

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

На правах рукописи

Каимов Евгений Витальевич

**РЫЧАЖНЫЕ СВЯЗИ И МЕХАНИЗМЫ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ
ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ
ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ**

Специальность 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов и детали машин»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель

засл. деятель науки РФ

д.т.н., профессор Елисеев С.В.

Иркутск 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ, ВИБРАЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ	13
1.1. Технологические машины с рабочими органами вибрационного нагружения	16
1.1.1. Виды вибрационных машин	17
1.1.2. Введение дополнительных масс	19
1.1.3. Центробежные возбудители	21
1.2. Особенности динамики транспортных машин	23
1.2.1. Расчетные схемы и математические модели подвески автомобилей	23
1.2.2. Подрессоривание подвижного состава железнодорожного транспорта	28
1.3. Рычажные связи и механизмы в объектах машиностроения	31
1.4. Особенности расчетных схем в задачах динамики машин: подходы и методы	37
1.5. Учет связей в соединениях подвижных элементов	39
1.6. Структурное математическое моделирование в динамике механических колебательных систем	42
1.7. Вибрационная защита машин и оборудования	45
1.8. Выводы по первой главе	47
ГЛАВА 2. ОБОБЩЕННЫЕ ПОДХОДЫ В ОЦЕНКЕ СВОЙСТВ И ОСОБЕННОСТЕЙ РЫЧАЖНЫХ СВЯЗЕЙ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ	50
2.1. Особенности проявлений рычажных связей в системах с несколькими степенями свободы	51
2.1.1. Некоторые общие положения	51
2.1.2. Взаимодействия между парциальными системами	53
2.1.3. Рычажные связи в системе с тремя степенями свободы	56
2.2. К вопросу о теории рычажных связей	63

2.2.1. Особенности парциальных систем	64
2.2.2. Рычажные связи в механических колебательных системах с одной степенью свободы	68
2.2.3. Интерпретация рычажных связей в системах с двумя степенями свободы	72
2.3. Выводы по второй главе.....	74
ГЛАВА 3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ.....	77
3.1. Динамическое гашение колебаний как форма проявления рычажных связей: виртуальный рычажный механизм	77
3.1.1. Особенности построения математических моделей	78
3.1.2. Анализ динамических свойств системы	83
3.1.3. Рычажные свойства динамического гасителя	86
3.2. Возможности преобразования связей между парциальными системами: эквивалентные формы и рычажные взаимодействия.....	89
3.2.1. Построение математических моделей.....	89
3.2.2. Приемы преобразования структурных математических моделей	93
3.2.3. Способ исключения координаты y	97
3.3. Возможности эквивалентных представлений механических систем с угловыми колебаниями твердых тел.....	100
3.3.1. Описание свойств системы	100
3.3.2. Взаимодействия систем с рычажными связями.....	104
3.4. Выводы по третьей главе.....	106
ГЛАВА 4. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ РЫЧАЖНЫХ СВЯЗЕЙ.....	109
4.1. Дополнительные массы в структуре рычажных механизмов.....	110
4.1.1. Варианты расположения дополнительных масс	110
4.1.2. Математические модели системы. Вынужденные колебания ...	114
4.1.3. Особенности динамических свойств системы при кинематических возмущениях	119

4.2. Устройства для преобразования движения в рычажных структурах.....	123
4.2.1. Особенности построения математических моделей.....	123
4.2.2. Кинематическое возмущение системы ($Q = 0, z \neq 0$).....	127
4.2.3. Оценка динамических свойств системы при кинематическом возмущении.....	129
4.3. Некоторые конструктивно-технические формы использования рычажных связей.....	132
4.3.1. Построение математической модели системы.....	133
4.3.2. Оценка динамических свойств системы.....	135
4.3.3. Учет особенностей зубчатого соединения рычажных секторов...139	
4.4. Методика расчета параметров вибрационного технологического комплекса.....	142
4.4.1. Особенности вибрационной технологической машины и процессов.....	143
4.4.2. Предварительная оценка динамических свойств.....	145
4.5. Особенности построения вибрационных технологических машин.....	148
4.5.1. Построение математической модели.....	149
4.5.2. Особенности математических моделей.....	152
4.5.3. Особенности системы.....	155
4.5.4. Влияние параметров инерционной межпарциальной связи.....	157
4.6. Выводы по четвертой главе	165
Основные выводы по диссертации	167
БИБЛИОГРАФИЯ	168
ПРИЛОЖЕНИЯ	186

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Обеспечение надежности и безопасности эксплуатации машин и оборудования является актуальным научно-техническим направлением в развитии современного машиноведения. Необходимые параметры динамического качества формируются на всех стадиях жизненного цикла технических объектов. При этом большое значение приобретают предварительные поисковые исследования и разработки, в рамках которых отрабатываются принципы построения технических устройств, особенности функционирования различных подсистем, возможности оценки, контроля и управления динамическим состоянием [42, 54, 55].

Современные машины, технологические комплексы, транспортные средства представляют собой сложные системы, для которых характерно динамическое взаимодействие большого числа разнообразных узлов, механизмов и деталей. Работа многих элементов систем сопровождается вибрациями, периодическими нагрузками, возникающими не только со стороны внешнего окружения, но и в результате работы неуравновешенных деталей машин, специфики функционирования отдельных узлов, агрегатов, силовых передач, что характерно для широкого класса технологических машин, в том числе, строительно-дорожных машин, вибрационного оборудования и др. Особенности взаимодействия элементов машин отличаются большим разнообразием форм и связей, что находит отражение в расчетных схемах машин и механизмов. Такими расчетными схемами в динамических расчетах чаще всего выбираются механические колебательные системы.

Вместе с тем, многие вопросы, возникающие при оценке особенностей взаимодействия элементов машин, механических колебательных систем, еще не получили должной степени детализации изучения, что, в частности, относится к рычажным связям и особенностям проявления рычажных взаимодействий в структурах колебательных систем [17, 53, 57, 74, 93].

Использование рычажных связей и механизмов в механических колебательных системах расширяет функциональные возможности машин и находит применение в решении многообразных задач динамики. Особенность использования

рычажных механизмов заключается в формировании определенного геометрического пространства, в рамках которого реализуются динамические взаимодействия элементов механизмов, и осуществляется преобразование движений [58, 75, 125, 129]. Интерес к задачам динамики рычажных механизмов существенно возрос в связи с широкими исследованиями и разработкой технических средств для автоматизации производственных процессов на основе создания автоматических линий, робототехнических комплексов и гибких производственных систем, что делает актуальной разработку вопросов теории рычажных связей.

Рычажные связи находят отражение в динамических свойствах механических систем, в частности механических колебательных систем, создавая возможности для реализации различных динамических режимов, в том числе, и режимов динамического гашения колебаний, перераспределения энергетических потоков, организации связей между парциальными структурами сложных систем и др.

Исследования свойств механических систем с рычажными связями и механизмами носят междисциплинарный характер, что предполагает использование аппарата теоретической механики, теории механизмов и машин, теории колебаний, методов динамического синтеза теории цепей и теории автоматического управления [17, 44, 65, 104, 110, 173].

Разнообразные механизмы и узлы, которые взаимодействуют друг с другом при длительных внутренних и внешних периодических возмущениях, нашли отображение в структуре технических объектов при рассмотрении разработки управления их динамическим состоянием в задачах виброзащиты. Виброзащитные системы в развитой форме, зачастую, представляют собой системы автоматического управления специального назначения, что предопределяет не только необходимость детализированного учета свойств механической системы, но и возможности получения и обработки информации о состоянии объекта, усиления сигналов и формирования управляющих сил. В этом плане большое значение приобретает необходимость создания определенной методологической платформы, обеспечивающей возможности обобщения подходов, учитывающих функциональные особенности и структуру виброзащитных систем.

Механические цепи в различных формах проявления, в том числе, как механизмы, состоящие из взаимодействующих между собой звеньев в виде твердых тел и элементов, обладающих упругими и диссипативными свойствами, а также возможностями преобразования движения, позволяют создавать расчетные схемы, адекватные сложности современных машин. Вместе с тем, механизмы обладают своими специфическими свойствами, что требует разработки специальных методов построения математических моделей и оценки динамических свойств виброзащитных систем. Следует отметить, что происходит формирование более широких позиций в представлениях о наборе типовых элементов механических колебательных систем. По существу, реализация конкретных механических цепей, в том числе, различных механизмов, используется при исследовании математических моделей колебательных систем, созданных при помощи абстрактных элементов, отражающих упругие, массоинерционные и диссипативные свойства. В связи с этим, актуальное научное направление видится в исследовании узлов различной конструкции, которые работают в контакте с типовыми элементами, а также в разработке приемов оценки динамических свойств содержащих механизмы колебательных систем.

Серьезный вклад в развитие теоретического базиса в области современного машиностроения и машиноведения, в решении проблем обеспечения надежной и безопасной эксплуатации технических объектов, динамики машин при интенсивном динамическом нагружении внесли многие отечественные и зарубежные ученые. Наиболее известны работы по машиноведению и динамике машин И.И. Артоболевского, К.В. Фролова, Р.Ф. Ганиева, К.С. Колесникова, Ф.Л. Черноусько, М.Д. Генкина, Н.И. Левитского, С.Н. Кожевникова, А.П. Бессонова, В.Л. Вейца, А.И. Лурье, И.И. Вульфсона, И.И. Блехмана, М.З. Коловского, И.А. Биргера, В.Л. Бидермана, М.Ф. Решетнева и др.

Большую известность приобрели работы зарубежных ученых С.П. Тимошенко, Дж. П. Ден-Гартога, Ch. E. Crede, J.C. Snowdon, S. Crendell, С.М. Harris, Д.Ж. Ружички, Кин Н. Тонга, С. Lalanne и др.

Вопросы статического и динамического уравнивания, введение связей инерционного характера, развитие подходов, направленных на изучении приведенных параметров, предопределяются при интеграции понятий о динамике механизмов в структуре колебательных систем. Как показывает современная инженерная практика, внимание к динамике различных механизмов вполне оправдано, что связано с совершенствованием современных робототехнических систем и антропоморфных машин, созданием новых машин, основанных на эффектах вибрационных взаимодействий.

При этом возникают проблемы, которые решаются с учетом особенностей создания виброзащитных систем и конструктивных видов осуществления защиты объектов от факторов внешнего воздействия. С учетом тех обстоятельств, что современные машины достаточно насыщенно содержат исполнительные механизмы разнообразных форм, предъявляются серьезные требования к динамическим параметрам, на передовые позиции выходят актуальные научные исследования, ориентированные на изыскания и создание оценок гарантии качества динамики машин.

Цель диссертационной работы заключается в разработке обобщенного подхода и метода построения математических моделей для определения и оценки динамических свойств объектов машиностроения как механических колебательных систем с рычажными связями и механизмами при вибрационных внешних воздействиях.

Для достижения цели предполагается решение ряда задач:

1. Изучение и исследование условий формирования особенностей и возможностей реализации рычажных связей в механических колебательных системах как расчетных схемах объектов машиностроения.

2. Разработка обобщенного подхода в определении приведенных динамических свойств механических колебательных систем и оценки влияния рычажных связей и механизмов.

3. Разработка метода построения математических моделей и их эквивалентных представлений на основе структурных интерпретаций механических систем с рычажными связями.

4. Разработка концепции поиска и создания новых способов для управления динамическим состоянием объектов при вибрационных воздействиях.

Научная новизна заключается в:

1. разработке обобщенного подхода и метода построения математических моделей для определения и оценки динамических свойств механических колебательных систем с рычажными связями и механизмами при действии вибрации.

2. разработке методологических основ поиска новых технических средств для управления динамическим состоянием объектов машиностроения на основе использования рычажных связей и механизмов.

Объектом исследования являются технические системы в виде машин, устройств и механизмов, расчетные схемы которых представляют собой механические колебательные системы, находящиеся под действием внешних и внутренних силовых и кинематических возмущений.

Предметом исследований являются особенности динамических процессов, происходящих в виброзащитных системах, в структуре которых, кроме обычных упруго-диссипативных и массоинерционных элементов, используются различные рычажные связи и механизмы.

Теоретическая и практическая значимость результатов. Предложен и разработан методологический базис решения задач динамики технических объектов, в структуре которых имеются рычажные связи и механизмы, что создает возможности поиска и разработки новых способов и средств оценки, контроля и управления динамическим состоянием объектов машиностроения. Основой для решения задач динамики являются структурные методы, в рамках которых используются возможности аналитического аппарата теории автоматического управления, что обеспечивает, в частности, в задачах динамического синтеза виброзащитных систем условия учета особенностей элементарных звеньев различной физической природы и особенностей их соединений и взаимодействия. Разрабо-

тан обобщенный подход в задачах динамики и метод построения и оценки свойств математических моделей различных механических колебательных систем, отражающих специфику работы механических систем с учетом геометрических особенностей расположения элементов и многообразных форм их взаимодействия с учетом рычажных связей. Ряд предложений выполнен на уровне изобретений. Результаты исследований представляют интерес для решения широкого круга задач динамики механизмов и машин различного назначения, работа которых происходит в условиях вибрации и динамических сил, возникающих на объекте защиты. Ряд разработок внедрен на предприятиях региона.

Исследования соответствуют паспорту научной специальности: 1. В разделе «Формула специальности» цель и задачи исследования согласуются с пунктом «Изучение объектов машиностроения и процессов, влияющих на техническое состояние этих объектов; разработка теории, методов расчетов и проектирования машин, систем приводов, узлов и деталей машин». 2. В разделе «Область исследования» рассматриваемые вопросы относятся к пункту 1 «Теория и методы исследования процессов, влияющих на техническое состояние объектов машиностроения, способы управления этими процессами», к пункту 2 «Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин», к пункту 6 «Развитие фундаментальных положений родственных и смежных областей науки применительно к исследованию, проектированию и расчетам объектов машиностроения», а также к пункту 8 «Теория и методы создания машин и механизмов на основе новых физических эффектов и явлений»

Методология и методы исследования. Поставленные задачи решаются на основе применения методов теоретической и прикладной механики, а также использования аналитического аппарата теории колебаний, теории автоматического управления и теории механических цепей, прикладной математики и вычислительного моделирования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Обобщенный подход и метод определения и оценки динамических свойств механических колебательных систем с рычажными связями и механиз-

мами как расчетных схем объектов машиностроения при вибрационных возмущениях.

2. Концепция поиска и разработки новых способов и средств вибрационной защиты с использованием рычажных связей и механизмов для объектов машиностроения при вибрационных нагрузках.

Достоверность результатов. Научные результаты диссертации получены на основе принципов и методов теоретической механики, теории колебаний, динамики машин, теории механизмов и машин, теории автоматического управления, а также с использованием вычислительного моделирования и экспериментальных методов исследования.

Реализация работы. Результаты работы получены и использованы при выполнении исследований по гранту в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2012-2013 годы» (номер 14.132.21.1362), а также в разработках, проведенных Иркутским государственным университетом путей сообщения по программе фундаментальных госбюджетных исследований по проблеме «Мехатроника виброзащитных систем» (номер гос. регистрации 01201352793). Результаты научных исследований использованы в разработках несколькими предприятиями и организациями региона, а также в учебном процессе кафедры основ конструирования и автоматизации Иркутского национального исследовательского технического университета и кафедры теоретической и прикладной механики Братского государственного университета.

