

kommunal'nom i dorozhnom kompleksakh: materialy 2-i mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Bryansk, 2010. T.2. 346 p.

5. Kovalenko G.V., Dudina I.V., Zherdeva S.A. Avtomatizirovannyi kontrol' kachestva konstruktssii zavodskogo izgotovleniya na osnove integral'noi otsenki ikh nadezhnosti // Informatsionnye sistemy kontrolya i upravleniya v promyshlennosti i na transporte: sb. nauch. tr. Irkutsk: IrGUPS, 2010. Vyp. 17. 216 p.

6. Kovalenko G.V., Zherdeva S.A. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya stenovykh panelei pri kratkovremennom deistvii vertikal'noi i gorizonta'noi nagruzok // Problemy innovatsionnogo biosferno-sovmestimogo sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya v stroitel'nom, zhilishchno-kommunal'nom i dorozhnom kompleksakh: materialy 2-i mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Bryansk, 2010. T.2. 346 p.

7. Zherdeva S.A., Dudina I.V., Soroka M.D. Komp'yuternoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya nesushchikh stenovykh panelei // Trudy Bratskogo gosudarstven-

nogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. 2011. T. 2. 252 p.

8. Dudina I.V., Zherdeva S.A., Martynov S.V. Analiz rezul'tatov chislennogo modelirovaniya povedeniya pod nagruzkoi konstruktssii so slozhnym napryazhennym sostoyaniem // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. Yubil. vyp. k 55-letiyu Brat. gos. un-ta, 2012. T. 1. P. 203.

9. Kovalenko G.V., Korda Ya.V. Primenenie veroyatnostnykh metodov v stroitel'nom proektirovanii // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki. Yubil. vyp. k 55-letiyu Brat. gos. un-ta, 2012. T. 1. P. 230.

10. Kovalenko G.V., Dudina I.V., Zherdeva S.A. Prakticheskie metody otsenki nadezhnosti sbornykh zhelezobetonnykh konstruktssii na stadii izgotovleniya monogr. Bratsk, 2013. 123 s. Rus. Dep. v VINITI 24.06.2013 № 179 – V 2013.

УДК 674.093

Определение оптимальных размеров бруса и досок при раскросе пиловочника средних и больших размеров брусом-развальным способом

А.И. Агапов

Вятский государственный университет, ул. Московская 36, Киров, Россия
kaf_mtd@vyatsu.ru

Статья поступила 10.05.2014, принята 15.08.2014

Математическая модель оптимизационной задачи раскроса пиловочника составлена для раскроса пиловочника с получением одного бруса и трех пар боковых досок. Математическая модель включает в себя целевую функцию и четыре уравнения связи. Для решения математической модели использовался метод множителей Лагранжа. Алгоритм решения задачи представлен в относительных единицах. Расчет оптимальных размеров по полученному алгоритму решения задачи производился численным методом. Подтверждается ранее принятая гипотеза о том, что с увеличением толщины бруса и, следовательно, его объема, размеры и объем боковых досок уменьшаются, и наоборот. Очевидно, имеется такое соотношение размеров бруса и боковых досок, при котором целевая функция принимает максимальное значение. Для данной схемы раскроса пиловочника оптимальная толщина бруса составляет 0,359 от диаметра бревна в вершинном торце.

Ключевые слова: пиловочник, брусомый способ, брус и доски, математическая модель, критерий оптимальности, целевая функция, уравнение связи, функция Лагранжа, алгоритм задачи, численный метод, оптимальные размеры.

Setting optimal sizing of the square-sawn timber and boards when cutting medium and large sawn timber with side log way of sawing

A.I. Agapov

Vyatka State University, 36 Moskovskaya St., Kirov, Russia
kaf_mtd@vyatsu.ru

Received 10.05.2014, accepted 15.08.2014

To breakdown sawn timber with getting square-sawn timber and three pairs of side boards a mathematical model of optimization task for sawing process has been formulated. The model includes an objective function and four constraint equations. To solve the mathematical model Lagrange multiplier method has been used. Solution algorithm has been presented in relative units. Optimal sizing was calculated with numerical method and by using solution algorithm. Hypothesis, accepted earlier, has been confirmed that the thicker square-sawn timber is, hence the more its volume and sizing are, the less the volume and sizing of the side boards are, and vice versa.

It is evident that there is a ratio between square-sawn timber sizing and sizing of side boards. For this scheme of breaking sawn timber down optimum bar thickness is 0.359 of the diameter of the log at the apex end.

Keywords: sawn timber, side log way of sawing, square-sawn timber and side boards, mathematical model, optimality criterion, objective function, constraint equation, Lagrange multiplier method, numerical method, optimal sizing.

