  $M$  (рис. 1 а), который опирается на упругий элемент жесткостью  $k$ . В то же время, параллельно пружине размещена двухповодковая группа Асура, состоящая из двух рычагов, соединенных вращательными парами между собой, а также с опорной поверх-

ностью и объектом  $M$ . Во внутреннем шарнире (т.  $B$ ) размещена дополнительная масса  $m$ , которая может рассматриваться и как приведенная масса механизма. Данные детали вполне совместимы в рамках поставленной задачи и приведены для того, чтобы обратить внимание на возможности использования механизмов не центрального типа. Для таких механизмов общеметодические положения сохраняются, но в деталях динамических свойств могут быть особенности динамического состояния как при силовом, так и при кинематическом возмущениях. Однако в такой постановке задача исследования в данной статье не ставилась.

Если принять, что  $i = 1$  и  $\alpha = \beta$ , то настроечный параметр примет, в частности, следующее значение:

$$a = \frac{1}{2\sin\alpha}. \quad (6)$$

На рис. 2 показано семейство зависимостей параметра  $a$  от соотношения углов  $\alpha$  и  $\beta$ .

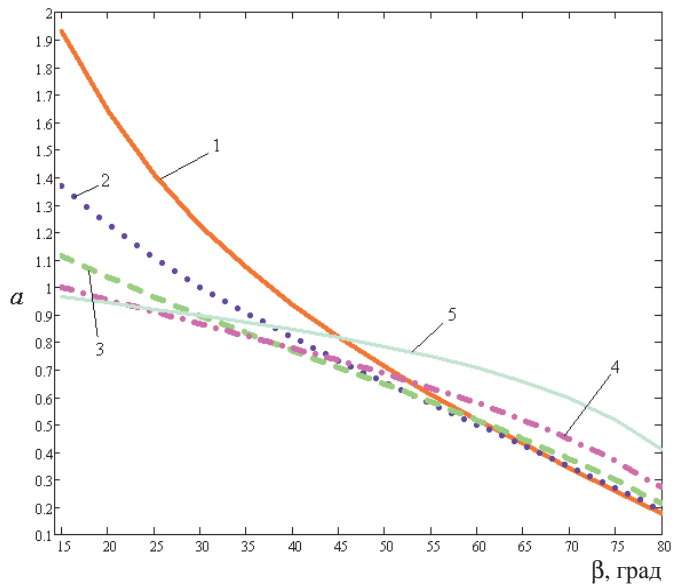
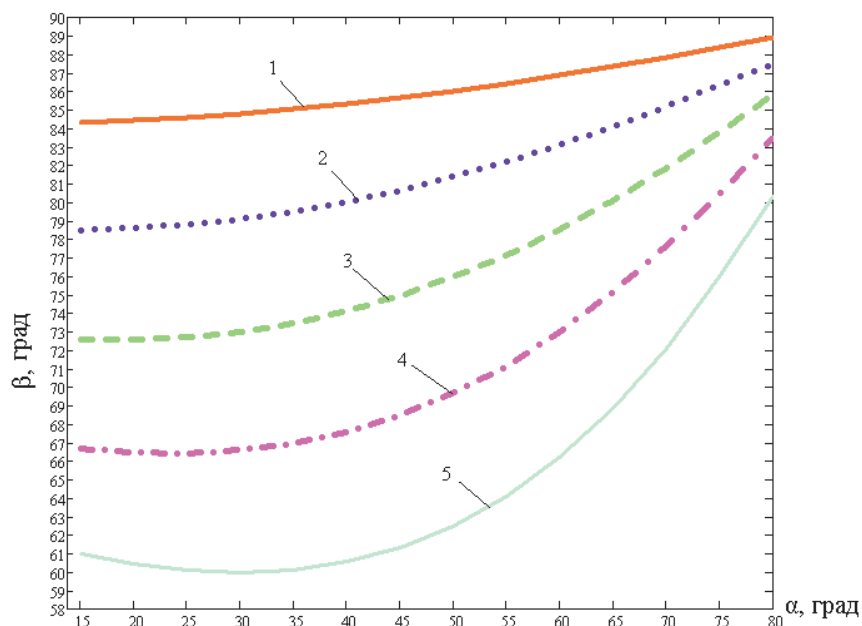