Апробация диссертации. Материалы диссертационной работы докладывались на следующих конференциях: XV международная научная конференция «Решетневские чтения» (Красноярск, 2011); XI международная научно - практическая конференция «Кулагинские чтения» (Чита, 2011); VII международная научно-практическая конференция «Техника и технология: новые перспективы развития» (Москва, 2012); XII Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием (Братск, 2013); международная научно-практическая конференция «Транспорт-2013» (Ростов-на-Дону, 2013); II Российско-монгольская конференция молодых ученых по математическому моделированию, вычис-

лительно-информационным технологиям и управлению (Иркутск (Россия) – Ханх (Монголия), 2013); XVIII Байкальская Всероссийская конференция «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (Иркутск, 2013); международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы создания и эксплуатации тепловых двигателей в условиях Дальневосточного региона России» (Хабаровск, 2013); VI Международная научно-практическая конференция «Наука и образование транспорту» (Самара, 2013); XVII Международная научная конференция «Решетневские чтения» (Красноярск, 2013); XIII Международная научная конференция «Кулагинские чтения» (Чита, 2013); V международная научно-практическая конференция «Транспортная инфраструктура Сибирского региона» (Иркутск, 2014); V международная конференция «Математика, ее приложения и математическое образование (МПМО'14) (Улан-Удэ – Байкал, 2014); XIX Байкальская Всероссийская конференция «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (Иркутск, 2014); Fourth international symposium on innovation & sustainability of modern railway (Irkutsk, 2014); Международная научно-практическая конференция «Перспективы развития и эффективность функционирования транспортного комплекса Юга России» (г. Ростов-на-Дону, 2014); XIV международная научно-практическая конференция «Кулагинские чтения: техника и технологии производственных процессов» (Чита, 2014); VI международная конференция «Проблемы механики современных машин» (Улан-Удэ, 2015).

Публикации. Основные результаты выполненных исследований и разработок опубликованы в 16 печатных работах, из них 5 в журналах из перечня ВАК РФ; получено три российских патента на полезные модели, подана заявка на изобретение.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов по работе и библиографии, общим объемом 185 страниц машинописного текста.

ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ, ВИБРАЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Задачи динамики технологических машин и транспортных средств отличаются сложностью и разнообразием, что нашло отражение в формировании и в развитии теоретического базиса, представленного междисциплинарным научным пространством. Современное машиноведение опирается на методы теоретической механики, теории динамических систем, теории колебаний, теории механизмов и машин, теории автоматического управления, методы математического моделирования и информационных технологий. Значительный вклад в развитие и разработку методологических основ машиноведения внесли отечественные ученые: И.И. Артоболевский, К.В. Фролов, Р.Ф. Ганиев, Ф.Л. Черноушко, С.Н. Кожевников, В.А. Щепетильников, В.О. Кононенко, В.А. Зиновьев, Н.И. Левитский, А.И. Лурье, В.В. Болотин, И.И. Блехман, И.И. Вульфсон, М.З. Коловский, В.Л. Вейц, К.С. Колесников, А.Е. Кобринский, Я.Г. Пановко и др.

Среди зарубежных исследователей известность приобрели работы С.П. Тимошенко, Г. Каудерера, Дж. П. Ден-Гартога, J.C. Snowdon, И.Е. Морзе, Кин Н. Тонга, Дж. Дж. Стокера и др.

Современные машины и оборудование работают в условиях интенсивного динамического нагружения, сопровождающихся действием вибрационных факторов различной физической природы. В целом, для машиноведения проблемы обеспечения безопасности и надежности в условиях вибрационных воздействий являются актуальными [132, 140] и разрабатываются в различных направлениях общего плана и во внимание к задачам детализации влияния динамических факторов на функционирование силовых передач, агрегатов, узлов и деталей машин. Особенности динамических проявлений вибрационных взаимодействий элементов технических систем и объектов машиностроения нашли отражение в работах отечественных ученых К.В. Фролова, И.И. Блехмана, М.З. Коловского, В.Л. Вейца, И.И. Вульфсона, П.М. Алабужева, В.А. Светлицкого, Р.Ф. Нагаева, В.В. Гурецкого, И.И. Быховского, И.Ф. Гончаревича, И.М. Бабакова, А.А. Яблонского,

И.А. Биргера, В.Л. Бидермана, С.В. Елисеева, С.В. Белокобыльского, С.Ф. Яцуна, Г.Я. Пановко, А.П. Хоменко и др.

Внимание к различным формам проявления вибрационных взаимодействий характерно для задач вибрационной защиты машин и оборудования, что нашло отражение в работах [28, 46, 118, 120, 133, 151]. Теоретические и прикладные разработки, связанные с задачами вибрационной защиты машин, оборудования и аппаратуры представлены в работах [15, 78, 85, 101, 121, 169, 176].

Актуальным направлением исследований в задачах динамики машин и механизмов стали проблемы управления колебаниями технических объектов и разработки способов и средств управления динамическим состоянием объектов машиностроения при действии вибраций [28, 30, 58, 59, 74, 152, 180]. Внимание к вопросам поиска и разработки способов и средств защиты различных технических объектов от вибраций и ударов нашло отражение в работах [16, 17, 50, 57, 75, 79, 107, 110, 125, 129, 173], в которых рассматривались особенности динамического синтеза, виброзащитных устройств различных конструктивно-технических форм и назначения.

Несмотря на многообразие задач, решаемых в области динамических взаимодействий элементов машин и механизмов, в которых определяются параметры движения звеньев и возникающие при этом нагрузки, определяющие возможности надежного функционирования и безопасности эксплуатации [44, 65, 104], общей основой оценки динамического состояния являются методы математического моделирования. В рамках таких представлений реальные объекты машиностроения и технические системы отображаются расчетными схемами в виде механических колебательных систем, содержащих составные элементы с распределенными и сосредоточенными параметрами [15, 71, 123, 157, 162, 167, 182].

Безусловно, такая позиция в оценке формирования теоретического базиса в решении задач динамики машин носит достаточно частный характер, что отражает особенности оценки вибрационных динамических взаимодействий, характерных, в большей степени, задачам вибрационной защиты.

Вместе с тем, рассмотрение в качестве расчетных схем объектов машиностроения, динамическое состояние которых связано с различными формами вибрационных взаимодействий, на основе детализированного изучения динамики механических колебательных систем, состоящих из упругих, диссипативных и инерционных элементов с сосредоточенными параметрами, получило достаточно широкое распространение в инженерной практике [18, 35, 38, 61, 85, 117, 176, 179].

Одним из направлений в развитии детализированных подходов в оценке динамического состояния технических объектов стало внимание к учету особенностей вибрационных взаимодействий в механических колебательных системах, в структуре которых используются более сложные устройства, чем традиционные элементарные звенья колебательных систем. В работах [16, 29, 34, 57, 60, 74, 85, 93, 95, 121, 125, 134, 181] показано, что в механических колебательных системах могут рассматриваться и дополнительные устройства, которые реализуют функции преобразования движения, а также обладать возможностями создания ряда новых эффектов, характерных для систем автоматического управления, то есть динамических управляемых систем. По существу, в решении задач динамики машин расчетные схемы объектов машиностроения стали усложняться за счет включения в структуру механических колебательных систем дополнительно к упругим, диссипативным и инерционным элементам еще и механизмов различной природы (пневматических, гидравлических электродинамических), а также устройств для преобразования движения в виде рычажных, винтовых, зубчатых и других механизмов.

Расширение представлений о наборе типовых элементов, использовании внешних источников энергии, а также дополнительных связей, изменяющих спектр динамических свойств колебательных систем, инициируют разработку новых подходов и методологического базиса, отражающего свойства систем, аналогичных системам автоматического управления, что, в частности, нашло отражение в разработке структурной теории виброзащитных систем [78, 85, 97, 176, 180].

Механизмы в механических колебательных системах как составные элементы более сложного вида, чем традиционные элементы виброзащитных систем, обладают особенностями, которые проявляются в существовании определенных соотношений, которые устанавливаются между параметрами движения отдельных звеньев механизма и могут не зависеть от частоты вибрационных воздействий, поскольку связи между параметрами состояния носят кинематический характер. Такого рода связи в наглядной форме реализуются в простейших рычажных механизмах первого и второго родов [122, 126].

Оценка динамических состояний механических колебательных систем, имеющих в своей структуре определенные устройства или образования из типовых элементов, требует развития более детализированных представлений о связях между элементами механической колебательной системы, предлагаемой как расчетная схема, а также учета особенностей построения математических моделей и методов оценки особенностей динамических свойств реальных технических объектов. В этом отношении в задачах вибрационных взаимодействий имеются определенные сложившиеся представления, связанные с использованием линейных моделей, малости отклонений от положения статического равновесия и др.

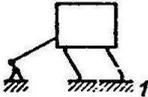
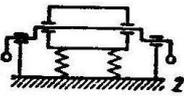
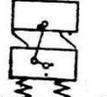
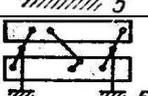
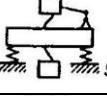
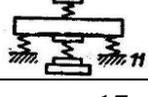
1.1. Технологические машины с рабочими органами вибрационного нагружения

Технологические машины, предназначенные для реализации вибрационных процессов транспортирования, сепарации и обработки поверхностей деталей находят широкое применение в промышленности. К таким техническим объектам относятся вибрационные стенды, вибропитатели, формовочные машины, вибротранспортеры и др. Теоретические основы технологических процессов заложены в работах отечественных ученых, отражающих особенности динамического взаимодействия элементов, конструирования рабочих органов, возбуждения вибраций, обеспечения надежности функционирования, защиты приборов и аппаратуры, а также защиты человека-оператора и окружающей среды от вредных динамических воздействий [23, 33, 62, 124, 141, 143, 148].

1.1.1. Виды вибрационных машин

Многие вибрационные технологические машины имеют сложные конструктивные формы и предназначены для создания определенных вибрационных полей пространственного и упрощенных видов. В таблице 1.1 [38] представлены расчеты вибрационных машин. В структуре таких машин широко используются различные образования, полученные соединением массоинерционных и упругих элементов, а также устройств для преобразования движения и механизмов различных типов.

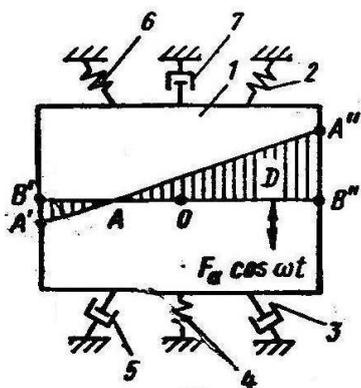
Таблица 1.1. Сравнение динамических схем по эксплуатационным свойствам

Тип машины	Тип привода	Схема	Уравновешенность	Коэффициент усиления	Стабильность
Одномасные	Кривошипно-шатунный с жестким шатуном (зарезонансный)		--	-	++
	Дебалансный (зарезонансный)		-	-	+
	Электромагнитный (резонансный)		+	-	+
	Электромагнитный (резонансный)		--	+	--
Двухмассные	Кривошипно-шатунный (резонансный)		+	+	-
	Дебалансный (резонансный)		-	+	+
	Дебалансный (резонансный)		+	+	--
	Электромагнитный (резонансный)		++	+	--
Трехмассные	Кривошипно-шатунный (резонансный)		+	+	-
	Дебалансный (межрезонансный)		+	+	+
	Электромагнитный (межрезонансный)		++	+	+

Из таблицы 1.1 следует, что вибрационные технологические машины представляют собой механические колебательные системы, в структуре которых имеются не только массоинерционные и упругие элементы, но и различные механизмы, используемые для введения определенных связей. Такие связи реализуются в рычажных формах и механизмах, обеспечивающих преобразование движений и создание некоторой пространственной области для размещения взаимодействующих элементов.

Для получения вибрационных полей необходимого вида важным для проектирования является выбор пространственной структуры расположения элементов механической колебательной системы, чтобы получить нужную форму распределения амплитуд колебаний поверхности, как показано на рисунке 1.1 [38]. Характерной является узловая точка A , в которой амплитуда колебаний равна нулю (рисунок 1.1, *а*). Появление узла связано с наличием в системе рычажных связей, создаваемых рабочим органом в виде твердого тела, совершающего угловые колебания. Узел может создаваться установкой динамического гасителя (рисунок 1.1, *б*).

а)



б)

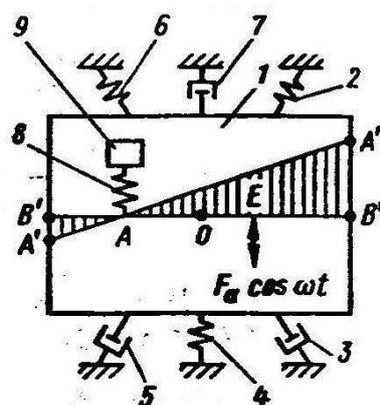


Рисунок 1.1. Схемы обеспечения заданной эпюры амплитуд перемещения исполнительного органа: *а* – путем внецентренного расположения вибровозбудителя; *б* – путем установки динамического виброгасителя

Элементы вибрационных машин, образующие возбуждаемые упругие системы, состоят, как правило, из нескольких частей, которые могут двигаться относительно друг друга, создавая необходимые соотношения между амплитудами и фазами колебаний отдельных точек вибрационной машины.

1.1.2. Введение дополнительных масс

В общем случае массы M_1 и M_2 (рисунок 1.2) совершают пространственные колебания, а упругие связи k_1, k_2 удерживают массы по всем шести координатам, однако в рабочем (резонансном) режиме можно рассмотреть схему однонаправленных колебаний, описываемых двумя уравнениями

$$M_1 \ddot{x}_1 + (k + k_1) \cdot x_1 + kx_2 + c_1 \dot{x}_1 + c \left(\dot{x}_1 + \dot{x}_2 \right) = F(t); \quad (1.1)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + (k + k_2) \cdot x_2 + kx_1 + c_2 \dot{x}_2 + c \left(\dot{x}_1 + \dot{x}_2 \right) = F(t) \quad (1.2)$$

где c_1, c_2 – коэффициенты условных вязких сопротивлений, включая потери между средой и массами; k, c – жесткость и коэффициент сопротивления основной связи. Обычно $k \gg k_1$ (или k_2), и при $k_1 \approx k_2, c_1 \approx c_2$ можно считать, что

$$\gamma_1 = \frac{M_1}{M_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (1.3)$$

то есть в системе находят отражение рычажные связи [21].

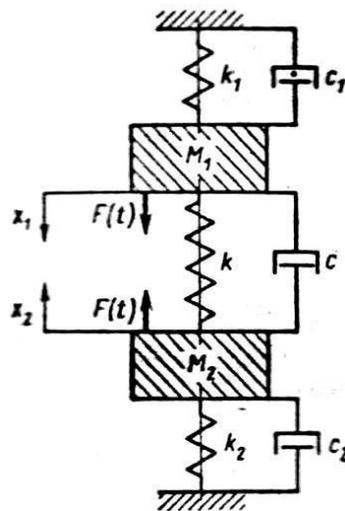


Рисунок 1.2. Модель двухмассовой вибрационной машины

В этом случае математическая модель упрощается и принимает вид

$$M_{\text{пр}} \ddot{x} + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x} + kx = F(t) \quad (1.4)$$

где $M_{\text{пр}} = \frac{M_1}{1 + \gamma_1}$; $c_{\text{пр}} = \frac{c_1}{1 + \gamma_1}$; $x = x_1 + x_2$; A_1, A_2 – амплитуды; l_1, l_2 – координаты центра узловой точки (центра инерции) (рисунок 1.3).

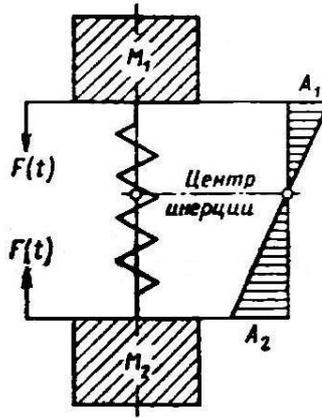


Рисунок 1.3. Упрощенная модель двухмассной вибрационной машины

При этом частота свободных колебаний системы определяется

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M_{\text{пр}}}} \text{ рад / с} = \sqrt{\frac{5}{\Delta_{\text{ст}}}}, \quad (1.5)$$

где $\Delta_{\text{ст}} = \frac{M_{\text{пр}} g}{k}$ – относительное перемещение масс. Для $\omega_0 = 50$ Гц, $\Delta_{\text{ст}} = 0,01$ см

при заданных $\omega_{\text{в}}$ (например, $314 \frac{1}{\text{с}}$ или 50 Гц) и $\xi = \frac{\omega_{\text{в}}}{\omega_0}$ ($\xi = 0,85 \div 0,95$ – дорезонансная настройка; $\xi = 1,1 \div 1,15$ – послерезонансная настройка). Необходимая жесткость

$$k = \left(\frac{\omega_{\text{в}}}{\xi} \right)^2 M_{\text{пр}}. \quad (1.6)$$

Амплитуда колебаний согласно уравнению (1.4) при $F(t) = F_0 \sin \omega t$:

$$A = \frac{F_0}{k \sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4h^2 \xi^2 / \omega_0^2}}; \quad (1.7)$$

где $h = \frac{c_{\text{пр}} + c}{2M_{\text{пр}}}$ [66].