Постановка задачи. Брусово-развальный способ раскря пиловочника широко используется в промышленности, так как позволяет за два прохода сформировать обрезные доски. При раскря пиловочника средних и больших размеров (диаметр бревна в вершинном торце 24...60 см) часто используется схема раскря с выпиливанием одного бруса и трех пар боковых досок (рис. 1) [4].

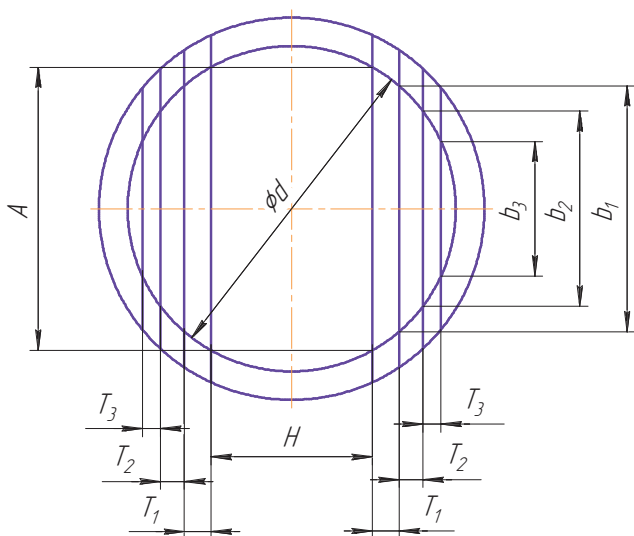


Рис. 1. Схема раскря пиловочника с получением одного бруса и трех пар боковых досок

Для такой схемы раскря пока не определены оптимальные размеры бруса и досок.

Составление математической модели. Для решения такой задачи составляем математическую модель [1]. В качестве критерия оптимальности выбираем выход обрезных пиломатериалов, получаемых после первого прохода раскря пиловочника по данной схеме. Целевую функцию представляем в виде суммы поперечных сечений бруса и досок:

$$Z = H \cdot A + 2T_1 \cdot b_1 + 2T_2 \cdot b_2 + 2T_3 \cdot b_3, \quad (1)$$

где H – толщина бруса; A – ширина пласти бруса; T_1 , T_2 , T_3 – толщины соответственно первой, второй и третьей пары боковых досок; b_1 , b_2 , b_3 – ширины наружной пласти соответственно первой, второй и третьей пары боковых досок.

Такое представление целевой функции отвечает физической сущности теории максимальных поставок при раскря пиловочника. В формуле (1) одновременно суммарно учитываются площади поперечных сечений

бруса и боковых досок. Можно предположить, что с увеличением объема бруса объем досок уменьшается, и наоборот. Очевидно, имеется такое соотношение размеров бруса и досок, при котором объем этой пилопродукции получается максимальным. Такой системный подход отвечает также требованиям постановки и решения оптимизационных задач.

Уравнения связи представляем в виде зависимостей диаметра пиловочника в вершинном торце с размерами получаемого бруса и боковых досок [2]. Для этого воспользуемся теоремой Пифагора. Уравнение связи для бруса:

$$d^2 - H^2 - A^2 = 0, \quad (2)$$

где d – диаметр пиловочника в вершинном торце.

Уравнение связи для первой пары боковых досок:

$$\begin{aligned} d^2 - b_1^2 - (H + 2T_1)^2 &= 0, \\ d^2 - b_1^2 - H^2 - 4T_1^2 - 4HT_1 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение связи для второй пары боковых досок:

$$\begin{aligned} d^2 - b_2^2 - (H + 2T_1 + 2T_2)^2 &= 0, \\ d^2 - b_2^2 - H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4HT_1 - 4HT_2 - 8T_1T_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение связи для третьей пары боковых досок:

$$\begin{aligned} d^2 - b_3^2 - (H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3)^2 &= 0, \\ d^2 - b_3^2 - H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4T_3^2 - 4HT_1 - & \\ - 4HT_2 - 4HT_3 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Полагаем, что математическая модель составлена.

Решение математической модели. Для решения задачи воспользуемся методом множителей Лагранжа. Функция Лагранжа будет иметь вид:

$$\begin{aligned} L = HA + 2T_1b_1 + 2T_2b_2 + 2T_3b_3 + \lambda(d^2 - H^2 - A^2) + \\ + \lambda_1(d^2 - b_1^2 - H^2 - 4HT_1 - 4T_1^2) + \\ + \lambda_2(d^2 - b_2^2 - H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4HT_1 - 4HT_2 - 8T_1T_2) + \\ + \lambda_3(d^2 - b_3^2 - H^2 - 4T_1^2 - 4T_2^2 - 4T_3^2 - 4HT_1 - 4HT_2 - \\ - 4HT_3 - 8T_1T_2 - 8T_1T_3 - 8T_2T_3), \end{aligned} \quad (6)$$

где λ , λ_1 , λ_2 , λ_3 – множители Лагранжа.