Рис. 2. Зависимости коэффициента передачи скорости  $a$  от соотношения углов наклона верхнего и нижнего рычагов: кривая 1 –  $\alpha = 15^\circ$ ; кривая 2 –  $\alpha = 30^\circ$ ; кривая 3 –  $\alpha = 45^\circ$ ; кривая 4 –  $\alpha = 60^\circ$ ; кривая 5 –  $\alpha = 75^\circ$

Из анализа кривых 1-5 на рис. 2 следует, что настроечный параметр системы  $a$  существенно зависит от соотношения углов. Значения  $\alpha$  и  $\beta$ , в свою очередь, определяют границы параметров системы, при которых передаточные свойства механизма не блокируются условиями самозаклинивания, что характерно для задач взаимодействия с учетом сил трения в кинематических парах механизма, а также между объектом  $M$  и опорной поверхностью (в том случае, если такая поверхность принимается во внимание).

На рис. 3 приведены зависимости углов установки рычагов  $\alpha$  и  $\beta$  между собой при фиксированных значениях коэффициента передачи скорости  $a$  (приняты значения  $a = 0,1$ ;  $a = 0,2$ ;  $a = 0,3$ ;  $a = 0,4$ ;  $a = 0,5$ ).



**Рис. 3.** Зависимости между  $\beta$  (град.) установки верхнего и нижнего рычагов при фиксированном значении  $a$  (выражение (4)): кривая 1 –  $a = 0,1$ ; кривая 2 –  $a = 0,2$ ; кривая 3 –  $a = 0,3$ ; кривая 4 –  $a = 0,4$ ; кривая 5 –  $a = 0,5$

Семейство кривых на рис. 3 отражает вариативные свойства настройки виброзащитной системы при выборе конструктивно-технических параметров системы и ее размеров в частности, что может быть отнесено к задачам динамического синтеза [7].

В этом плане показательно выражение (6), из которого следует, что при малых  $a$  значения коэффициента передачи скорости  $a$  могут принимать большие значения.

Если принять во внимание особенности построения математической модели системы в целом, то при силовом возмущении  $Q$  математическая модель колебательных движений системы может быть получена на основе уравнения Лагранжа второго рода, при этом кинетическая и потенциальная энергии определяются:

$$T = \frac{1}{2} M \cdot \left(\dot{y}\right)^2 + \frac{1}{2} m \cdot \left(\dot{y}_B\right)^2, \quad (7)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k y^2. \quad (8)$$

Уравнение движения системы при силовом возмущении с учетом (7) и (8) запишется в виде:

$$\ddot{y} \cdot (M + ma^2) + ky = Q(t). \quad (9)$$

Применяя к (9) преобразования Лапласа [9], получим уравнение в операторной форме:

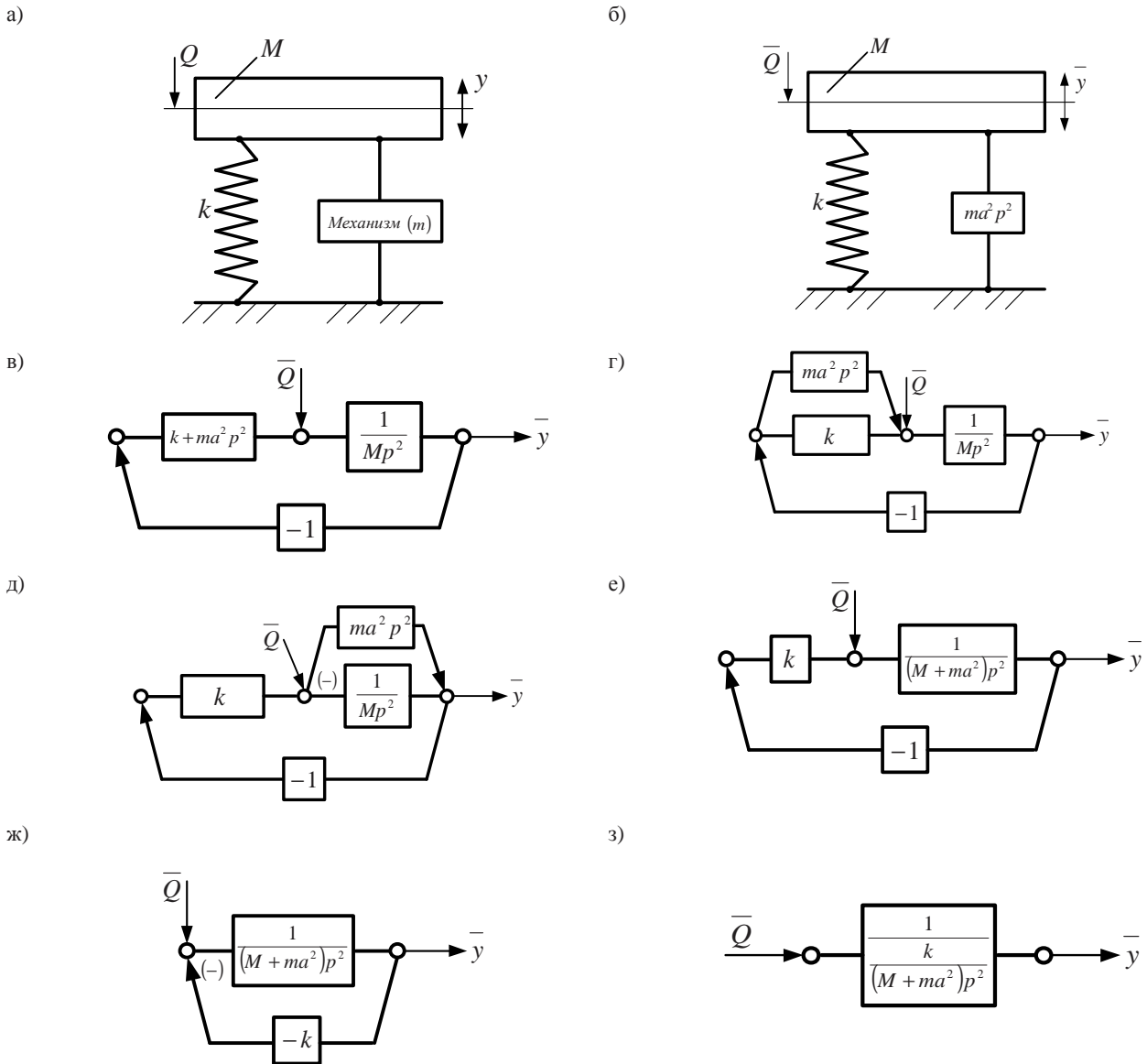
$$(M + ma^2) \cdot \bar{y} \cdot p^2 + k \bar{y} = \bar{Q}. \quad (10)$$

Математической модели (10) в операторной форме соответствует структурная модель-аналог в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления [12].

На рис. 4 а – з представлена последовательность перехода от исходной математической механической сис-

темы (рис. 4 а), которая имеет математическую модель в виде дифференциального уравнения (9) во временной области и в виде соответствующего алгебраического уравнения (10) в области преобразований Лапласа. На рис. 4 б показана (в условной форме) исходная расчетная схема (рис. 4 а), но на ней механизм отображается в виде типового элемента, имеющего передаточную функцию  $ma^2p^2$ , где  $a$  определяется выражением (4). Уравнение (10) в операторной форме однозначно интерпретируется в структурную схему, как это показано на рис. 4 в. Структурная схема представляет собой структурную математическую модель, особенности которой заключаются в том, что она отражает структуру механической системы и все формы динамических взаимодействий системы. Дифференциальное уравнение в операторной форме (10), как уже было отмечено ранее, однозначно интерпретируется соответствующей ей структурной схемой. В свою очередь, на основе структурной схемы может быть однозначно построено дифференциальное уравнение в операторной форме и во временной области.

На рис. 4 з – з показаны возможные формы преобразования исходной структурной математической модели (рис. 4 в). В частности, на рис. 4 з показано, что упругий элемент  $k$  и механизм  $(ma^2p^2)$  находятся в параллельном соединении. Оба элемента (рис. 4 д – ж) представляют собой локальные цепи отрицательной обратной связи. То есть, упругий элемент  $k$  и механизм  $(ma^2p^2)$ , который отображает дифференцирующим звеном второго порядка, относятся к набору типовых элементарных звеньев в структурной теории виброзащитных систем [12]. Отметим, что в этом отношении механизм как звено с передаточной функцией  $ma^2p^2$  реализует в механической колебательной системе обратную связь по абсолютному отклонению, о чем, в частности, упоминалось в работах [14, 15].