Большим разнообразием отличаются вибровозбудители инерционного типа, создающие необходимые вибрационные нагрузки технологического назначения. Настройка таких машин требует оценки динамических свойств рабочих органов, состояние которых определяется частотными характеристиками [33, 62, 148].

1.1.3. Центробежные возбудители

Большое распространение получили вибрационные системы с центробежным возмущением. В качестве примера рассмотрим плоскую линейную схему, представленную на рисунке 1.4, *a*.

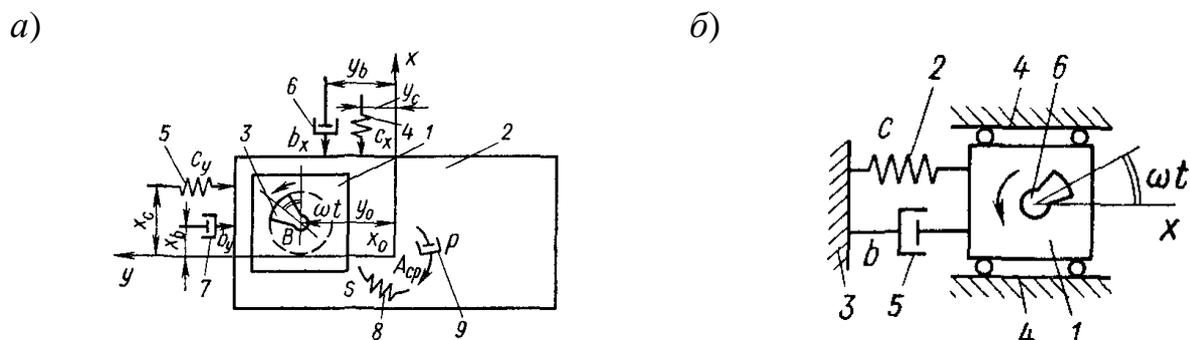


Рисунок 1.4. Одномассные расчетные схемы:

a – с тремя степенями свободы; *б* – с одной степенью свободы

Корпус 1 одновального центробежного вибровозбудителя, дебаланс 3 которого вращается вокруг оси B с постоянной угловой скоростью ω , жестко присоединен к приводимому в колебательное движение телу 2. Это тело вместе с жестко прикрепленными к нему частями вибровозбудителя будем называть исполнительным органом. Его центр масс находится в точке A , среднее положение которой принято за начало координат $x_{A_{cp}}, y_{A_{cp}}$. Цифрами 4 и 5 обозначены характеризующие коэффициенты жесткости C_x и C_y проекции равнодействующей упругих сил, приложенных к исполнительному органу, а цифрами 6 и 7 — характеризующие коэффициенты сопротивления b_x и b_y проекции равнодействующей диссипативных сил. К исполнительному органу приложены также упругий 8 и диссипативный 9 моменты, характеризующие коэффициентами угловой жесткости s и углового сопротивления p . Необходимые для расчета машины параметры динамического состояния на первом этапе определяются по упрощенной схеме на рисунке 1.4, *б* [22, 39].

Сложные схемы возбуждения колебаний. Вибромашины специального назначения могут состоять из механизмов электромагнитных, пневматической и гидравлической природы. На рисунке 1.5 показаны динамические схемы электро-механического стенда.

Структурные схемы вибростенда отражают существенную особенность вибрационной технологической системы – вибростенд представляет собой систему автоматического управления [25].

На рисунке 1.6 показана структурная схема системы, изображенной на рисунке 1.5.

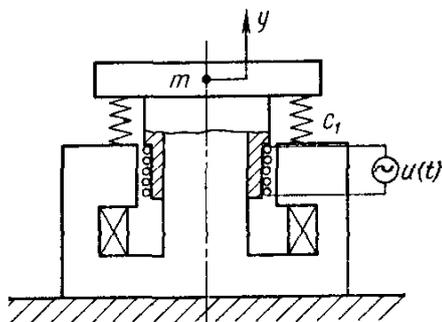


Рисунок 1.5. Динамическая схема вибровозбудителя

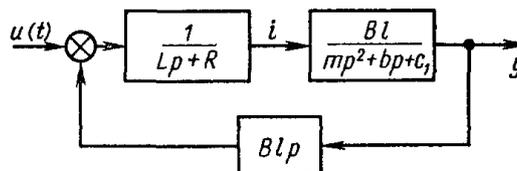


Рисунок 1.6. Структурная схема вибровозбудителя

Даже простейшая динамическая модель электродинамического возбудителя колебаний представляет собой замкнутую линейную систему третьего порядка с отрицательной обратной связью по скорости. Результаты исследования динамики системы приведены в [8, 24].

Вибрационная обработка поверхностей основана на использовании машин со сложной кинематикой движения звеньев (рисунок 1.8) [33, 38, 148].

Задачей динамического расчета является выбор таких параметров установки, которые обеспечивают необходимую амплитуду и частоту (рисунок 1.7 и рисунок 1.8)

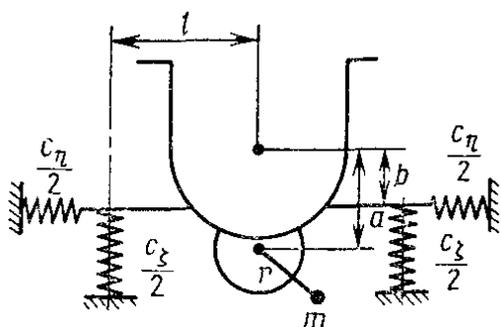


Рисунок 1.7. Расчетные схемы динамики машины с плоским движением рабочей камеры

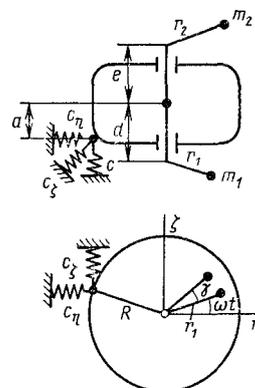


Рисунок 1.8. Расчетные схемы динамики машины с объемным движением рабочей камеры

Машины с плоским движением рабочей камеры рассчитывают по схеме, показанной на рисунке 1.7.

Достаточную точность для практических расчетов обеспечивает решение линейной системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{\zeta} + c_{\zeta} \dot{\zeta} &= mr\omega^2 \sin \omega t; \\ M \ddot{\eta} + c_{\eta} \dot{\eta} &= mr\omega^2 \cos \omega t; \\ J \ddot{\varphi} + c_{\zeta} \varphi l^2 + c_{\eta} \varphi b &= mra\omega^2 \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

где M , J – масса и момент инерции относительно центральной оси колеблющейся массы; c_{η} , c_{ζ} – суммарные жесткости в направлениях η и ζ .

Из анализа принципиальных схем различных вибрационных технологических машин можно сделать вывод о том, что для расчетов необходимо рассматривать механические колебательные системы с несколькими степенями свободы, в которых составляющие элементы соединяются в определенные структуры, динамические свойства которых определяются пространственными взаимосвязями, возможностями формирования рычажных взаимодействий, преобразования движения, передачи и рассеяния энергии.

Сложными конструктивными схемами отличаются вибрационные питатели для перемещения и ориентации деталей в автоматической сборке изделий [158]. Расчетные схемы таких машин содержат упругие элементы и стержневые системы, реализующие малые колебания в различных направлениях, используя кинематические.

1.2. Особенности динамики транспортных машин

1.2.1. Расчетные схемы и математические модели подвески автомобилей

Технические устройства, обеспечивающие надежность и безопасность эксплуатации транспортных машин и автомобилей различного назначения в частности, являются элементы достаточно сложных конструктивно-технических решений, которые имеют многоцелевую направленность. Как правило, такие устройства состоят из не-

скольких соединенных между собой звеньев, образующих определенные структуры, в которых могут выделяться отдельные узлы и механизмы. Подвески обладают упругими и диссипативными свойствами, позволяя снимать динамические воздействия на объекты защиты. В плане формирования расчетных схем прослеживается ориентация на использование механических колебательных систем, элементы которых обеспечивают упругие и диссипативные взаимодействия, преобразование движений, создание пространственной системы уравнивания движения элементов и др. [67, 153, 171].

В решении задач обеспечения безопасности эксплуатации транспортных средств подвески получили широкое распространение и, даже в начальных конструктивно-технических формах, представляли собой механические колебательные системы с расширенным набором составных элементов. Одну из самых первых конструкций амортизаторов предложил французский изобретатель Трюффо (рисунок 1.9) [70].

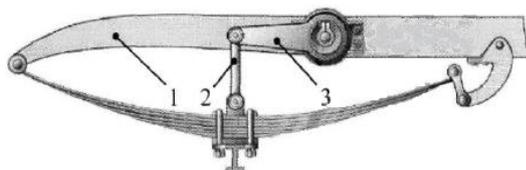
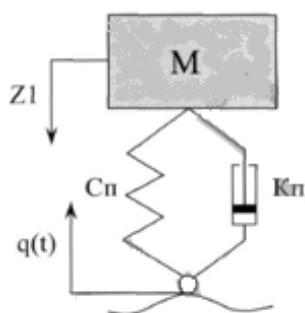


Рисунок 1.9. Подвеска автомобиля с амортизатором «Трюффо»: 1 – рама автомобиля; 2 – тяга; 3 – рычаг

В современных автомобилях получили широкое распространение гидравлические и гидропневматические амортизаторы [67]. Простейшие расчетные схемы представлены на рисунках 1.10, а, б.

а)



б)

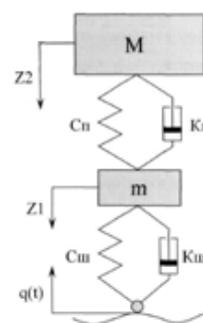


Рисунок 1.10. Одномассовая (а) и двухмассовая (б) расчетные схемы колебаний:

M – подрессоренная масса; m – неподрессоренная масса;

$C_{\text{П}}$ и $C_{\text{Ш}}$ – жесткость подвески и шин; $K_{\text{П}}$ и $K_{\text{Ш}}$ – демпфирование в подвеске и шине;

Z_1 и Z_2 – координаты перемещения центров масс; $q(t)$ – возмущение от дороги

Более детализированная расчетная схема легкового автомобиля представлена на рисунке 1.11, она отражает динамические свойства механических колебательных систем с четырьмя степенями свободы и наличие рычажных связей, формирующих пространственную систему соотношений между координатами движения точек системы.

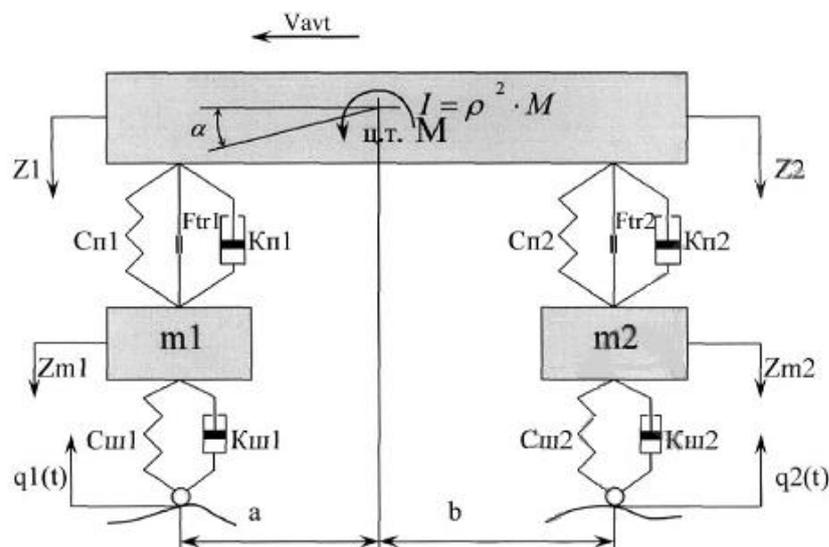


Рисунок 1.11. Расчетная схема колебаний с четырьмя степенями свободы: массы; $C_{п1}$, $C_{п2}$, $C_{ш1}$, $C_{ш2}$ – демпфирование в передней и задней подвесок шин; $K_{п1}$, $K_{п2}$, $k_{ш1}$, $k_{ш2}$ – демпфирование в передней и задней подвесках, в шинах; $F_{тр1}$, $F_{тр2}$ – силы сухого трения; Z_1 , Z_2 , Z_{m1} , Z_{m2} – координаты перемещения центров масс; α – угол поворота кузова относительно поперечной оси; $q_1(t)$ и $q_2(t)$ – возмущение от дороги; $V_{авт}$ – скорость автомобиля [70]

В таких расчетных схемах реализуется связность движений между парциальными системами, возможно изучение специфичных режимов, различного рода связей, в том числе, инерционных, диссипативно-упругих и, в том числе, рычажных, возникающих из-за наличия колеблющегося твердого тела, обладающего массой M и моментом инерции J (рисунок 1.11).

В результате развития вычислительной техники и программных средств все чаще стали применять пространственные расчетные схемы колебаний автомобиля [75]. Существуют и используются в специальных разработках детализированные сложные схемы, отражающие возможности введения дополнительных связей и механизмов типа динамических гасителей колебаний [70] (рисунок 1.12).

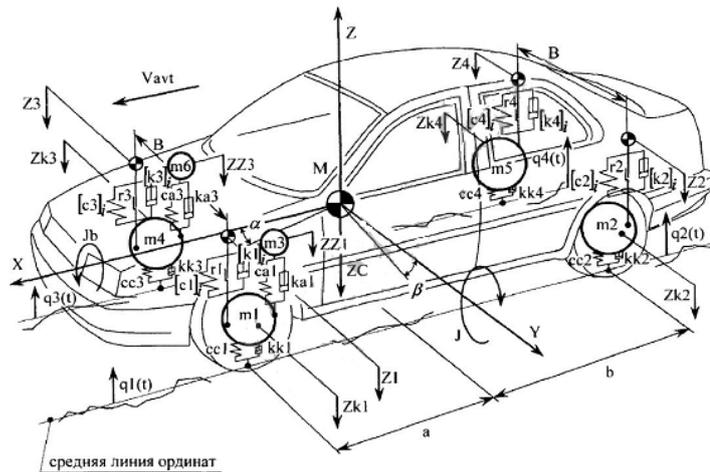


Рисунок 1.12. Пространственная расчетная схема колебаний

Для математической модели, расчетная схема которой представлена на рисунке 1.12, характерны многочисленные инерционные и упругие связи между парциальными системами, а также многочисленные связи, формируемые пространственным расположением амортизаторов. В данном случае необходимо принимать во внимание координаты крепления упруго-диссипативных элементов в пространственной системе, что связано с учетом возникающих динамических связей, которые могут интерпретироваться как наличие в колебательных структурах дополнительных устройств для преобразования движения и механизмов [9, 156, 164]. Расчетные схемы автомобилей отличаются большим разнообразием. Из рисунка 1.12 в частности следует, что динамические свойства легкового автомобиля (плавность движения, устойчивость при периодических возмущениях, снижение воздействий от ударных нагрузок) обеспечиваются пространственной механической колебательной системой со многими степенями свободы. Конструктивно-технические связи формируют взаимодействие парциальных систем, которые учитываются на стадиях проектирования методами математического моделирования (имеются в виду расположение амортизаторов и рычагов) с последующей экспериментальной доводкой параметров динамического состояния до необходимого уровня требований [2, 4, 177].