Находим частные производные от функции Лагранжа и приравняем их к нулю:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dL}{dA} = H - 2\lambda A = 0, \\ \frac{dL}{dH} = A - 2\lambda H - 2\lambda_1 H - 4\lambda_1 T_1 - 2\lambda_2 H - 4\lambda_2 T_1 - 4\lambda_2 T_2 - 2\lambda_3 H - 4\lambda_3 T_1 - 4\lambda_3 T_2 - 4\lambda_3 T_3 = 0, \\ \frac{dL}{db_1} = 2T_1 - 2\lambda_1 b_1 = 0, \\ \frac{dL}{dT_1} = 2b_1 - 4\lambda_1 H - 8\lambda_1 T_1 - 4\lambda_2 H - 8\lambda_2 T_1 - 8\lambda_2 T_2 - 8\lambda_3 T_1 - 4\lambda_3 H - 8\lambda_3 T_2 - 8\lambda_3 T_3 = 0, \\ \frac{dL}{db_2} = 2T_2 - 2\lambda_2 b_2 = 0, \\ \frac{dL}{dT_2} = 2b_2 - 8\lambda_2 T_2 - 4\lambda_2 H - 8\lambda_2 T_1 - 8\lambda_3 T_2 - 4\lambda_3 H - 8\lambda_3 T_1 - 8\lambda_3 T_3 = 0, \\ \frac{dL}{db_3} = 2T_3 - 2\lambda_3 b_3 = 0, \\ \frac{dL}{dT_3} = 2b_3 - 8\lambda_3 T_3 - 4\lambda_3 H - 8\lambda_3 T_1 - 8\lambda_3 T_2 = 0. \end{array} \right. \quad (7)$$

Решаем полученную систему уравнений (7) совместно с уравнением связи. Из предпоследнего уравнения системы (7) находим:

$$T_3 = \lambda_3 b_3, \quad \lambda_3 = \frac{T_3}{b_3}. \quad (8)$$

Рассматриваем последнее уравнение системы (7), которое представляем в следующем виде:

$$b_3 = 4\lambda_3 T_3 + 2\lambda_3 H + 4\lambda_3 T_1 + 4\lambda_3 T_2. \quad (9)$$

В последнее равенство (9) подставим выражение (8), получим:

$$b_3^2 = 2(H + 2T_1 + 2T_2 + 2T_3)T_3. \quad (10)$$

Полученное равенство (10) подставляем в уравнение связи (5), получим:

$$8T_3^2 + 6(H + 2T_1 + 2T_2)T_3 + (H + 2T_1 + 2T_2)^2 - d^2 = 0. \quad (11)$$

Решая полученное квадратное уравнение (11), получим:

$$T_3 = \frac{1}{8}(\sqrt{8d^2 + (H + 2T_1 + 2T_2)^2} - 3(H + 2T_1 + 2T_2)). \quad (12)$$

Рассматриваем пятое уравнение системы (7), из которого находим:

$$T_2 = \lambda_2 b_2, \quad \lambda_2 = \frac{T_2}{b_2}. \quad (13)$$

Рассматриваем шестое уравнение системы (7), которое с учетом последнего уравнения этой системы можно представить в следующем виде:

$$b_2 = 4\lambda_2 T_2 + 2\lambda_2 H + 4\lambda_2 T_1 + b_3. \quad (14)$$

В последнее равенство (14) подставим выражение (13), получим:

$$b_2^2 = 4T_2^2 + 2HT_2 + 4T_1T_2 + b_2b_3. \quad (15)$$

Из последнего равенства (15) можно выразить ширину второй пары боковых досок:

$$b_3 = b_2 - \frac{2T_2}{b_2}(H + 2T_1 + 2T_2). \quad (16)$$

Используя уравнение связи (5) и зная ширину третьей пары боковых досок, можно определить толщину третьей пары боковых досок:

$$T_3 = \frac{1}{2}(\sqrt{d^2 - b_3^2} - (H + 2T_1 + 2T_2)). \quad (17)$$

Рассматриваем третье уравнение системы (7), из которого находим:

$$T_1 = \lambda_1 b_1, \quad \lambda_1 = \frac{T_1}{b_1}. \quad (18)$$

Рассматриваем четвертое уравнение системы (7), которое с учетом шестого уравнения этой системы можно представить в следующем виде:

$$b_1 = 2\lambda_1 H + 4\lambda_1 T_1 + b_2. \quad (19)$$

В последнее равенство (19) подставляем выражение (18), получим:

$$b_1^2 = 2HT_1 + 4T_1^2 + b_1 b_2. \quad (20)$$

Из последнего равенства (20) определяем ширину наружной пласти второй пары боковых досок:

$$b_2 = b_1 - \frac{2T_1}{b_1}(H + 2T_1). \quad (21)$$

Зная ширину второй пары боковых досок, толщину этих досок можно определить из уравнения связи (4):

$$T_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{d^2 - b_2^2} - (H + 2T_1)). \quad (22)$$