**Рис. 4.** Возможные формы представления структурных моделей системы с одной степенью свободы: а) расчетная схема механической колебательной системы; б) расчетная схема системы при использовании изображений переменных по Лапласу; в) детализированная структурная схема; г) параллельное соединение элементов  $k$  и  $ma^2 p^2$ ; д) элемент  $ma^2 p^2$  как цепь обратной отрицательной связи; е) механизм  $ma^2 p^2$  как звено, параллельно соединенное с объектом защиты ( $Mp^2$ ); ж) упругий элемент  $k$  как отрицательная обратная связь по абсолютному отклонению; з) обобщенная форма операторного представления исходной расчетной схемы

Из рис. 4 з можно определить (так же, как и из других вариантов представлений) передаточную функцию системы:

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}} = \frac{1}{(M + ma^2)p^2 + k}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что учет механизма, если иметь в виду динамические аспекты, при силовом возмущении интерпретируется как дополнительная отрицательная обратная связь по абсолютному ускорению. В частности, это приводит к изменению частоты собственных колебаний:

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k}{M + ma^2}. \quad (12)$$

Отметим также, что частота собственных колебаний будет зависеть от конфигурации механизма, что определяется в общем случае выражением (4).

Физический смысл передаточной функции (12) соответствует динамической податливости системы в точке приложения силы  $Q$ .

**Кинематическое внешнее воздействие.** Расчетная схема системы представлена на рис. 1 а, однако при  $Q = 0$ , а  $z(t) \neq 0$  является известной гармонической функцией времени. В данном случае кинематическая схема для определения скоростей будет иметь вид, как показано на рис. 5.

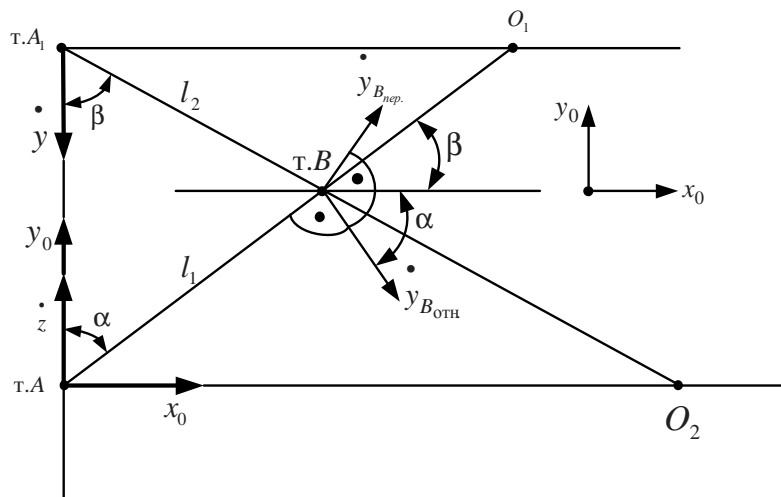


Рис. 5. Принципиальная схема для определения скоростей движения точек при  $z(t) \neq 0$

Используя мгновенный центр скоростей (т.  $O_2$  при  $\dot{y} = 0, \dot{z} \neq 0$ ), можно аналогичным образом, как и в разделе III, найти, что компонента скорости т.  $B$  при движении основания со скоростью  $\dot{z}$  (назовем это переносным движением) определится:

$$\dot{y}_{B_{пер}} = \frac{\dot{z} \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)} \quad (13)$$

или:

$$\dot{y}_{B_{пер}} = a_1 \cdot \dot{z} \quad (13')$$

$$a_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)} \quad (14)$$

Что касается определения скорости точки  $B$  при кинематическом возмущении, то оно (рис. 5) будет иметь две компоненты:  $\dot{y}_{B_{пер}} = a_1 \dot{z}$  (вектор скорости перпендикулярен  $A_2O_2$ ). Вторая компонента скорости т.  $B$  формируется при  $\dot{z} = 0, \dot{y} \neq 0$ , что рассматривалось в разделе III, при этом  $\dot{y}_{B_{отн}} = a \dot{y}$ , а вектор скорости будет перпендикулярен  $AO_1$ . Таким образом:

$$\overline{\dot{y}}_B = \overline{\dot{y}_{B_{отн}}} + \overline{\dot{y}_{B_{пер}}} \quad (15)$$

Используя схему на рис. 5, найдем проекции на оси координат  $y_0, x_0$ :

$$\dot{y}_{B_{x_0}} = \dot{y}_{B_{пер}} \cdot \cos \beta + \dot{y}_{B_{отн}} \cdot \cos \alpha, \quad (16)$$

$$\dot{y}_{B_{y_0}} = \dot{y}_{B_{пер}} \cdot \sin \beta - \dot{y}_{B_{отн}} \cdot \sin \alpha. \quad (17)$$