Грузовые автомобили. Динамика грузовых автомобилей предполагает учет дополнительных динамических нагрузок, возникающих со стороны перевозимого груза, в том числе и жидкостей в цистернах. Особенности динамики таких транспортных средств рассмотрены в работах [49, 136, 154].

Особенностью транспортных подвесок является использование достаточно широкого набора механизмов, реализующих в механических колебательных системах упругие взаимодействия элементов, рассеяние энергии, уравнивание взаимных движений элементов и узлов, равномерное распределение нагрузок. На рисунке 1.13 представлен общий вид заднего моста грузового автомобиля. Системы подвески таких транспортных средств отличаются конструктивно-технической сложностью [67].

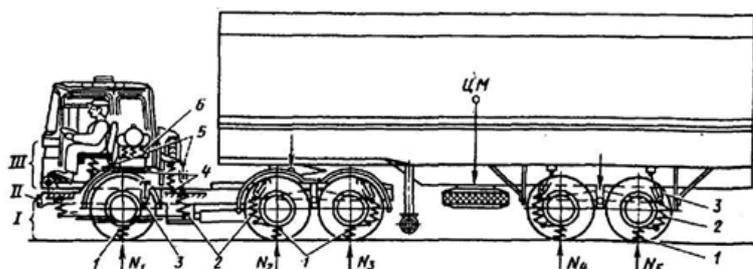


Рисунок. 1.13. Схема колебательных систем большегрузного седельного тягача (грузоподъемностью до 25 т.): 1 – система подвески колес; II – несущая система (рама тягача и рама полуприцепа с платформой); III – система виброзащиты; 1 – шины; 2 – рессоры; 3 – гасители колебаний; 4 – упругие элементы подвески кабины и сиденья; 5 – гасители колебаний подвески кабины и сиденья; 6 – спальное место сменного водителя; реакции опорной поверхности

$$N_1 \leq 60 \text{ кН}; N_2 \leq N_3 \leq N_4 \leq N_5 \leq 100 \text{ кН}$$

В конструктивно-технических решениях, связанных с подвесками автомобилей, упругие и диссипативные элементы часто представляют собой механизмы того или иного вида, объединяемых с помощью рычагов в подвижные системы, совершающие движения с несколькими степенями свободы, что нашло отражение в работах [28, 45, 95]. В задачах защиты от периодических внешних возмущений расчетные схемы транспортных машин представляют собой механические колебательные системы, в которых достаточно четко выделяются также компоненты как объект защиты (в виде твердого тела с одной, двумя и более степенями свободы); упруго-диссипативные элементы в виде различного рода динамических гасителей колебаний, а также устройства, обеспечивающие пространственные взаимодействия элементов. Упомянутые элементы формируют кинематические схемы преобразования движения и сил и создают систему определенных связей между движениями объектов защиты при выделении в них, так называемых парциальных систем. Связность движений между парциальными системами, в конечном итоге, находит свое отражение в формировании

сложной картины колебательных движений, оценка параметров которых, сама по себе, является сложной задачей.

Большинство конструктивно-технических решений в схемах защиты от вибраций и ударов технологических и транспортных машин представляют собой механические колебательные системы, в структуре которых используются рычажные механизмы, а также механизмы других видов, таких как зубчатые, винтовые, шарнирно-рычажные, кулачковые и др. По существу, в рамках таких представлений, задачи обеспечения необходимого динамического состояния объекта вибрационной защиты, сводятся к решению задач оценки, контроля и управления колебаниями механизмов [46, 101, 121, 133].

1.2.2. Подрессоривание подвижного состава железнодорожного транспорта

Железнодорожный транспорт отличается от автомобильного тем, что железнодорожная колея определяет более установившиеся формы динамических взаимодействий подвижного состава и верхнего строения пути. В динамике подвижного состава трудами отечественных ученых создан теоретический базис для решения широкого класса задач динамики [37, 36, 63, 119, 131]. Что касается подвижного состава железнодорожного транспорта, то он представлен сложными техническими системами. В качестве примера на рисунке 1.14 [3] приведена двухосная тележка товарного вагона и надрессорная балка.

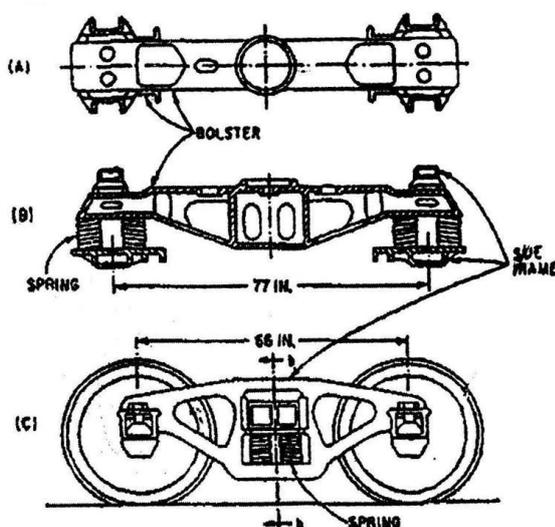


Рисунок 1.14. Обычная двухосная тележка АЖД надрессорной балки

В целом, даже в плоской задаче динамики, расчетная схема будет представлять собой механическую колебательную систему с несколькими степенями свободы. При этом, тележка является лишь фрагментом более сложной системы, состоящей из нескольких частей. Тележки, как видно из рисунка 1.14, имеет упругие элементы, которые могут занимать различное положение в системе, и подвижные части конструкции, также совершающие движения, характерные для взаимодействий с рычажными связями [130, 166]. Расчетная схема грузового вагона приведена на рисунке 1.15 и дает представление об особенностях пространственных колебаний вагона в процессе его движения [130].

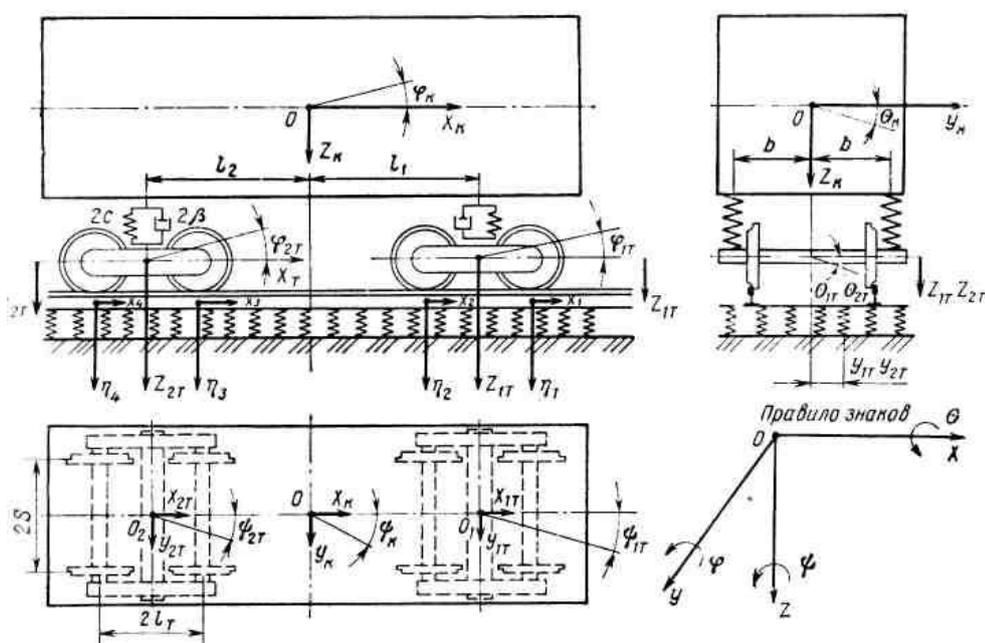
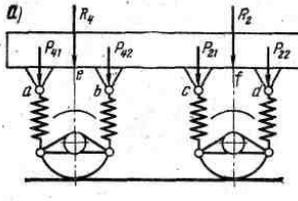
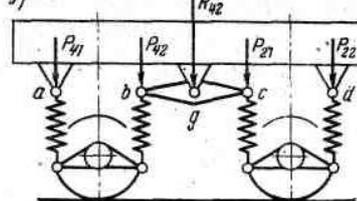
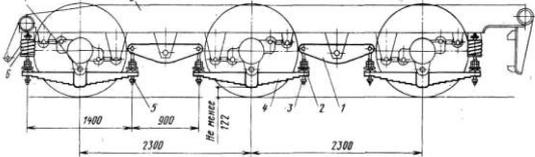
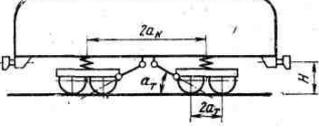
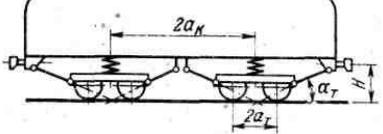
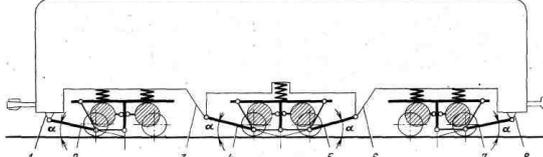
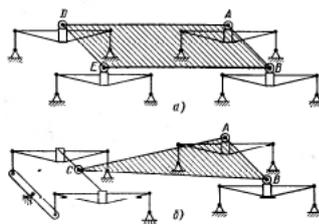
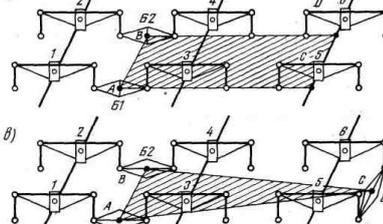
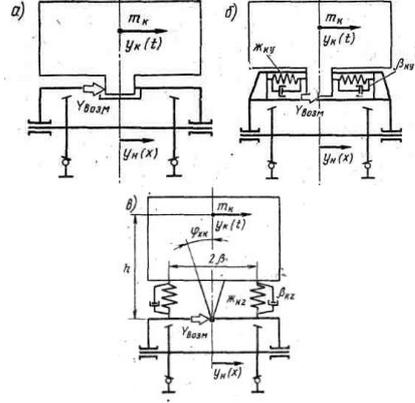


Рисунок 1.15. Расчетная схема четырехосного грузового вагона

Стандартный ряд собственных частот системы подвеса, в вертикальном направлении, для различных типов вагонов находится между $2,5 \div 7,5$ Гц. Динамические взаимодействия элементов такой системы обеспечивают многообразные проявления рычажных связей и существенное значение таких факторов как пространственное распределение внутри объекта точек крепления упруго-диссипативных и массоинерционных элементов, а также способов соединения элементов между собой. Возможные способы использования рычажных соединений приведены в таблице 1.2 [166].

Таблица 1.2. Расчетные схемы для исследования колебаний подвижного состава с учетом связей рычажного типа

 <p>Схемы подвешивания двухосной тележки</p>	 <p>Схемы подвешивания двухосной тележки</p>	 <p>Схемы подвешивания трехосной тележки</p>
 <p>Схема с тяговыми связями двустороннего действия</p>	 <p>Схема с тяговыми связями, работающими на растяжение</p>	 <p>Схема передачи продольных сил от тележки к кузову наклонными тягами</p>
 <p>Схемы сбалансированного рессорного подвешивания</p>	 <p>Схемы сбалансированного рессорного подвешивания</p>	 <p>Схемы с поперечной связью кузова и тележки</p>

Защита человека-оператора. Важной задачей является защита человека-оператора на транспортных средствах. На рисунке 1.16 приведены расчетные схемы виброзащитных систем, используемых в создании кресел машинистов [50, 58].

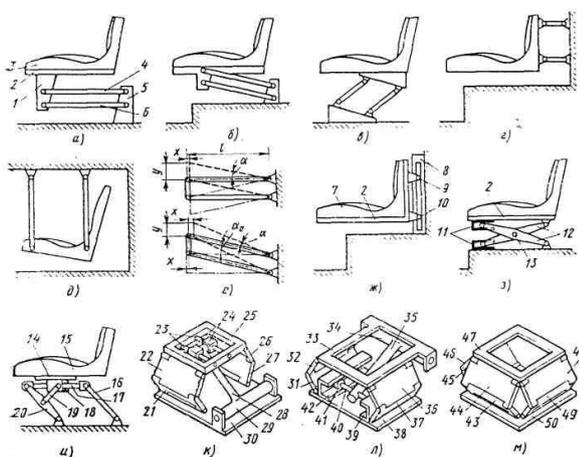


Рисунок 1.16. Принципиальные схемы направляющих механизмов сидений

Подводя некоторые итоги сравнительному обзору динамики железнодорожного транспорта, отметим, что обеспечение нормативного уровня динамического состояния сложных технических систем требует работы со сложными расчетными схемами. Последние отражают сложную картину динамического взаимодействия между отдельными блоками и устройствами исходной системы. Детализированное представление динамического состояния требует математических моделей (даже в линейной постановке) в виде систем дифференциальных уравнений высокого порядка. Реальные потребности решения конструкторско-технических задач, связанных с отработкой отдельных блоков (тележки, сцепка, соединение с кузовом локомотива или вагона и т.д.) или оценка динамических свойств в определенных видах движения, как правило, проводится на упрощенных моделях, которые в своих базовых формах принимают вид механических колебательных систем с одной, двумя или несколькими степенями свободы.

В качестве основных элементов систем рессорного подвешивания различного уровня используются упругие элементы. Как правило, это витые пружины или листовые рессоры, а также устройства для рассеивания энергии колебаний в виде гидравлических демпферов фрикционных гасителей и в некоторых случаях пневматических амортизаторов. Естественно, что в качестве системообразующих элементов выступают инерционно-массовые звенья колебательного контура в виде твердых тел, имеющих форму материальной точки; твердого тела балочного типа; твердого тела, закрепленного в точке или имеющего возможность совершать более сложные движения.

1.3. Рычажные связи и механизмы в объектах машиностроения

Рычажные механизмы широко применяются в решении задач вибрационной защиты различных машин и оборудования, так как обладают:

– малой склонностью к автоколебаниям и наложению резонансных частот колебаний упругих звеньев на колебания упруго подвешенных элементов исполнительного органа (что, видимо, далеко не так);

- возможностью работы в широком диапазоне внешних нагрузок при малых ходах и усилий упругих звеньев с самоподстройкой указанных параметров при перестройке режимов работы;
- простотой обслуживания и коррекции выходных параметров под варьируемый амплитудно-частотный спектр внешних нагрузок;
- хорошей сочленяемостью (способностью к комбинированию) с другими видами виброизолирующих (демпфирующих) устройств с получением более высоких показателей функциональной надежности, ресурса и экономичности работы (потребляемой энергии).

На рисунке 1.17 представлена классификационная схема рычажно-шарнирных виброзащитных устройств [34].