Рассматриваем первое уравнение системы (7), которое представляем в виде:

$$H = 2\lambda A, \quad \lambda = \frac{H}{2A}. \quad (23)$$

Рассматриваем второе уравнение системы (7), которое с учетом четвертого уравнения этой системы можно записать в следующем виде:

$$A = 2\lambda H + b_1. \quad (24)$$

В последнее равенство (24) подставляем выражение (23), получим:

$$A^2 = H^2 + Ab_1. \quad (25)$$

Из уравнения связи (2) можно написать:

$$A^2 = d^2 - H^2. \quad (26)$$

Используя равенство (26), выражение (25) можно представить в следующем виде:

$$d^2 - 2H^2 = Ab_1. \quad (27)$$

Из последнего равенства (27) можно определить ширину первой пары боковых досок:

$$b_1 = \frac{A^2 - H^2}{A} = \frac{d^2 - 2H^2}{A}. \quad (28)$$

Зная ширину первой пары боковых досок, из уравнения связи (3) можно определить толщину этих досок:

$$T_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{d^2 - b_1^2} - H). \quad (29)$$

Если формулу (29) подставить в уравнение связи (3), а затем решить его, то получим:

$$T_1 = \frac{H}{2} \left(\sqrt{\frac{3d^2 - 4H^2}{d^2 - H^2}} - 1 \right). \quad (30)$$

Таким образом, рассмотрены все уравнения системы (7), и учтены все уравнения связи. Получены формулы для определения оптимальных размеров бруса и досок, по которым, тем не менее, невозможно непосредственно рассчитать оптимальные размеры бруса.

Алгоритм решения задачи. Для решения задачи воспользуемся численным методом. Задаемся толщиной бруса, а остальные размеры и величину целевой функции определяем по формулам. По результатам расчетов находим максимальное значение целевой функции. С целью упрощения расчетов и анализа результатов все полученные ранее формулы представляем в относительных единицах, полагая $m_H = H/d$. Тогда алгоритм решения задачи будет иметь вид [3].

Относительная ширина пласти бруса:

$$m_A = \frac{A}{d} = \sqrt{1 - m_H^2}. \quad (31)$$

Относительная ширина первой пары боковых досок:

$$m_{b_1} = \frac{b_1}{d} = \frac{m_A^2 - m_H^2}{\sqrt{1 - m_H^2}} = \frac{1 - 2m_H^2}{m_A}. \quad (32)$$

Относительная толщина первой пары боковых досок:

$$m_{T_1} = \frac{T_1}{d} = \frac{1}{2}(\sqrt{1 - m_{b_1}^2} - m_H). \quad (33)$$

Относительная ширина наружной пласти второй пары боковых досок:

$$m_{b_2} = \frac{b_2}{d} = m_{b_1} - \frac{2m_{T_1}}{m_{b_1}}(m_H + 2m_{T_1}). \quad (34)$$

Относительная толщина второй пары боковых досок:

$$m_{T_2} = \frac{T_2}{d} = \frac{1}{2}(\sqrt{1 - m_{b_2}^2} - (m_H + 2m_{T_1})). \quad (35)$$

Относительная ширина наружной пласти третьей пары боковых досок:

$$m_{b_3} = \frac{b_3}{d} = m_{b_2} - \frac{2m_{T_2}}{m_{b_2}}(m_H + 2m_{T_1} + 2m_{T_2}). \quad (36)$$

Относительная толщина третьей пары боковых досок:

$$m_{T_3} = \frac{T_3}{d} = \frac{1}{2}(\sqrt{1 - m_{b_3}^2} - (m_H + 2m_{T_1} + 2m_{T_2})). \quad (37)$$

Относительная площадь поперечного сечения первой пары боковых досок:

$$Z_{d1} = 2m_{b1} \times m_{T1}. \quad (38)$$

Относительная площадь поперечного сечения второй пары боковых досок:

$$Z_{d2} = 2m_{b2} \times m_{T2}. \quad (39)$$

Относительная площадь поперечного сечения третьей пары боковых досок:

$$Z_{d3} = 2m_{b3} \times m_{T3}. \quad (40)$$

Суммарная относительная площадь поперечного сечения боковых досок:

$$Z_d = Z_{d1} + Z_{d2} + Z_{d3}. \quad (41)$$

Относительная площадь поперечного сечения бруса:

$$Z_{бр} = m_H \times m_A. \quad (42)$$

Суммарная относительная площадь поперечных сечений бруса и досок:

$$Z = Z_{бр} + Z_d. \quad (43)$$

Результаты решения задачи. По полученному алгоритму выполняются расчеты, которые производятся следующим образом. Вначале задаемся относительной толщиной бруса в предполагаемом диапазоне 0,2...0,5 с градацией 0,05 и определяем все размеры бруса и досок, а также величину целевой функции. По результатам расчетов находим диапазон m_H , в котором целе-