Тогда:

$$V_B^2 = \left( \dot{y}_B \right)^2 = \left( \dot{y}_{B_{x_0}} \right)^2 + \left( \dot{y}_{B_{y_0}} \right)^2. \quad (18)$$

$$V_B^2 = \left( \dot{z} a_1 \cos \beta + \dot{y} a \cos \alpha \right)^2 + \left( \dot{z} a_1 \sin \beta - \dot{y} a \sin \alpha \right)^2. \quad (19)$$

Откуда:

$$V^2 = \left( \dot{z} \right)^2 \cdot (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) + \left( \dot{y} \right)^2 \cdot a^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \dot{y} \dot{z} a a_1 (\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) \quad (20)$$

Введем обозначение:

$$b = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta. \quad (21)$$

Используя вышеприведенные подходы и выражения (13) – (21), запишем уравнения движения системы при кинематическом возмущении:

$$M \ddot{y} + m a^2 \ddot{y} + z m b a a_1 + k y - k z = 0$$

или:

$$\ddot{y} \cdot (M + m a^2) + k y = k z - z m b a a_1. \quad (22)$$

В операторной форме (22) имеет вид:

$$\overline{\ddot{y}} \cdot (M + m a^2) p^2 + k \overline{y} = k \overline{z} - \overline{z m b a a_1} p^2. \quad (23)$$

Структурная схема системы, приведенной на рис. 1 а, при кинематическом возмущении представлена на рис. 6.

Отметим, что в данном случае внешнее воздействие имеет более сложную природу, чем при силовом возмущении. На вход объекта защиты или звена с передающей функцией  $\frac{1}{M p^2 + m a^2 p^2}$  поступают сила  $k \overline{z}$ , формируемая упругой связью, и сила  $\overline{z m b a a_1} p^2$ , имеющая инерционную природу.

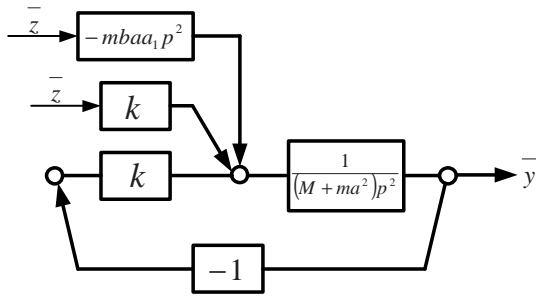


Рис. 6. Структурная схема системы с механизмом  $(ma^2 p^2)$  при кинематическом возмущении

Для оценки динамических свойств системы можно воспользоваться передаточной функцией:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{-maa_1 b p^2 + k}{(M + ma^2)p^2 + k}, \quad (24)$$

где  $a$ ,  $a_1$  и  $b$  соответственно определяются выражениями (4), (14), (21).

Вид амплитудно-частотных характеристик системы при кинематическом возмущении  $z$ , определяемый из (24), будет зависеть от знака  $b$ , что следует из (21).

На рис. 7 показаны зависимости  $b$  от соотношения углов установки рычагов  $\alpha$  и  $\beta$ .