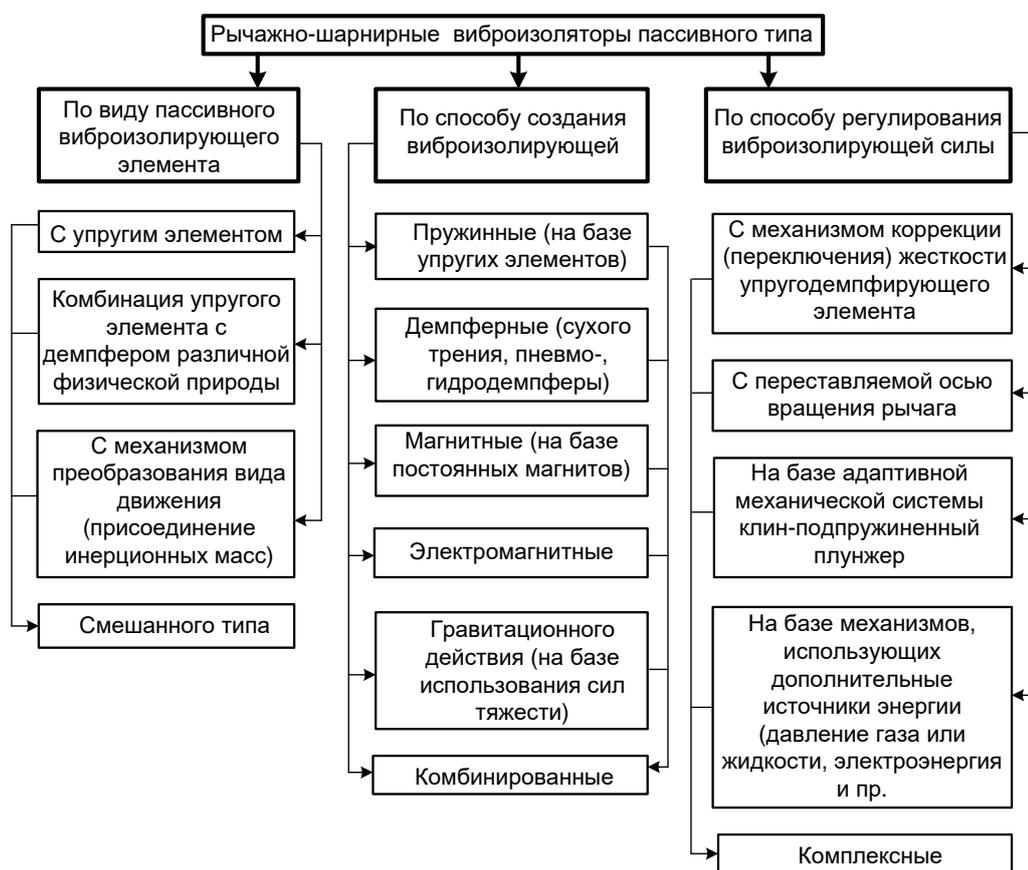


Рисунок 1.17. Классификационная схема рычажно-шарнирных виброизоляторов пассивного типа

На рисунке 1.18 и рисунке 1.19 охарактеризованы классификационные схемы и конструкторско-технологические приемы по исполнению механизмов и элементов, составляющих основу рычажно-шарнирных виброизоляторов пассивного типа.

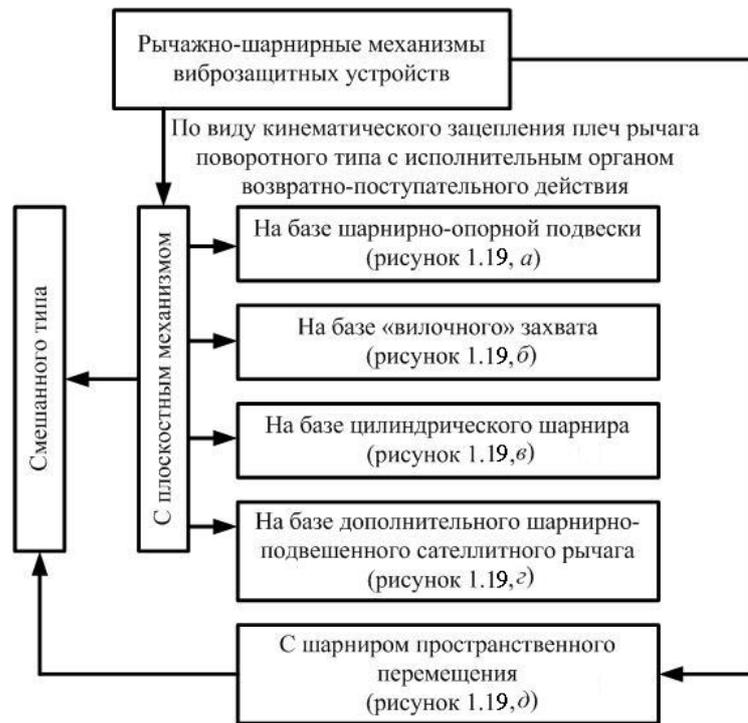


Рисунок 1.18. Классификационная схема рычажно-шарнирных механизмов виброзащитных устройств по виду кинематического зацепления плеч рычага поворотного типа с исполнительным органом

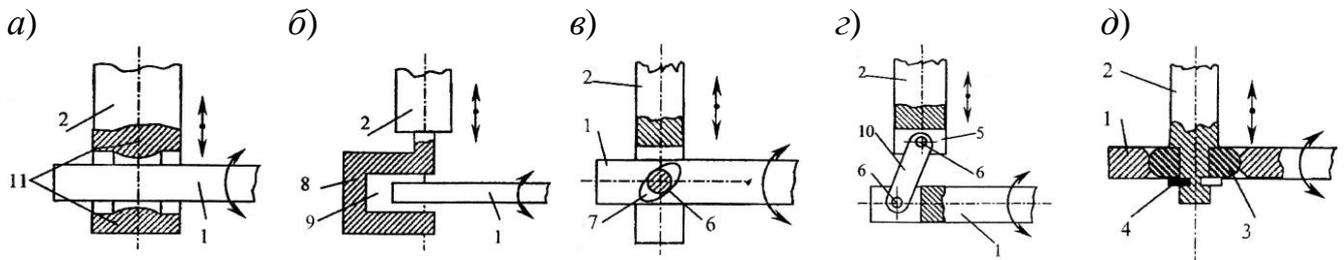


Рисунок 1.19. Виды кинематического зацепления рычага поворотного типа с исполнительным органом возвратно-поступательного действия:

- 1 – рычаг; 2 – исполнительный орган; 3 – шарнир пространственного перемещения; 4 – съемное кольцо 5 – паз в «вилочном» окончании исполнительного органа; 6 – плоскостной цилиндрический шарнир, жестко закрепленный в окончании исполнительного органа рычага; 7 – направляющий сквозной паз под шарнир 6 в рычаге; 8 – «вилочный» захват исполнительного органа; 9 – паз в «вилочном» окончании рычага; 10 – сателлитный рычаг; 11 – шарнирная опора

Конструкции рычажных механизмов, представленные на рисунке 1.18 и рисунке 1.19, обладают конструктивной простотой, технологичностью в изготовлении и сборке и используются в виброзащитных механизмах для передачи больших тяговых усилий при воздействии значительных инерционных нагрузок. Разнообразие конструктивно-технических форм рычажных механизмов представлено также в работе [10].

Рычажные механизмы могут эффективно использоваться в комбинациях с пневматическими устройствами, как показано на рисунке 1.20 [34].

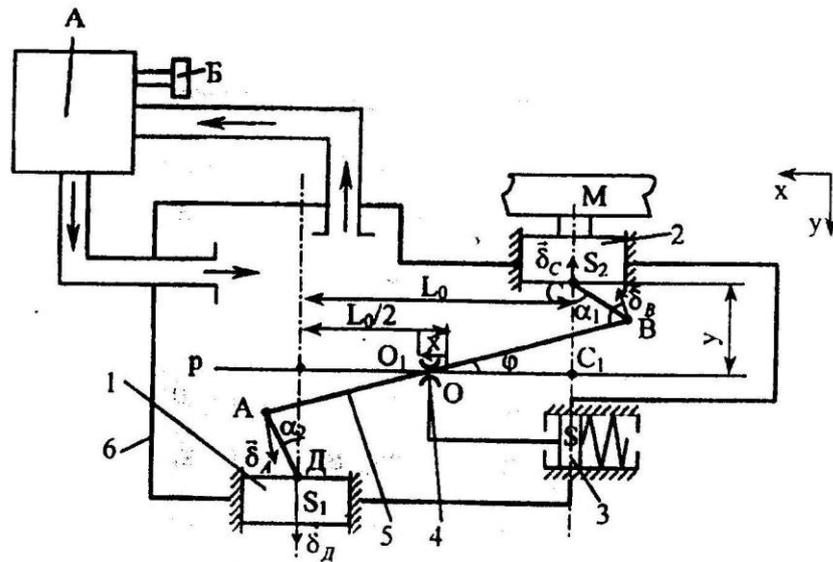


Рисунок 1.20. Конструктивно-расчетная схема пневматического виброизолятора с рычажно-поршневым механизмом управления: 1, 2 – рабочий поршень (исполнительный или силовой орган); 3 – демпфер – плунжер (чувствительный элемент); 4 – ось вращения рычага (подвижная опора); 5 – рычаг; 6 – корпус; А – ресивер; Б – блок зарядки

Рычажные механизмы часто используются как основа построения виброизоляторов. Известен пружинный рычажно-шарнирный виброизолятор общего вида (рисунок 1.21).

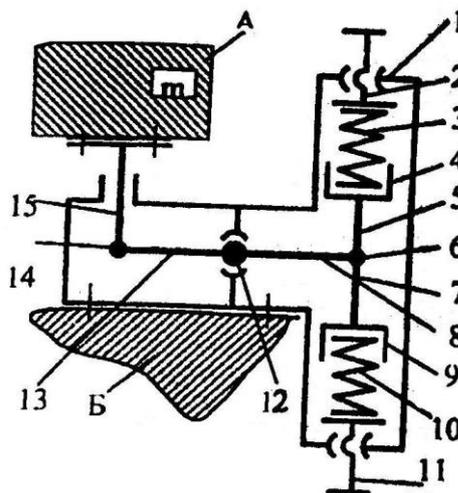


Рисунок 1.21. Типовая конструкция пружинного рычажно-шарнирного виброизолятора: 1 – корпус; 2, 11 – резьбовой подстроечный элемент; 3, 10 – пружина; 4, 9 – опора пружины; 5, 7, 15 – шток; 6, 14 – шарнир; 8, 13 – плечо рычага; 12 – ось вращения рычага; А – объект защиты; Б – виброактивное основание

В данной конструкции применен равноплечий рычаг 8, 13 с осью вращения 12. Шарнирно (6, 14) плечи рычага при помощи штоков 5, 7, 15 соединены с объектом защиты А и блоком противодействующих друг другу пружин 3 и 10, обеспечивающих виброизоляцию объекта защиты при возмущающем воздействии виброактивного основания Б. Рычажные механизмы в задачах настройки виброзащитных систем могут выступать в качестве корректоров жесткости упругих элементов рассеяния энергии колебаний и др., как показано на рисунке 1.22 [34].

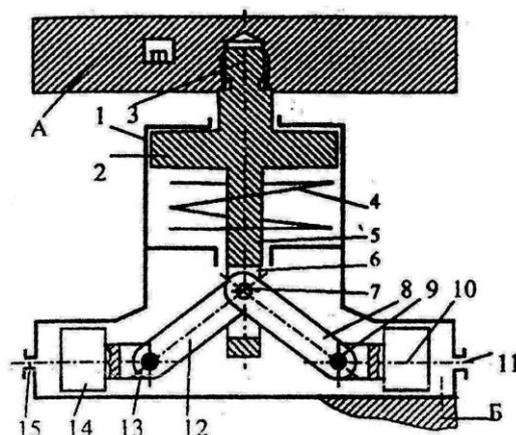


Рисунок 1.22. Пружинный виброизолятор с рычажным шарнирно-поршневым механизмом рассеивания энергии: 1 – корпус; 2 – силовой поршень; 3 – резьбовой хвостовик; 4 – пружина; 5 – шток поршня; 6 – паз; 7, 9, 13 – шарнир; 8, 12 – рычаг; 10, 14 – плунжер; 11, 15 – жиклер; А – объект защиты; Б – виброактивное основание

Рычажные механизмы используются и в других конструктивно-технических вариантах, например, во вращательных движениях, силовых передачах. Известные работы в этом направлении выполнены по упругим муфтам [11, 72, 105]. В ряде работ введение рычажных механизмов, точнее, использование эффектов, создаваемых рычажными механизмами, но на основе других конструктивно-технических решениях представлено в работах [69, 72, 74, 96], где используются представления о дополнительных связях. Интересным вариантом интерпретации рычажных взаимодействий является винтовой несамотормозящийся механизм [74, 78], в котором реализуются соотношения между параметрами поступательного и вращательного движений, а также между силовыми факторами «сила – крутящий момент». На рисунке 1.23 приведены некоторые схемы виброзащитных систем с механизмами для преобразования движения.

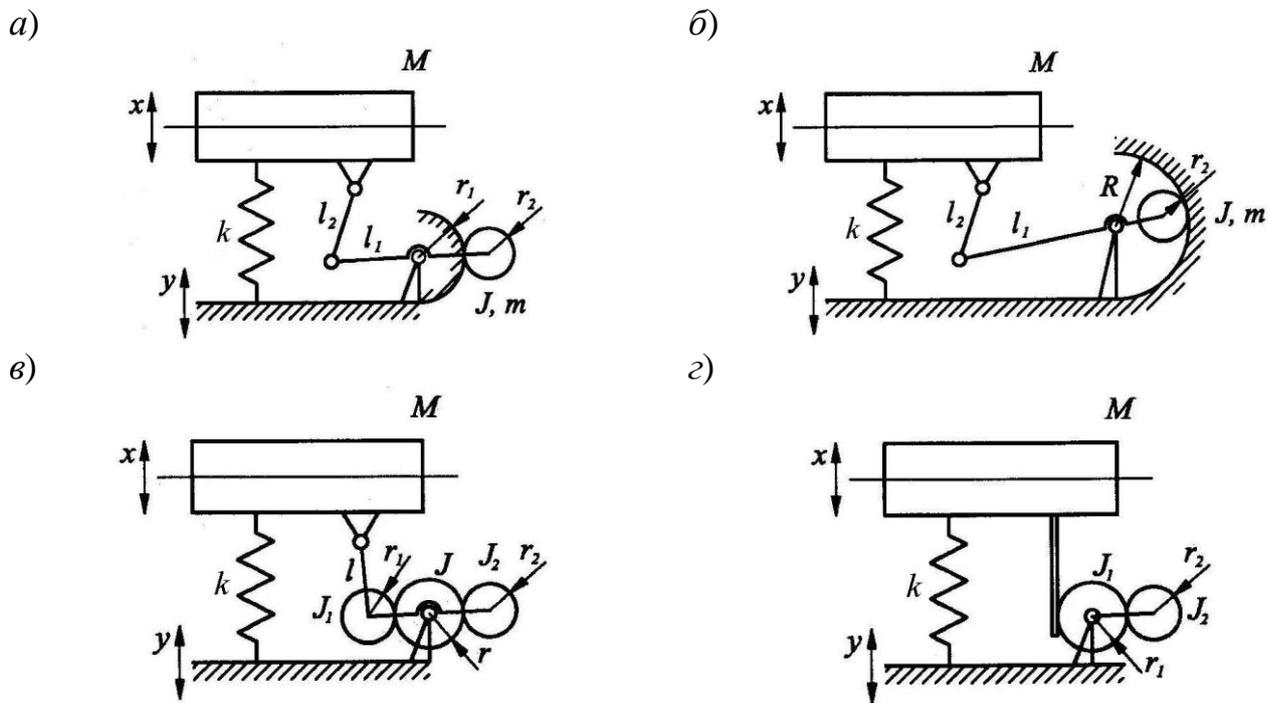


Рисунок 1.23. Варианты расчетных схем виброзащитных систем с дополнительными связями: *а* – наружное зацепление; *б* – внутренне зацепление; *в* – эпициклическая передача; *г* – передача через зубчатую рейку

Рычажные механизмы в своих простейших конструктивно-технических формах в системе электромеханических аналогий интерпретируются в виде трансформаторов, что позволяет отметить существенное значение и роль в динамических взаимодействиях рычажных связей. Последние проявляются через кинематические и силовые соотношения параметров статического и динамического состояний механических колебательных систем. В тех случаях, когда внешние возмущения носят гармонический характер, обычные характеристики системы могут рассматриваться как динамические в том смысле, что жесткости упругих элементов, массоинерционные свойства становятся зависимыми от частоты внешнего воздействия. Такие подходы связаны также с использованием понятий о приведенных жесткостях и массах [11, 16, 18, 78, 79, 85, 105]. Общие свойства и проявления рычажных связей связано с рассмотрением колебаний твердых тел на упругих опорах, когда используется система обобщенных координат, связанная с центром масс и вращениями вокруг него.