вая функция принимает максимальное значение. Далее для этого диапазона производим расчеты с градацией $m_H = 0,01$ и определяем все размеры бруса и досок, а также величину целевой функции. Затем по результатам расчетов находим диапазон m_H , в котором целевая функция принимает максимальное значение. Далее для

этого диапазона окончательно производим расчеты при изменении m_H с градацией 0,001 и определяем максимальное значение целевой функции. Этот результат принимаем за искомый вариант решения задачи, так как такая точность расчета вполне достаточна. Результаты расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Относительные размеры бруса и досок, а также площади их поперечных сечений при изменении толщины бруса

m_H	m_A	m_{b1}	m_{T1}	m_{b2}	m_{T2}	m_{b3}	m_{T3}	$Z_{д1}$	$Z_{д2}$	$Z_{д3}$	$Z_{д}$	$Z_{бр}$	Z
0,2	0,979	0,938	0,072	0,886	0,059	0,823	0,051	0,135	0,105	0,085	0,326	0,195	0,52215
0,25	0,968	0,903	0,089	0,819	0,072	0,717	0,061	0,161	0,118	0,088	0,368	0,242	0,61033
0,3	0,953	0,859	0,105	0,734	0,083	0,578	0,068	0,181	0,123	0,079	0,383	0,286	0,66986
0,35	0,936	0,805	0,121	0,628	0,093	0,397	0,069	0,195	0,116	0,055	0,367	0,327	0,69523
0,4	0,916	0,741	0,135	0,497	0,098	0,154	0,060	0,200	0,098	0,018	0,317	0,366	0,68386
0,45	0,893	0,666	0,147	0,335	0,098	-0,216	0,017	0,197	0,065	-0,007	0,255	0,401	0,65734
0,32	0,947	0,839	0,111	0,694	0,087	0,512	0,069	0,187	0,122	0,071	0,381	0,303	0,68437
0,33	0,943	0,828	0,115	0,673	0,089	0,476	0,069	0,190	0,120	0,066	0,377	0,311	0,68948
0,34	0,940	0,817	0,117	0,651	0,091	0,438	0,070	0,192	0,119	0,061	0,373	0,319	0,69310
0,35	0,936	0,805	0,121	0,628	0,093	0,397	0,069	0,195	0,116	0,055	0,367	0,327	0,69523
0,36	0,933	0,794	0,124	0,604	0,094	0,355	0,069	0,197	0,114	0,049	0,359	0,336	0,69585
0,37	0,929	0,781	0,127	0,579	0,095	0,309	0,067	0,198	0,110	0,042	0,351	0,343	0,69497
0,38	0,924	0,769	0,130	0,553	0,096	0,261	0,066	0,199	0,107	0,034	0,341	0,351	0,69262
0,39	0,920	0,756	0,132	0,525	0,097	0,209	0,063	0,200	0,102	0,026	0,32	0,359	0,68887
0,355	0,934	0,800	0,122	0,616	0,093	0,376	0,069	0,196	0,115	0,052	0,363	0,332	0,69573
0,356	0,93	0,799	0,122	0,614	0,093	0,372	0,069	0,196	0,115	0,051	0,363	0,333	0,69578
0,357	0,934	0,797	0,123	0,611	0,094	0,368	0,069	0,196	0,115	0,051	0,362	0,333	0,69582
0,358	0,933	0,796	0,123	0,609	0,094	0,363	0,069	0,197	0,114	0,050	0,361	0,334	0,69585
0,359	0,933	0,795	0,123	0,606	0,094	0,359	0,069	0,197	0,114	0,049	0,360	0,335	0,69586
0,36	0,932	0,794	0,124	0,604	0,094	0,355	0,069	0,197	0,114	0,049	0,359	0,336	0,69585
0,361	0,932	0,792	0,124	0,602	0,094	0,350	0,068	0,197	0,113	0,048	0,359	0,336	0,69583
0,362	0,932	0,791	0,124	0,599	0,094	0,346	0,068	0,197	0,113	0,047	0,358	0,337	0,69579
0,363	0,931	0,790	0,124	0,596	0,094	0,341	0,068	0,197	0,113	0,047	0,357	0,338	0,69574
0,364	0,931	0,789	0,125	0,594	0,094	0,337	0,068	0,197	0,113	0,046	0,357	0,339	0,69568

В табл. 1 раскрыта последовательность выполнения расчетов. Вначале расчетами установлено, что целевая функция принимает максимальное значение при $m_H = 0,35$. Далее было выявлено, что максимальный объем пилопродукции получается при $m_H = 0,36$. Затем, при изменении толщины бруса с градацией 0,001 было установлено, что экстремальное значение целевая функция принимает при $m_H = 0,359$. Таким образом, данные табл. 1 показывают, что максимальный выход

пилопродукции получается при относительной толщине бруса, равной 0,359. Следовательно, аналитическим путем определены оптимальные размеры бруса и досок, при которых обеспечивается максимальный выход пилопродукции.