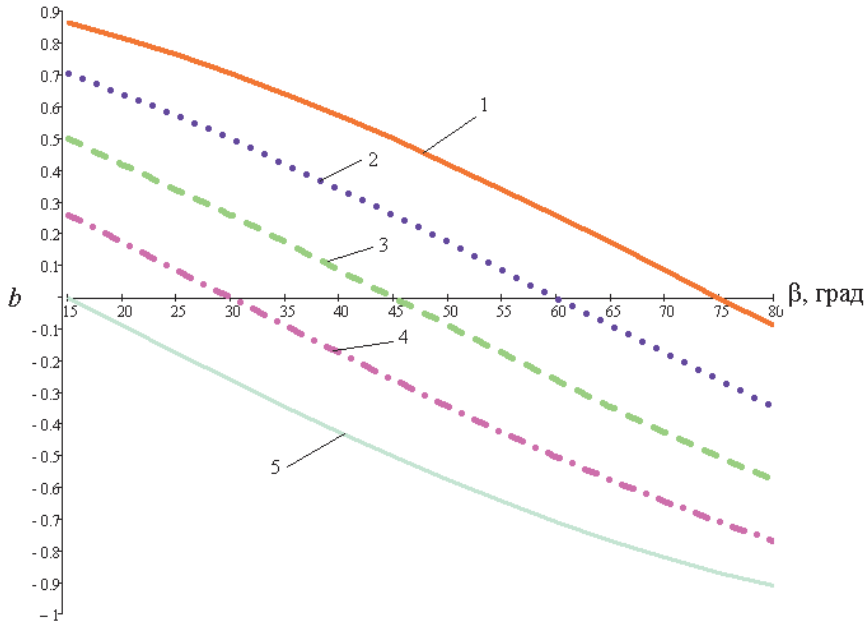


Рис. 7. Зависимость настроечного параметра  $\beta$  от углов установки верхнего и нижнего рычагов: кривая 1 –  $\alpha = 15^\circ$ ; кривая 2 –  $\alpha = 30^\circ$ ; кривая 3 –  $\alpha = 45^\circ$ ; кривая 4 –  $\alpha = 60^\circ$ ; кривая 5 –  $\alpha = 75^\circ$

Из анализа графиков зависимости  $b(\beta)$  при различных  $\alpha$  следует, что при определенных значениях принимает нулевые значения. В общем случае при определенных сочетаниях  $\alpha$  и  $\beta$   $b$  может принимать отрица-

тельные и положительные значения. В зависимости от знака параметра  $b$  амплитудно-частотные характеристики при кинематическом возмущении будут иметь тот или иной вид, как показано на рис. 8 а, б.

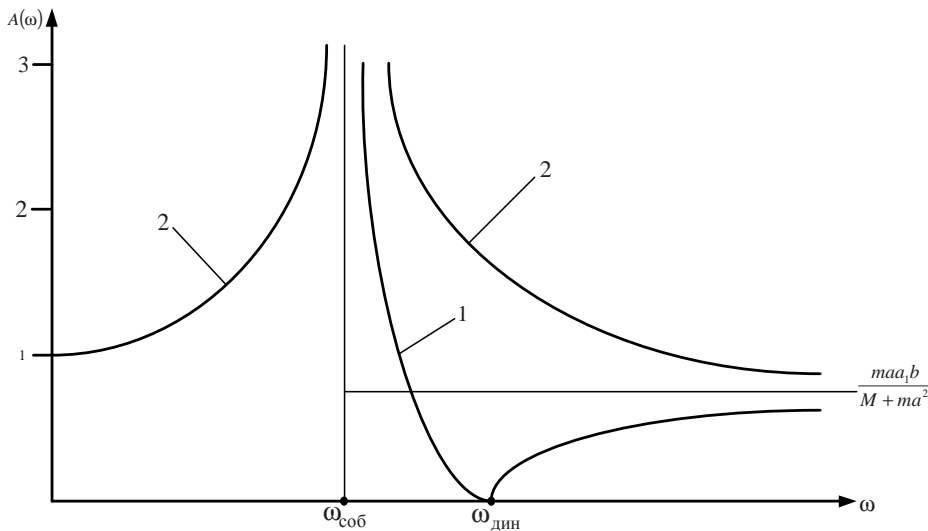


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики системы при кинематическом возмущении: кривая 1, соответствующая  $b < 0$ ; кривая 2 соответствует  $b > 0$

Из рис. 8 следует, что частота внешнего воздействия:

$$\omega_{\text{собр}}^2 = \frac{k}{M + ma^2}, \quad (25)$$

возможно наступление резонанса как для случая  $b < 0$ , так и  $b > 0$ . Вместе с тем, при  $b < 0$  (кривая 1 (рис. 8)) возможен режим динамического гашения колебаний при частоте внешнего возмущения:

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k}{maa_1b}. \quad (26)$$

При увеличении частоты внешнего воздействия, как это следует из рис. 8 (кривые 1, 2), амплитудно-частотные характеристики стремятся к одному и тому же пределу (сверху и снизу):

$$W_1(p) = \frac{k}{M + ma^2}. \quad (27)$$

Особенности системы проявляются при значениях  $b = 0$ . На рис. 9 показана зависимость  $\alpha(\beta)$  при различных  $\alpha$  при условии, что  $b = 0$ .