1.4. Особенности расчетных схем в задачах динамики машин: подходы и методы

Технические объекты в виде технологических и транспортных машин отличаются сложной динамической структурой и многообразием движений составляющих элементов. Конкретные задачи динамики, определяемые необходимостью оценки динамического состояния отдельных агрегатов, узлов и деталей, как правило, представляют собой локальное распространение взаимодействий элементов, что связано с построением соответствующих математических моделей. Обычно такому абстрагированию и формализованному описанию задачи исследования на уровне использования определенного аналитического аппарата предшествует предварительная оценка свойств технического объекта и построение расчетной схемы, соответствующей поставленной задаче исследования. В работах [2, 4, 49, 136] рассматриваются вопросы методологического плана, ориентированные на необходимость реализации системных подходов в построении математических моделей, необходимость учета закономерностей физической природы. Основная проблема в математическом моделировании связана с рациональным выбором размерности модели, то есть с оценкой возможностей введения упрощений, позволяющих получать математические модели, допускающие возможности аналитических методов, дающих представление о существовании определенных закономерностей, общих динамических свойств, возможностей проявления особых динамических режимов, таких как резонансные явления, динамическое гашение колебаний, потеря статической или динамической устойчивости. Общие рекомендации в реализации таких подходов нашли отражение в работах [81, 123, 128].

Расчетная схема многих объектов машиностроения как машин, состоящих традиционно из таких составляющих как двигатель, силовые передачи или передаточные механизмы, рабочие органы в виде механизмов, взаимодействующих с рабочей средой в формализованных представлениях отображаются в виде механических колебательных систем различной сложности [19, 35, 45, 105, 127].

Хотя механические системы и состоят из ограниченного набора типовых элементов (массоинерционные, упругие и диссипативные), задача исследования динамических свойств может быть очень сложной из-за наличия у реальных объектов нели-

нейных свойств. Такие свойства проявляются в связи с переменностью масс [19], нелинейными свойствами упругих и диссипативных элементов [35, 45, 47, 52, 110, 112, 127, 163]. Большое влияние на динамические свойства объектов машиностроения оказывают возникающие в работе соединений отдельных элементов зазоры, люфты, предварительные деформации (натяги) упругих элементов, силы сухого трения и др. [17, 35].

В технических расчетах, проводимых на стадиях предпроектных исследований и разработок, широкое распространение получим методы линеаризации нелинейных систем, что, во многих случаях, обеспечивает потребности частотного анализа и динамического синтеза виброзащитных систем [40].

Линеаризация математических моделей может производиться на различных стадиях формирования представлений о свойствах рассматриваемого объекта.

Задачи вибрационной защиты объектов, если речь идет о динамике технологических и транспортных машин, в определенном смысле, могут рассматриваться как «знаковые» задачи динамики машин, поскольку в постановке задач вибрационной защиты выборе объекта защиты, оценке внешних воздействий, определении параметров динамического состояния, выборе способов и средств управления состоянием, присутствуют все стадии расчета параметров системы, необходимых для обеспечения и функционирования деталей и узлов машин.

В последние годы в связи с развитием методов автоматизации, проектирования и исследования динамики различных технических систем, широкое распространение получили пакеты прикладных программ специализированного и общего назначения [1, 5, 6, 7, 90]. Основой большинства пакетов прикладных программ, используемых для оценки состояния технических объектов, являются методы конечных элементов в их различных модификациях [150, 161]. Что касается оценки динамических свойств систем, то пакеты прикладных программ в силу специфики их методологической основы, обладают определенными своим диапазоном возможностями. Для оценки динамических свойств технических объектов в целом, и объектов машиностроения в частности, чаще всего используются расчетные схемы в виде механических колебательных систем с одной, двумя и тремя степенями свободы.

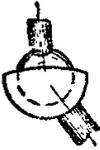
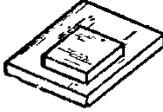
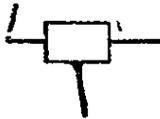
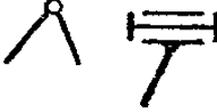
Наибольшее распространение получил метод, основанный на применении уравнений Лагранжа второго рода [137]. В этом случае движение системы рассматривается в обобщенных координатах с определением кинетической и потенциальной энергий системы и соответствующих обобщенных сил. Подробности применения этого метода изложены во многих работах, в том числе и в приложениях к виброзащитным системам [18, 85, 169].

1.5. Учет связей в соединениях подвижных элементов

При построении математических моделей учитываются построения механических колебательных систем. Такие системы представляют собой плоские или пространственные образования из массоинерционных элементов (материальные точки, твердые тела), упругих звеньев и диссипативных устройств для рассеяния энергии колебаний. При соединении таких элементов образуются замкнутые механические цепи и более сложные структуры, в составе которых могут находиться и различные механизмы. Последние могут рассматриваться [73, 146] как замкнутые механические цепи с одним неподвижным звеном. Во всех случаях соединения рассматривается подвижное образование, получаемое из двух звеньев, которые могут двигаться друг относительно друга. Такое подвижное соединение двух звеньев называется кинематической парой. Существуют различные виды соединений и их классификаций [11, 170]. В таблице 1.3 [11] представлена классификация кинематических пар, отражающая возможности относительных движений звеньев.

Таблица 1.3. Условные обозначения кинематических пар

Класс пары	Число условий связи	Число степеней свободы	Название пары	Рисунок	Условное обозначение
I	1	5	Шар – плоскость		
II	2	4	Шар – цилиндр		

III	3	3	Сферическая		
III	3	3	Плоскостная		
IV	4	2	Цилиндрическая		
IV	4	2	Сферическая с пальцем		
V	5	1	Поступательная		
V	5	1	Вращательная		
V	5	1	Винтовая		

Связи являются важным понятием в механике, и их сложность определяет в значительной мере сложность математических моделей технических объектов.

В работе [137] связи определяются как некоторые ограничения, которые накладываются на движение системы, состоящих из материальных точек. Формально ограничения могут принимать вид уравнений, связывающих координаты движения отдельных точек. Связи могут зависеть от времени в явной форме или опосредованно. В зависимости от особенностей уравнений связи подразделяются на голономные и неголономные.

Существующие связи подразделяются на удерживающие и неудерживающие, в зависимости от того, могут ли в них при перемене знака приложения нагрузок, возникать нарушения контактов или нет. Такие связи часто встречаются в

транспортных машинах (контакт – колесо – дорога, колесная пара – рельс и др.) и в вибрационных технологических машинах [119, 131, 143, 171].

В механических колебательных системах упругие элементы или пружины рассматриваются как звенья расчетной схемы или механической системы. В этом смысле внимание должно обращаться на формы и соединения массоинерционных элементов с упругими, а также на соединения между собой упругих и диссипативных звеньев. Особенности таких представлений о соединениях элементов колебательных систем характерны для прикладной теории виброзащитных систем [18]. Массоинерционные элементы в механических колебательных системах могут также соединяться между собой, в том числе и с использованием рычажных соединений, реализуемых стержнями, имеющими неподвижные или подвижные точки опоры. Частично такие возможности рассматривались в выше приведенных разделах.

Понятие связи имеет широкое «понятийное поле» и конкретные случаи конструктивно-технических форм взаимодействия элементов между собой отображаются соответствующими смысловыми оттенками общего понятия связи. Кинематические пары являются связями. Упругий элемент может быть связан с другим элементом или опорной поверхностью.

Вместе с тем, в технической литературе часто используются понятия упругих и диссипативных связей, реализуемых пружинами и демпферами, а также массоинерционными связями, называются связи между отдельными блоками колебательных систем, в том числе, между парциальными системами [64, 139, 179].

В ряде работ, посвященных динамике виброзащитных систем [76, 77] развиваются представления о возможных формах соединения двух элементов с помощью промежуточных звеньев, свойства которых принимают предельные значения (устремляются к нулю или бесконечности). В таких случаях связь между элементами исчезает, либо трансформируется в соединение определенного типа. Такие соединения получили название сочленений, что расширяет представления о возможных формах соединения элементов механических колебательных систем и их связях [96, 168].

Методы исследований. Математические модели механических колебательных систем с распределенными параметрами основаны на использовании уравнений в частных производных. Элементы с распределенными параметрами имеют вид упругих балок, плит, мембран, что широко распространено в технических системах. Математический аппарат для изучения упругих колебаний нашел отражение в работах по динамике колебательных систем, динамике сооружений и строительной механике [27, 160, 165].

В первом приближении упругие колебания элементов рассматриваются как колебания систем с сосредоточенными параметрами на основе методов упрощения, разработанных в теории колебаний [13, 31, 144], где приближенная модель с одной степенью свободы отражает свойства движений в низших формах колебаний. В целом, динамика систем с распределенными параметрами имеет свои особенности, учет которых требует детализированных представлений об условиях закрепления упругих элементов и их сочетания с элементами, имеющими сосредоточенные свойства [111].

Предварительный обзор методов математического моделирования различных механических систем показывает тенденции формирования достаточно общих подходов, в рамках которых исходные механические системы представляются динамическими системами, имеющими развитые формы различных связей и воздействий со стороны внешнего окружения. При этом силовые возмущения могут рассматриваться в определенных ситуациях как управляющие силы.

В таких представлениях аналитический аппарат для исследований динамических свойств систем становится, по существу, приложением общих методов теории систем, а в частных случаях, теории автоматического управления [51, 97, 121, 147, 180, 183].

1.6. Структурное математическое моделирование в динамике механических колебательных систем

Идеи структурного математического моделирования в динамике механических колебательных систем основаны на общности представлений свойств систем

автоматического управления и механических колебательных систем, представляемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Рассматриваемые объекты при этом обладают линейными свойствами. Использование в механических колебательных системах управляемых сил превращает такие системы, в том числе и виброзащитные, в системы автоматического управления [32, 78, 85, 97, 100, 121, 155, 176] [9, 12 ÷ 14, 55, 136 ÷ 138]. Основой для формализации представлений о возможных видах связей между элементами являются использование преобразований Лапласа [138], позволяющие линейные дифференциальные уравнения преобразовать в алгебраические [138]. Последующие преобразования структурных интерпретаций системы алгебраических уравнений связаны с развитием аппарата формализации, предложенных в работах по технической кибернетике и теории автоматического управления [14, 79, 106, 116, 142, 178].

При переходе к структурным математическим моделям система исходных линейных дифференциальных уравнений интерпретируется адекватной в динамическом отношении структурной схемой системы автоматического управления. Динамические свойства исходной системы соотносятся в этом случае с передаточной функцией, которая зависит от состава элементов, их связей между собой и опорными поверхностями, а также от вида и мест приложения внешних возмущений. Исследование задач динамики машин при вибрационных возмущениях в такой постановке задач оценки и управления динамическим состоянием, сводится к изучению свойств соответствующих передаточных функций. В данном случае реакция механической системы рассматривается при входном гармоническом сигнале, а реакция оценивается по частотным характеристикам, отражающим отношение модуля интересующего параметра динамического состояния к модулю входного воздействия (или сигнала).

Такой подход исключает необходимость обратного преобразования Лапласа для определения реакции во временной области и дает возможность получить информацию, используя особенности получаемой передаточной функции. При этом происходит потеря определенной части полезной информации, поскольку пред-

полагаются лишь линейные формы характеристик элементов, не учитываются переходные процессы при приложении внешних возмущений и др. Недостатки таких предварительных оценок динамических систем могут быть в определенной степени устранены применением специальных методов учета нелинейных факторов и усложнения связей внутри системы [149].

На рисунке 1.24 приведены основные этапы преобразований системы с одной степенью свободы при определении динамических свойств реакций связей [26].

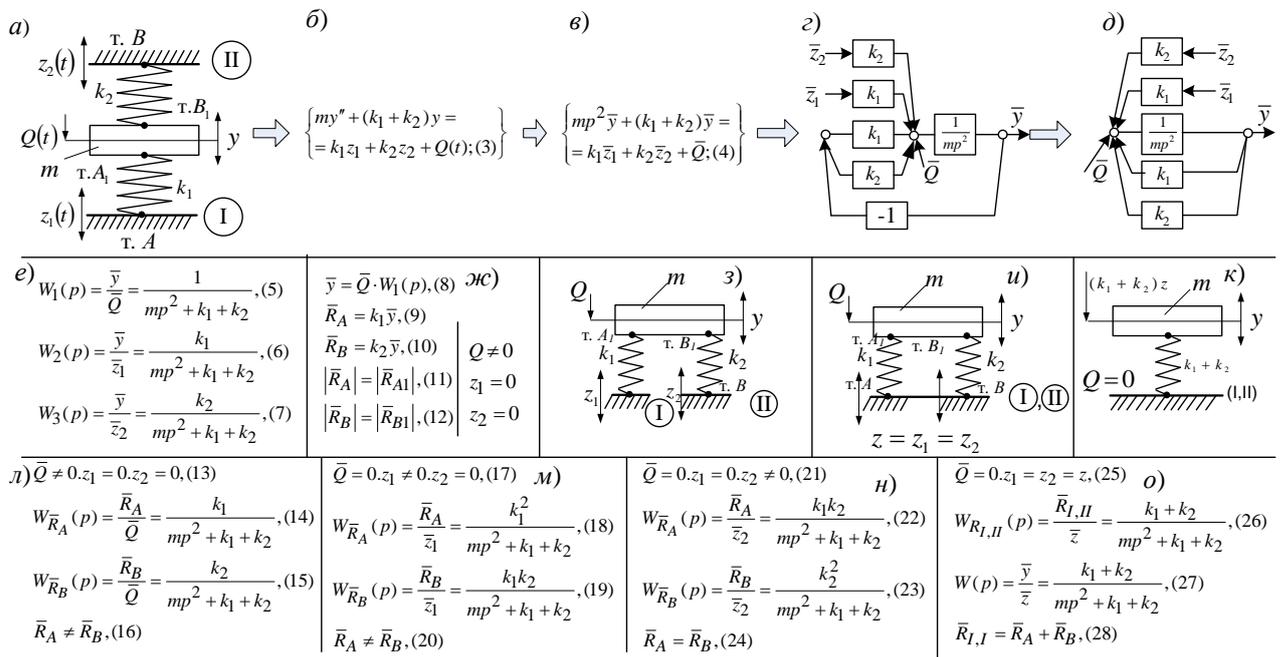


Рисунок 1.24. Принципиальные позиции метода определения динамических реакций

Показано, что каждому элементу механической колебательной системы (массоинерционный элемент, пружина, демпфер) на структурной схеме соответствует элемент структурной схемы с соответствующей передаточной функцией интегрирующего звена второго порядка, усилительного и дифференцирующего звена первого порядка. Отметим, что структурная схема отражает особенности постановки специальных задач динамики машин, связанных с вибрационной защитой и вибрационной изоляцией от внешних воздействий [18, 78, 85, 176].

Объект защиты в виброзащитных системах является базовым элементом, имеет передаточную функцию интегрирующего звена второго порядка. Относи-

тельно этого звена формируются прямые и обратные связи. При введении в расчетную схему дополнительных звеньев, как показано на рисунке 1.24, в структурной схеме происходят соответствующие изменения. При введении сложного элемента, например, устройства для преобразования движения, реализуемого введением винтового несамотормозящегося механизма, структурная схема приобретает дополнительную связь соответствующего вида. Подробности оценки введения дополнительных связей в виде различных механизмов рассмотрены в работах [74, 105, 113, 145]. Важным обстоятельством для дальнейших приложений и развития метода структурного математического моделирования является уточнение представлений о связях в системах с несколькими степенями свободы и расширении представлений о возможностях поиска и разработки новых форм конструктивно-технических связей и их влиянии на динамические свойства виброзащитных систем.

1.7. Вибрационная защита машин и оборудования

В решении задач защиты технических объектов от внешних и внутренних периодических возмущений можно выделить несколько направлений. В каждом из которых учитывается специфика возникающих физических процессов.