Анализ результатов. Следует отметить, что с увеличением относительной толщины бруса относительная площадь поперечного сечения этого бруса возрастает.

тает, а суммарная площадь поперечных сечений боковых досок уменьшается. Следовательно, подтверждается ранее принятая гипотеза о том, что, очевидно, имеется такое сочетание размеров бруса и досок, при кото-

ром целевая функция принимает максимальное значение (рис. 2).

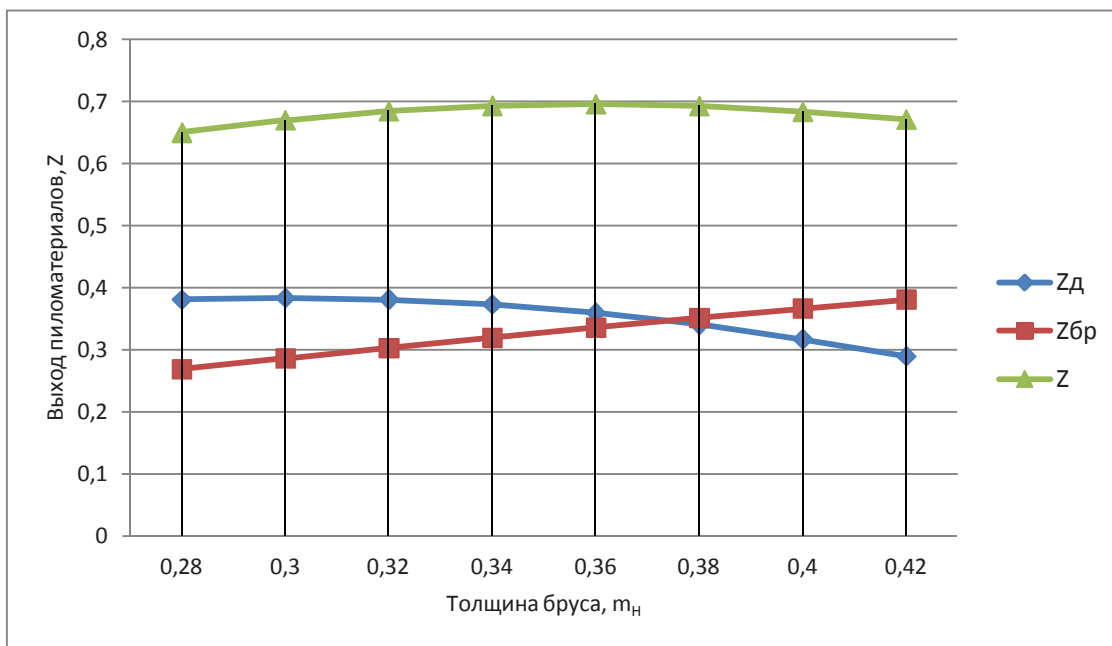


Рис. 2. Влияние относительной толщины бруса на площади поперечных сечений бруса и досок

Расчеты показывают, что целевая функция при изменении толщины m_H бруса изменяется плавно. Особенно это изменение целевой функции не столь значительно в диапазоне изменения $m_H = 0,32...0,4$. Следовательно, при расчете и составлении поставок толщину бруса можно выбирать в этом диапазоне, а затем размеры досок следует определять по предлагаемым формулам.

Следует обратить внимание на характер изменения размеров боковых досок. С увеличением относительной толщины бруса толщины первых двух пар боковых досок возрастают, тогда как толщина третьей пары боковых досок вначале незначительно возрастает, а затем уменьшается. Ширины боковых досок с увеличением относительной толщины бруса уменьшаются, причем

ширины периферийных боковых досок уменьшаются в большей мере. В связи с этим относительный объем первой пары боковых досок с увеличением m_H возрастает, а объемы второй и третьей пар боковых досок при этом уменьшаются. Это создает трудности по окончательному выбору размеров боковых досок, так как изменение размеров боковых досок происходит при изменении толщины бруса m_H неравнозначно. Причем объем третьей пары боковых досок $Z_{д3}$ с увеличением толщины бруса уменьшается в большей мере, чем объем второй пары боковых досок $Z_{д2}$. Суммарный объем боковых досок $Z_д$ с увеличением относительной толщины бруса уменьшается (рис. 3).

Важно знать соотношения оптимальных размеров бруса и боковых досок, которые представлены в табл. 2.