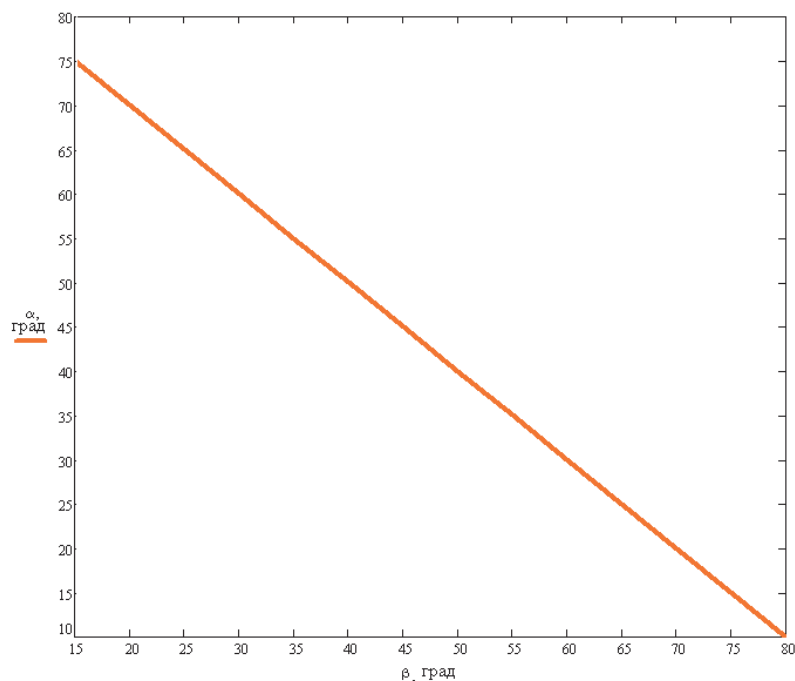


Рис. 9. Зависимость между углами  $\alpha$  и  $\beta$  при значении параметра  $b = 0$

На графике (рис. 9) видно, что кривая  $\alpha(\beta)$  является границей разделяющих плоскость параметров на две области *I* и *II*.

Область *I* соответствует параметрам системы, при которых возникает режим динамического гашения. В свою очередь, область *II* соответствует параметрам, которые характеризуются амплитудно-частотными характеристиками ( $A(\omega)$  – кривая 2 (рис. 8)) без режима динамического гашения колебаний.

Что касается значения  $b = 0$ , то оно определяется семейством параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , расположенных на кривой  $\alpha(\beta)$ , рис. 9, которые определяют условия одинаковости проявления форм вынужденных колебаний, возбуждаемых силовыми или кинематическими возмущениями.

В таких условиях возникающие инерционные силы, связанные с наличием дополнительной массы  $m$ , будут равны нулю, то есть выполняется условие  $maa_1b = 0$ .

### Заключение

Механизмы различного типа, в частности шарнирно-рычажного, могут вводиться в структуры механических колебательных систем, создаваемых для решения задач вибрационной защиты, обеспечения необходи-

мых динамических свойств шагающих роботов и обеспечения передаточных свойств управляющих воздействий в вибрирующих технических объектах. Использование структурных моделей, которые могут рассматриваться как операторные модели-аналоги дифференциальных уравнений с последующим использованием передаточных функций.

В рамках структурных подходов можно отметить, что введение механизмов в физическом смысле может интерпретироваться как введение отрицательной обратной связи по отношению к объекту защиты.

Структура обратной связи, создаваемой механизмом, определяется элементом с передаточной функцией дифференцирующего звена второго порядка.

Действие силовых и кинематических воздействий в общем случае не является равноценным, хотя существуют условия, при которых силовые и кинематические возмущения могут создавать одни и те же динамические ситуации.

При кинематическом возмущении механизмы могут создавать в системах с одной степенью свободы режимы динамического гашения.



При увеличении частоты внешних воздействий со стороны опорной поверхности возможно появление «запирания» системы, которое может быть двух типов.

Особенности механизмов в структуре механических колебательных систем могут использоваться для обеспечения настройки параметров технического объекта в задачах динамического взаимодействия при вибрационных воздействиях.