Устранение причин неуравновешенной работы машин и оборудования. Такие подходы предполагают устранение таких особенностей деталей и узлов, как несовпадение во вращательных движениях положения центра масс и центра или оси вращения. Источники таких возмущений имеют различную природу, в том числе и неточность изготовления деталей. Разработаны методы и средства балансировки вращающихся деталей и узлов, что нашло отражение в работах [3, 4, 41, 56, 184]. Более сложной задачей в этом направлении является уравнивание механизмов, в которых при реализации периодических движений отдельных звеньев изменяются приведенные массы и жесткости, что требует применения специальных средств уравнивания путем введения дополнительных масс и их соответствующего размещения на движущихся частях механизмов и устройств.

Достаточно подробно вопросы уравнивания механизмов различного вида рассматриваются в работах [11, 19, 105, 127, 133].

В более общей постановке такой задачи вибрационной защиты может рассматриваться как задача уменьшения ограничения или видоизменения внешних воздействий.

Разработка специальных средств снижения вибрационных воздействий. В тех случаях, когда внешние или внутренние источники возмущений не могут быть ограничены по природе их возникновения, используются специальные средства, образующие совместно с объектом вибрационной защиты так называемую виброзащитную систему. Элементами таких систем являются пружины, демпферы амортизаторы, гасители колебаний и др. Разработаны и производятся серийно виброизоляторы, используемые для установки двигателей, компрессоров и технологических машин различного назначения [4, 41, 107, 129, 169]. Разнообразие задач вибрационной защиты, способов и методов их решения нашло отражение в работах по теории и практике виброзащитных систем [18, 50, 57, 58, 78, 85, 107, 121, 125, 176].

Заметное место в проблемах виброзащиты и виброизоляции технических объектов нашли устройства для преобразования движения, которые используются в соединениях с упругими, диссипативными и массоинерционными элементами, относящимися к традиционному набору типовых элементарных звеньев виброзащитных систем. Устройства для преобразования движения чаще всего представляют собой рычажные механизмы в структурах колебательных систем. Вместе с тем, устройства для преобразования движения (УПД) могут иметь форму винтовых несамотормозящихся, зубчатых, пневматических, гидравлических и других механизмов.

Снижение уровня вибраций на объекте защиты. Такие подходы возможны и на основе использования активных устройств, использующих внешние источники. В таких задачах виброзащиты используются элементы гидро-, пневмо- и электроавтоматики, образующие сервопривод. Входной сигнал в такое активное устройство формируется определенной измерительной цепью и затем реали-

зуется сервоприводом, создающим управляющую силу. По существу, виброзащитная система в развитой форме может быть реализована как специализированная система автоматического управления динамическим состоянием. Подобного рода системы нашли применение на транспорте и технологических комплексах специального назначения [18, 56, 74, 78, 85, 101, 121, 159, 176, 180].

Обобщенный подход к задачам динамического синтеза виброзащитных систем предопределяет развитие идей обратной связи и структурного математического моделирования в рамках аналитического аппарата теории автоматического управления. Структурное математическое моделирование в задачах динамики механических колебательных систем обладает потенциалом создания оригинальных решений, в которых используются представления о расширении набора типовых элементарных звеньев, новых типов связей (в том числе и рычажных) между элементами, новых правил структурных преобразований математических моделей виброзащитных систем.

1.8. Выводы по первой главе

1. Для объектов машиностроения в качестве расчетных схем широко применяются механические колебательные системы с сосредоточенными параметрами. Такие расчетные схемы используются для вибрационных технологических и транспортных машин.

2. В практике предварительных исследований и оценок расчетные схемы объектов машиностроения упрощаются, в первую очередь, за счет введения предположений о малости колебаний и линейности свойств типовых элементов (массоинерционных, упругих и диссипативных). В качестве математических моделей используются системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. При построении математических моделей используются приемы уменьшения числа степеней свободы системы; упрощаются выражения для кинетической энергии, используются представления о возможностях расширения набора типовых элементов и систем, в том числе, увеличения разнообразных форм их соединения.

3. По существу, в реальных объектах типовые звенья (пружины и демпферы) представляют собой, в определенном смысле, механические устройства и механизмы, то есть состоят из нескольких частей или элементов, в том числе и подвижных, что в ряде случаев позволяет использовать понятия о различных формах соединения элементов в блоки и структуры.

4. В формировании пространственных форм механических колебательных систем большую роль играют рычажные механизмы и рычажные связи. В этом плане особенно показательны задачи колебания твердых тел на упругих опорах, поскольку во вращательных движениях относительно центра масс между координатами точек крепления упругих элементов устанавливаются соотношения, характерные для рычажных механизмов различных типов.

5. Устойчивые соотношения между параметрами состояния механических колебательных систем могут рассматриваться как рычажные связи, реализуемые в разнообразных конструктивно-технических формах.

6. В структурах расчетных схем объектов машиностроения могут использоваться механизмы как определенные элементы структуры, но более сложного вида.

7. В силу предпочтительности линейных математических моделей в механических колебательных системах, определенными преимуществами обладают методы структурного математического моделирования, основанные на преобразованиях Лапласа.

8. Структурные модели обеспечивают учет особенностей формирования динамических связей и возможные преобразования системы для получения необходимых передаточных функций.

На основе сравнительного обзора и анализа могут быть сформулированы цель диссертационного исследования и решаемые задачи.

Цель диссертационной работы заключается в разработке обобщенного подхода и метода построения математических моделей для определения и оценки динамических свойств объектов машиностроения как механических колебатель-

ных систем с рычажными связями и механизмами при вибрационных внешних воздействиях.

Для достижения цели предполагается решение ряда задач:

1. Изучение и исследование условий формирования особенностей и форм реализации рычажных связей в механических колебательных системах как расчетных схем объектов машиностроения.

2. Разработка обобщенного подхода в определении приведенных динамических свойств механических колебательных систем и оценки влияния рычажных связей и механизмов.

3. Разработка метода построения математических моделей и их эквивалентных представлений на основе структурных интерпретаций механических систем с рычажными связями.

4. Разработка концепции поиска и создания новых способов для управления динамическим состоянием объектов при вибрационных воздействиях.

ГЛАВА 2. ОБОБЩЕННЫЕ ПОДХОДЫ В ОЦЕНКЕ СВОЙСТВ И ОСОБЕННОСТЕЙ РЫЧАЖНЫХ СВЯЗЕЙ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В задачах динамики машин и оборудования упрощения технических объектов часто сводится к формированию некоторой базовой модели в виде обобщенного механизма с одной степенью свободы, обладающего приведенной массой или приведенным моментом инерции, приведенной жесткостью и силовыми факторами. Обобщенный механизм в простейшей форме имеет вид начального звена, связанного с неподвижным базисом. Математическая модель представляет собой уравнение динамики машинного агрегата, которое может быть построено на основе известных принципов теоретической механики или теории механизмов и машин [11, 41, 105, 122, 184]. Вибрационная защита технических объектов относится к задачам динамики машин, обладающим определенной спецификой, поскольку рассматриваются малые движения или колебания деталей или механизмов относительно положения статического равновесия или установившегося движения. Расчетные схемы, в простейших формах, могут быть представлены в виде систем с одной степенью свободы и рассматриваться как базовые. Базовая модель представляет собой механическую систему из объекта защиты – это звено, обладающее массоинерционными свойствами, упругого элемента (рассматриваются линейные элементы с сосредоточенными параметрами или с распределенными, которые приводятся к эквивалентным сосредоточенным), а также стойки или опорных поверхностей. Базовая модель виброзащитной системы в виде механической колебательной системы с одной степенью свободы также может рассматриваться как некоторый механизм, обладающий определенными особенностями. В частности, объект защиты может также обладать приведенной массой, а упругий элемент базовой модели может иметь приведенную жесткость, отражающую упругие свойства всей системы. В базовой модели могут учитываться и детализированные представления о виброзащитной системе (силы сопротивления и конструктивно-технические особенности, реализуемые через введение в исходную систему дополнительных связей). Вместе с тем, в определении приведенных пара-

метров динамических систем различного назначения имеются вполне определенные представления об эквивалентных соотношениях и условиях приведения параметров. Внимание к приведенным характеристикам связано с тем, что многие задачи вибрационной защиты в динамике могут интерпретироваться как задачи малых колебаний механизмов определенного вида относительно некоторого установившегося положения [18, 85, 110].

2.1. Особенности проявлений рычажных связей в системах с несколькими степенями свободы

2.1.1. Некоторые общие положения

Рассматривается механическая колебательная система в двух вариантах (рисунок 2.1, *а*, *б*); в первом случае – система с двумя степенями свободы с силовыми и кинематическими возмущениями (рисунок 2.1, *а*); во втором случае – система с тремя степенями свободы, но крайние массоинерционные элементы также соединены между собой упругим элементом с жесткостью k_{13} .

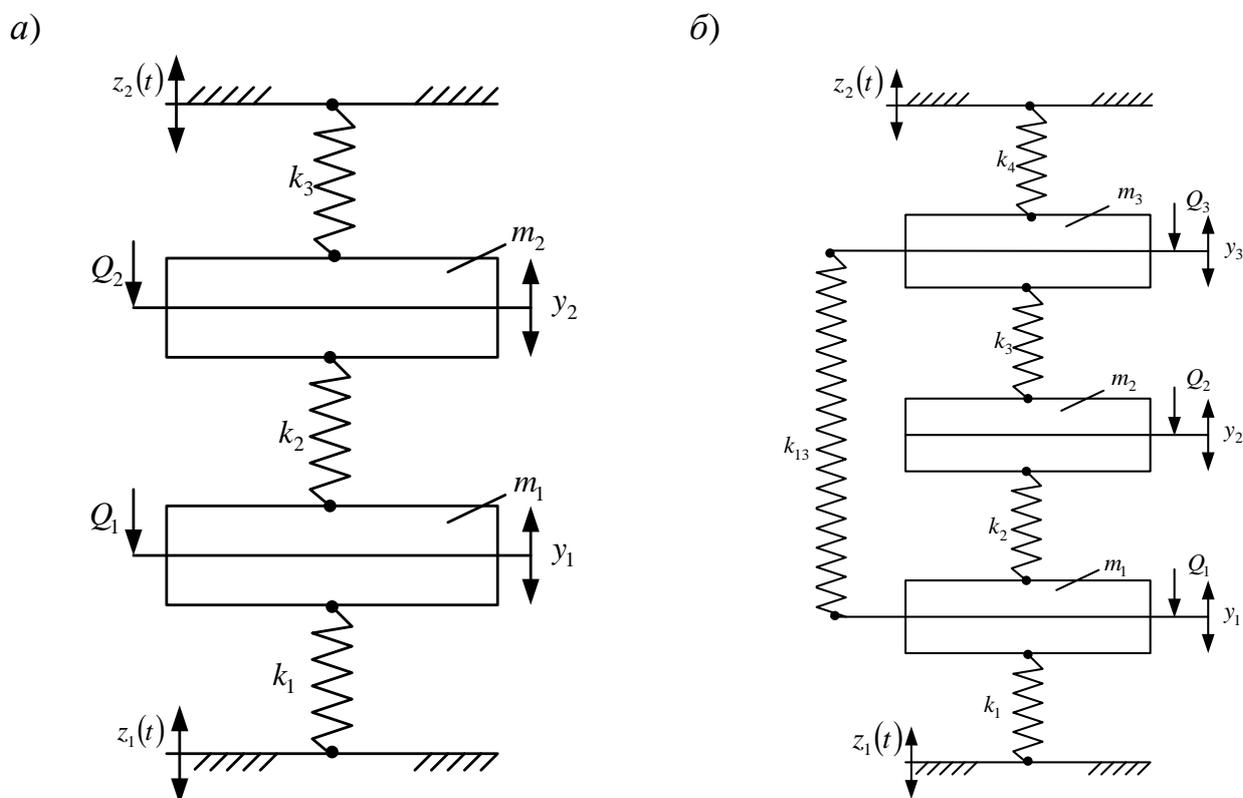


Рисунок 2.1. Расчетная схема виброзащитных систем: *а* – система с двумя степенями свободы; *б* – система с тремя степенями свободы

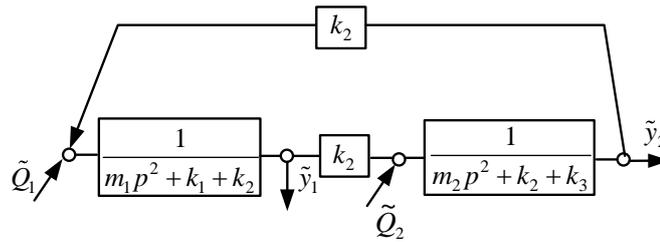
В системе имеются силовые гармонические возмущения $Q_1(t) \div Q_3(t)$, а также $z_1(t)$, $z_2(t)$. Массоинерционные элементы в системах совершают малые колебания. Обе системы представлены в линейной постановке, исследуются особенности устойчивых соотношений между параметрами системы, отражающих связи рычажного типа при поступательных движениях элементов колебательных систем. На рисунках 2.1, *a*, *б* показано, что системы отличаются числом степеней свободы и возможностями формирования взаимодействий между массоинерционными элементами. В качестве объекта защиты в схеме на рисунке 2.1, *a* выбран элемент m_1 . Для схемы на рисунке 2.1, *б* в качестве объекта защиты выбран элемент m_3 , что позволяет учесть некоторые особенности динамических свойств системы. Уравнения движения для схемы на рисунке 2.1, *a* могут быть составлены с использованием уравнения Лагранжа 2-го рода и последующими преобразованиями Лапласа. Коэффициенты уравнений движения в координатах \tilde{y}_1 , \tilde{y}_2 приведены в операторной форме в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Коэффициенты уравнений движения системы в координатах \tilde{y}_1 , \tilde{y}_2

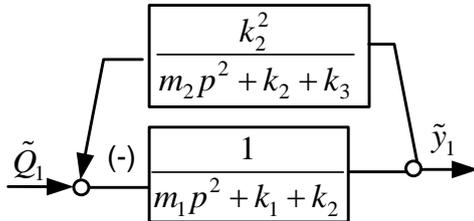
a_{11}	a_{12}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2$	$-k_2$
a_{21}	a_{22}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$
Обобщенные силы	Обобщенные силы
\tilde{Q}_1	\tilde{Q}_2

На рисунках 2.2, *a – в* приведены варианты схем, в которых путем преобразований выделены особенности интерпретаций математических моделей и возможностей построения базовых (или обобщенных) структур.

a)



б)



в)

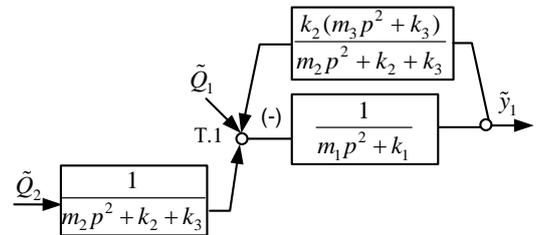


Рисунок 2.2. Структурные схемы виброзащитной системы (рисунок 2.1, а): а – детализированная структурная схема; б – структурная схема с исключенной координатой \tilde{y}_2 ; в – схема с исключенной координатой \tilde{y}_2 ($\tilde{Q}_1 \neq 0$, $\tilde{Q}_2 \neq 0$)

В данном случае в т. (1) на рисунке 2.2, в силы \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 суммируются. Для получения реакции системы на суммарное внешнее воздействие может быть использован принцип суперпозиции. При этом внешнее возмущение \tilde{Q}_2 приводится к т. 1 с соответствующими изменениями параметров.