Таблица 2

Соотношение оптимальных размеров бруса и боковых досок

m_H	λ	λ_1	λ_2	λ_3	$\frac{m_{T_1}}{m_H}$	$\frac{m_{T_2}}{m_{T_1}}$	$\frac{m_{T_3}}{m_{T_2}}$	$\frac{m_{b_1}}{m_A}$	$\frac{m_{b_2}}{m_{b_1}}$	$\frac{m_{b_3}}{m_{b_2}}$	$\frac{m_{b_3}}{m_H}$
0,359	0,192	0,155	0,155	0,192	0,344	0,763	0,734	0,852	0,763	0,593	1,0

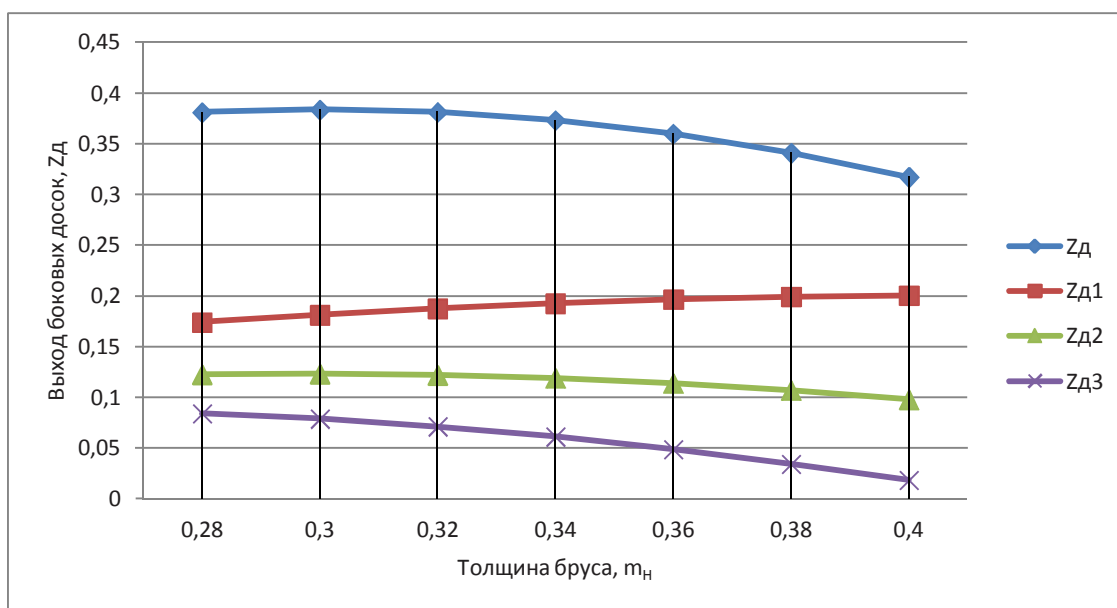


Рис. 3. Влияние относительной толщины бруса на площади поперечных сечений боковых досок

Результаты табл. 2 показывают, что для данной схемы раскроя пиловочника некоторые соотношения размеров бруса и боковых досок совпадают между собой. В первую очередь следует отметить, что множители Лагранжа первой и второй пар боковых досок совпадают между собой, т. е. $\lambda_1 = \lambda_2$. Это значит, что отношения толщины к ширине этих досок равны между собой, а ширина досок примерно в 6,4 раз больше ее толщины. Следует обратить внимание на тот факт, что $\lambda = \lambda_3$, а ширина третьей пары боковых досок m_{b_3} равна толщине бруса m_H . Это дает нам основание написать следующее равенство:

$$\frac{m_H}{2m_A} = \frac{m_{T_3}}{m_{b_3}} = \frac{m_{T_3}}{m_H}. \quad (44)$$

Откуда толщину третьей пары боковых досок можно определить по формуле:

$$m_{T_3} = \frac{m_H^2}{2m_A} = \frac{m_H^2}{2\sqrt{1-m_H^2}}. \quad (45)$$

Это выражение позволяет заранее прогнозировать толщину третьей пары боковых досок в зависимости от толщины бруса. Таким образом, оптимальные относительные размеры бруса и боковых досок связаны между собой определенными соотношениями. Эти соотношения можно использовать при расчете и составлении поставок. Так, зная толщину третьей пары боковых досок m_{T_3} , можно, используя соотношение в табл. 2, определить ширину этой доски m_{b_3} , а затем – толщину и ширину других боковых досок.

С целью анализа рационального использования такой схемы раскроя пиловочника средних и больших размеров приводим в табл. 3 результаты расчетов оптимальных размеров бруса и досок для различных диаметров бревен этих групп.