### Литература

1. Фролов К.В., С.А. Попов С.А., Мусатов К.М. Теория механизмов и машин. 5-е изд. М.: Высш. шк., 2005. 495 с.
2. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И., Паршута Е.А., Каимов Е.В. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи вибрационной защиты машин, приборов и оборудования: моногр. ИрГУПС. Иркутск, 2013. 187 с. Деп. в ВИНТИ 15.08.2013. № 243 – В 2013.
3. Брискин Е.С., Жога В.В., Чернышев В.В., Малолетов А.В. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми движениями: моногр. М.: Машиностроение, 2009. 191 с.
4. Чернышев В.В. Пассивное поддресоривание мобильных робототехнических систем с цикловыми механизмами шагания // Изв. вузов. Машиностроение. 2003. № 1. С. 31-39.
5. Зенциорский В.М., Аруин А.С., Селуянов А.Н. Биомеханика двигательного аппарата. М.: Физкультура и спорт, 1981. 143 с.
6. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1980. 276 с.
7. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засыдко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: изд-во ИГУ, 2008. 523 с.
8. Рагульскис К.М. Механизмы на вибрирующем основании (вопросы динамики устойчивости). Каунас: Ин-т энергетики и электротехники Лит. ССР, 1963. 240 с.
9. Кобринский А.Е. Механизмы с упругими связями. М.: Наука, 1964. 252 с.
10. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. М.: Наука, 1988. 356 с.
11. Смольников Б.А. Проблемы механики и оптимизации роботов. М.: Наука, 1991. 232 с.
12. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 394 с.
13. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб., Политехника, 2013. 319 с.
14. Елисеев С.В., Баландин О.А. О влиянии связей по ускорению на динамические свойства механических систем // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1974. № 2. С. 16-19.
15. Елисеев С.В. Структурная теория виброзащитных систем. Новосибирск: Наука, 1978. 212 с.

16. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М., 2002.

17. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В. Обобщенные подходы к построению математических моделей механических систем с Г-образными динамическими гасителями колебаний // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 9. С. 9-23.

### References

1. Frolov K.V., S.A. Popov S.A., Musatov K.M. Theory of mechanisms and machines . 5-e izd. M.: Vyssh. shk., 2005. 495 p.
2. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Parshuta E.A., Kaimov E.V. Mechanisms in elastic oscillatory systems: features of the accounting of dynamic properties, problems of vibration protection of machines, devices and equipment : monogr. IrGUPS. Irkutsk, 2013. 187 p. Dep. v VINITI 15.08. 2013. № 243 – V 2013.
3. Briskin E.S., Zhoga V.V., Chernyshev V.V., Maloletov A.V. Dynamics and traffic control of treading robots with cyclic movements: monogr. M.: Mashinostroenie, 2009. 191 p.
4. Chernyshev V.V. Passive cushioning of mobile robotic systems with cyclic mechanisms of pacing // Izv. vuzov. Mashinostroenie. 2003. № 1. P. 31-39.
5. Zentsiorskii V.M., Aruin A.S., Seluyanov A.N. Biomechanics of the motive device. M.: Fizkultura i sport, 1981. 143 p.
6. Frolov K.V., Furman F.A. Applied theory of vibroprotective systems. M.: Mashinostroenie, 1980. 276 p.
7. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in the generalized problems of vibroprotection and a vibration insulation of technical objects. Irkutsk: Izd-vo IGU, 2008. 523 p.
8. Ragul'skis K.M. Mekhanizmy na vibriruyushchem osnoveanii (voprosy dinamiki ustoichivosti). Kaunas: In-t energetiki i elektrotekhniki Lit. SSR, 1963. 240 p.
9. Kobrinskii A.E. Mekhanizmy s uprugimi svyazyami. M.: Nauka, 1964. 252 p.
10. Levitskii N.I. Kolebaniya v mekhanizmax. M.: Nauka, 1988. 356 p.
11. Smol'nikov B.A. Problemy mekhaniki i optimizatsii robotov. M.: Nauka, 1991. 232 p.
12. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mekhatronnye podkhody v dinamike mekhanicheskikh kolebatel'nykh sistem. Novosibirsk: Nauka, 2011. 394 p.
13. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dinamika mekhanicheskikh sistem. Rychazhnyye i inertsiionno-uprugie svyazi. SPb., Politekhnik, 2013. 319 p.
14. Eliseev S.V., Balandin O.A. O vliyaniy svyazei po uskoreniyu na dinamicheskie svoystva mekhanicheskikh sistem // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 1974. № 2. P.16-19.
15. Eliseev S.V. Strukturnaya teoriya vibrozashchitnykh sistem. Novosibirsk: Nauka, 1978. 212 p.
16. Belokobyl'skii S.V. Dinamika sistem s sukhim treniem i ee prilozhenie k zadacham gornoj mekhaniki. M., 2002.
17. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V. Obobshchennyye podkhody k postroeniyu matematicheskikh modelei mekhanicheskikh sistem s G-obraznymi dinamicheskimi gasitelyami kolebaniy // Sistemy. Metody. Tekhnologii. 2011. № 9. P. 9-23.