Таблица 3

Оптимальные расчетные размеры брусьев и досок для различных диаметров бревен

Обозначение параметров брусьев и досок	Размеры брусьев и досок для различных диаметров бревен, см										
	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
H	7,18	8,62	10,05	11,49	12,92	14,36	15,79	17,23	18,67	20,10	21,54
A	18,66	22,40	26,13	29,87	33,60	37,33	41,07	44,80	48,53	52,27	56,00
b_1	15,90	19,09	22,26	25,45	28,63	31,81	34,99	38,17	41,35	44,53	47,71
T_1	2,47	2,97	3,46	3,96	4,45	4,94	5,44	5,93	6,429	6,92	7,42
b_2	12,13	14,56	16,99	19,41	21,84	24,27	26,69	29,12	31,55	33,98	36,40
T_2	1,87	2,26	2,64	3,02	3,39	3,77	4,14	4,53	4,90	5,28	5,66
b_3	7,19	8,63	10,07	11,51	12,94	14,38	15,82	17,26	18,69	20,14	21,58
T_3	1,38	1,66	1,93	2,21	2,49	2,76	3,04	3,32	3,59	3,87	4,14

Расчеты показывают, что брусья толщиной 100...150 мм получаются при раскросе пиловочника диаметром 28...44 см. При этом толщина досок изменяется в пределах 19...50 мм. Такой вариант раскроса пиловочника может удовлетворять потребности широко распространенной и востребованной группы размеров пиломатериалов. При распиловке пиловочника диаметром 48...60 см брус получается толщиной 175...200 мм, а толщина боковых досок при этом изменяется в пределах 32...75 мм. Такой вариант раскроса пиловочника может быть также приемлем для получения толстых пиломатериалов. Использовать данную схему раскроса с выпиливанием бруса и трех боковых досок для распиловки пиловочника диаметром 20...24 см не рекомендуется, так как получаются тонкие пиломатериалы.

Выводы и рекомендации

Таким образом, решена задача оптимизации раскроса пиловочника средних и больших размеров с получением бруса и трех пар боковых досок, для которой определены оптимальные размеры бруса и боковых досок. Для такой схемы раскроса пиловочника оптимальная относительная толщина бруса составляет 0,359 от диаметра бревна в вершинном торце. Ширина крайней боковой доски равна толщине бруса. При расчете поставов толщину бруса можно выбирать в пределах 0,32...0,40 от диаметра бревна в вершинном торце. Приведены оптимальные расчетные размеры бруса и досок при раскросе пиловочника различных диаметров, которые необходимо учитывать при выборе размеров брусьев и досок. Данная схема раскроса наиболее приемлема для распиловки пиловочника диаметром 28...44 см. Алгоритм решения задачи рекомендуется использовать при расчете и составлении поставов.

Литература

1. Агапов А.И. Оптимизация раскроса пиловочника с выпиливанием трех брусьев разной толщины и двух пар боковых досок // Актуальные проблемы развития лесного комплекса: междунар. науч.-техн. конф., Вологда, 3-4 дек. 2013 г. Вологда: ВОГУ, 2014. С. 62-66.
2. Агапов А.И. Алгоритм определения оптимальных размеров брусьев и досок при раскросе пиловочника брусом-развальным способом // Механика технологических процессов в лесном комплексе: междунар. науч.-практ. конф., Воронеж, 25-27 марта 2014 г. Воронеж: ВГЛТА, 2014. С. 287-291.
3. Агапов А.И. Оптимизация раскроса пиловочника средних размеров при брусом-развальном способе распиловки // Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения: 7-я междунар. дистанционная науч. конф., Липецк, 20-21 февр. 2014 г. Липецк: МАКСИМАЛ, 2014. С. 16-24.
4. Аксенов П.П. Теоретические основы раскроса пиловочного сырья. М.: Лесн. пром-сть, 1960. 216 с.

References

1. Agapov A.I. Optimization of cutting sawing and bundled with three bars of different thickness and two pairs of side boards // Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: mezhdunar. nauch.-tekhn. konf., Vologda, 3-4 dek. 2013 g. Vologda: VOGU, 2014. P. 62-66.
2. Agapov A.I. Algorithm for determining the optimal size of the boards and planks when cutting lumber sawlog-way breakup // Mekhanika tekhnologicheskikh protsessov v lesnom komplekse: mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Voronezh, 25-27 marta 2014 g. Voronezh: VGLTA, 2014. P. 287-291.
3. Agapov A.I. Optimization of cutting sawlogs at a medium-sized lumber-sawing breakup process // Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy i puti ikh resheniya: 7-ya mezhdunar. distantsionnaya nauch. konf., Lipetsk, 20-21 fevr. 2014 g. Lipetsk: MAKSIMAL, 2014. P. 16-24.
4. Aksenov P.P. Theoretical Foundations cutting sawlogs. M.: Lesn. prom-st', 1960. 216 p.