2.1.2. Взаимодействия между парциальными системами

Силовое возмущение. Рассматривается случай локального силового возмущения $Q_1 \neq 0$, $Q_2 = 0$ (рисунок 2.1, а). Определим, используя структурную схему на рисунке 2.2, а, передаточную функцию при силовом возмущении \tilde{Q}_1

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_1} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{A_0}, \quad (2.1)$$

$$W_2(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_1} = \frac{k_2}{A_0}, \quad (2.2)$$

где A_0 – характеристическое частотное уравнение

$$A_0 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2. \quad (2.3)$$

Из (2.2), (2.3), найдем передаточное отношение рычажной связи в операторной форме

$$i_{ог}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \quad (2.4)$$

В определенном смысле, передаточное отношение рычажных связей (2.4) можно рассматривать как передаточную функцию между координатами движения \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 массоинерционных элементов системы. При $p = 0$, что соответствует близости к статическому внешнему воздействию

$$i'_{об}(p) = \frac{k_2}{k_1 + k_2}. \quad (2.5)$$

Если $p = 0$, то передаточное отношение рычажной связи $i_{об}(p)$ принимает постоянное значение, определяемое выражением (2.5). То есть в случае статического воздействия соотношения между координатами \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 определяются коэффициентами жесткости упругих элементов, а система представляет собой, в некотором смысле, аналог рычага. Связи между параметрами состояния системы в таком случае можно называть рычажными. В системах поступательного движения при заданных формах внешних воздействий (перемещения нижнего основания) такой виртуальный рычаг, создающий отношение (2.5), может быть отнесен к рычагам 1-го рода. Особенность такого виртуального рычага, заключается в том, что передаточное отношение (2.4) зависит от частоты внешнего воздействия. В частности, при частоте внешнего воздействия

$$\omega_{об.}^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2} \quad (2.6)$$

передаточное отношение $i_{об}(p) \rightarrow \infty$, что соответствует частным формам расположения точки опоры виртуального рычага. При увеличении $p = j\omega$ (ω – частота внешнего воздействия) передаточное отношение виртуального рычага меняет знак, то есть становится отрицательным. В этом случае виртуальный рычаг 1-го рода трансформируется в рычаг второго рода. В физическом смысле, вышеприведенное относится к формам движения элементов с массами m_1 и m_2 . Они либо двигаются в фазе, либо перемещаются в противоположных направлениях. Если $p \rightarrow \infty$, то $i_{об}(p) \rightarrow 0$.

При внешнем возмущении $Q_1 = 0$, $Q_2 \neq 0$ передаточные функции системы (рисунок 2.2, а) принимают вид

$$W_1'(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_2} = \frac{k_2}{A_0}, \quad (2.7) \quad W_2'(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_2} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{A_0}, \quad (2.8)$$

тогда межпарциальная связь определится

$$i_{06}''(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{k_2}. \quad (2.9)$$

При $p \rightarrow 0$

$$i_{06}'''(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = 1 + \frac{k_1}{k_2} = \frac{k_1 + k_2}{k_2}, \quad (2.10)$$

что отличается от выражения (2.5). В данном случае выполняется условие

$$i_{06}' \cdot i_{06}''' = 1, \quad (2.11)$$

При суммарном силовом воздействии при $Q_1 \neq 0, Q_2 \neq 0$ ($\tilde{Q}_1 + \tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$) передаточные функции системы (рисунок 2.2, а) принимают вид

$$W_1''(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}} = \frac{m_2 p^2 + 2k_2 + k_3}{A_0}, \quad (2.12) \quad W_2''(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}} = \frac{m_1 p^2 + 2k_2 + k_1}{A_0}. \quad (2.13)$$

Реакция системы на общее силовое возмущение будет состоять из двух компонент силового воздействия ($\tilde{Q} = \tilde{Q}_1 + \tilde{Q}_2$). Отношение координат \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 запишется

$$i_{06}^{IV}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + 2k_2}{m_2 p^2 + 2k_2 + k_3}. \quad (2.14)$$

При $p \rightarrow 0$, то есть в статическом состоянии, (2.14) принимает вид

$$i_{06}^{IV}(p) = \frac{k_1 + 2k_2}{k_3 + 2k_2}. \quad (2.15)$$

В свою очередь, при $p \rightarrow \infty$ выражение (2.14) запишется

$$i_{06}^{VI}(p) = \frac{m_1}{m_2}. \quad (2.16)$$

Модуль отношения $\left| \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} \right| = |i_{06}^{IV}(p)|$, определяемого выражением (2.14) зависит от

частоты внешнего воздействия, что представлено на рисунках 2.3, а – в.

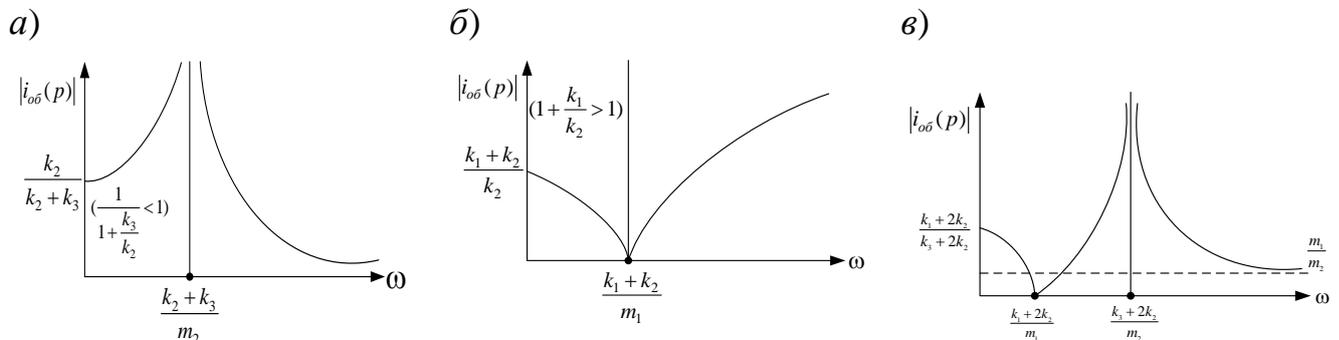


Рисунок 2.3. Графики зависимостей передаточного отношения $i_{06}(p)$ от условий силового возмущения при возрастании частоты внешнего воздействия:

а – вариант силового возмущения $Q_1 \neq 0, Q_2 = 0$; б – вариант $Q_1 = 0, Q_2 \neq 0$;

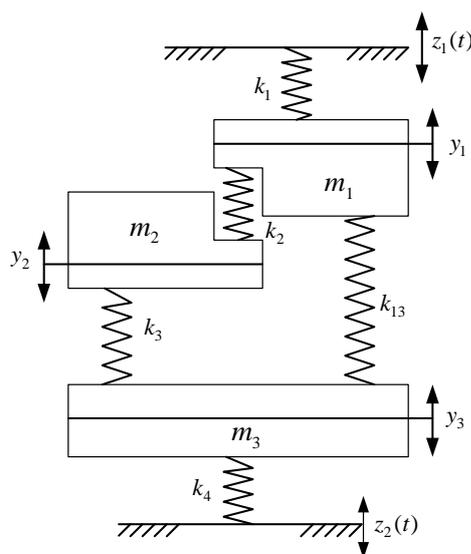
в – вариант $Q = Q_1 + Q_2$ – суммарное действие

Таким образом, рычажные связи достаточно разнообразны, определяются соотношениями жесткостей упругих элементов и зависят от частоты внешнего воздействия, а также – от вида и особенности внешнего возмущения. Точки «перелома» частотных характеристик в области изменения частот на оси абсцисс определяют знак передаточного отношения, что предопределяет тип рычажных связей (рычаги первого или второго рода), а также формы взаимных движений (или формы колебаний) элементов m_1 и m_2 по координатам y_1 и y_2 .

2.1.3. Рычажные связи в системах с тремя степенями свободы

Расчетная схема системы с тремя степенями свободы, приведенная на рисунке 2.1, б может быть трансформирована к виду, как показано на рисунке 2.4, а, где в качестве объекта защиты выбран инерционный элемент m_3 .

а)



б)

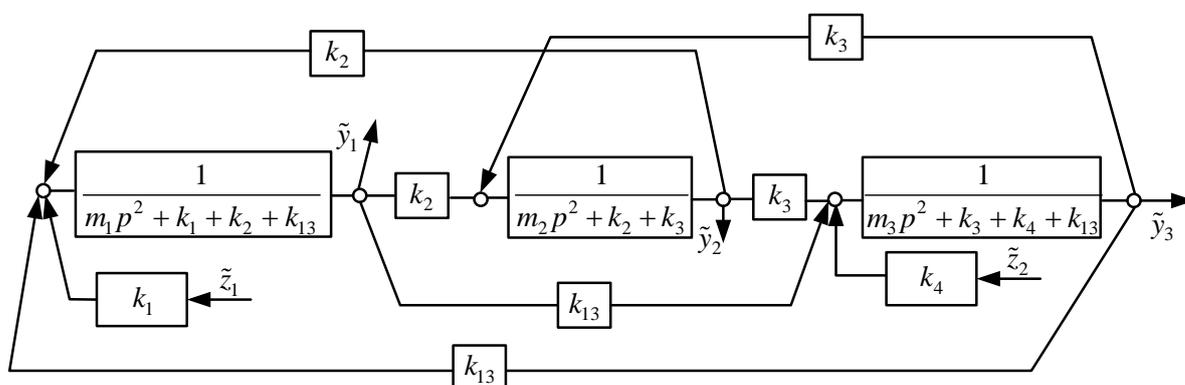


Рисунок 2.4. Расчетная (а) и структурная схема (б) виброзащитной системы с тремя степенями свободы

Структурная схема (рисунок 2.4, б) может быть построена аналогичным образом, как и в предшествующем случае, и состоит из трех парциальных блоков, взаимодействующих между собой. В качестве внешних воздействий выбираются кинематические возмущения $z_1(t)$ и $z_2(t)$ со стороны опорных поверхностей. Расчетная схема на рисунке 2.4, а является преобразованием схемы на рисунке 2.1, б. Отличие между рисунком 2.4, а и рисунком 2.1, б заключается в выделении объекта защиты и определении его положения (в данном случае элемента m_3). Можно показать, что в системе на рисунке 2.4, а связи между движениями по координатам y_1 и y_2 , в целом, будут такими же, как и в системе с двумя степенями свободы (рисунок 2.1, а). В соотношениях между \tilde{y}_2 и \tilde{y}_1 проявляются определенные локальные свойства динамических взаимодействий между элементами. Ниже на основе использования формул Крамера [73] показано, что в системе с двумя степенями свободы (рисунок 2.1, а) и в системе с тремя степенями свободы (рисунок 2.1, б и рисунок 2.4, а) основная схема взаимодействия сохраняется. Последнее объясняется особенностями межкоординатных связей, которые, по существу, обеспечивают формирование замкнутой цепи или блока через упругие элементы k_2, k_3, k_{13} . В данном случае движение элемента m_3 с координатой y_3 при наличии упругого опирания элементов m_1 и m_2 через пружины k_3 и k_{13} создает такую же схему динамических взаимодействий, как и на рисунке 2.1, а при условии, что обе опорные поверхности колеблются синхронно и выполняется условие ($z_1 = z_2 = z$), при этом $Q_1 = 0, Q_2 = 0$. В таблице 2.2 приведены коэффициенты системы уравнений движения в операторной форме в координатах $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$.

Таблица 2.2. Коэффициенты уравнений движения в координатах $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2 + k_{13}$	$-k_2$	$-k_{13}$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$	$-k_3$

a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_{13}$	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}$
Обобщенные силы		
$k_1 z_1$	0	$k_2 z_2$

Динамическое гашение колебаний. Элементы m_1 и m_2 образуют динамический гаситель колебаний. Рассмотрим особенности рычажных связей между координатами \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2 . Используя формулы Крамера, запишем, что

$$\tilde{y}_1 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2) + Q_2 (a_{12} a_{32} - a_{12} a_{33}) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22})}{A_{10}}, \quad (2.17)$$

$$\tilde{y}_2 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}) + Q_2 (a_{11} a_{33} - a_{23}^2) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{13} a_{12} - a_{11} a_{23})}{A_{10}}, \quad (2.18)$$

$$\tilde{y}_3 = \frac{k_1 \tilde{z}_1 (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) + Q_2 (a_{12} a_{31} - a_{11} a_{32}) + k_3 \tilde{z}_2 (a_{11} a_{22} - a_{12}^2)}{A_{10}}, \quad (2.19)$$

где $A_{10} = a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{32}^2 - a_{22} a_{13}^2 - a_{33} a_{12}^2 + 2a_{12} a_{13} a_{23}$ – характеристическое уравнение.

Особенности кинематических воздействий. Если принять, что $\tilde{z}_2 = 0$, то при входном воздействии $\tilde{z}_1 \neq 0$, получим передаточные функции при кинематическом возмущении

$$W_{10}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2)}{A_{10}}, \quad (2.20) \quad W_{20}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}) + k_2}{A_{10}}. \quad (2.21)$$

В данном случае передаточное отношение рычажной связи определится

$$i_{\substack{\text{об.1} \\ z_1 \neq 0, z_2 = 0}}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{k_1 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33})}{k_1 (a_{22} a_{33} - a_{23}^2)} = \frac{a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}}{a_{22} a_{33} - a_{23}^2}. \quad (2.22)$$

Если использовать данные таблицы 2.2, то (2.22) преобразуется к виду

$$i'_{\substack{\text{об.1} \\ z_2 = 0}}(p) = \frac{k_3 k_{13} + k_2 (m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13})}{(m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}) \cdot (m_2 p^2 + k_2) + (m_3 p^2 + k_4 + k_{13}) k_3}. \quad (2.23)$$

При $p \rightarrow 0$ передаточное отношение рычажной связи определится

$$i''_{\substack{06.1 \\ p \rightarrow 0}}(p) = \frac{k_3 k_{13} + k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_2 k_{13}}{(k_3 + k_4 + k_{13})k_2 + (k_4 + k_{13})k_3} = \frac{k_2(k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3 k_{13}}{k_2(k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3(k_4 + k_{13})}. \quad (2.24)$$

В свою очередь:

$$i'''_{\substack{06.1 \\ p \rightarrow \infty}}(p) = 0.$$

Отметим, что при частоте

$$\omega_{\text{дин.}}^2 = \frac{k_2 \cdot (k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3 k_{13}}{k_2 m_3} \quad (2.25)$$

значение $i'_{\substack{06.1 \\ z_3=0}}(p)$ становится равным нулю. Так как знаменатель (2.23) является би-

квадратным уравнением, то при двух значениях частоты внешнего воздействия

$i'_{\substack{06.1 \\ z_3=0}}(p) \rightarrow \infty$. Частотная характеристика $\left| \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} \right|$ по внешнему виду соответствует ампли-

тудно-частотной характеристике системы из элементов $m_1, m_2, k_1, k_2, k_3, k_4, k_{13}$ при кинематическом возмущении от \tilde{y}_3 (рисунок 2.4, а).

При рассмотрении случая $z_1 = 0, z_2 \neq 0$ соответствующие передаточные функции принимают вид

$$W_{10}''(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_2} = \frac{k_3(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A_{10}}, \quad (2.26) \quad W_{20}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{z}_2} = \frac{k_3(a_{13}a_{12} - a_{11}a_{23})}{A_{10}}, \quad (2.27)$$

С учетом (2.26), (2.27) передаточное отношение рычажных связей определится

$$i_{\substack{06.2 \\ z_1=0}}(p) = \frac{k_2 k_3 + k_{13}(m_2 p^2 + k_2 + k_3)}{k_2 k_{13} + k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2 + k_{13})}. \quad (2.28)$$

При $p \rightarrow 0$ выражение (2.28) преобразуется к виду

$$i'_{\substack{06.2 \\ z_1=0}}(p) = \frac{k_2 k_3 + k_{13}(k_2 + k_3)}{k_2 k_{13} + k_3(k_1 + k_2 + k_{13})}, \quad (2.29)$$

а при $p \rightarrow \infty$ соответственно

$$i''_{\substack{06.2 \\ z_1=0}}(p) = \frac{k_{13} m_2}{k_3 m_1}. \quad (2.30)$$

При внешнем возмущении $z_2 \neq 0$ зависимость передаточного отношения $i_{\substack{06.2 \\ z_1=0}}(p)$ от

частоты ω имеет вид, как показано на рисунке 2.5.

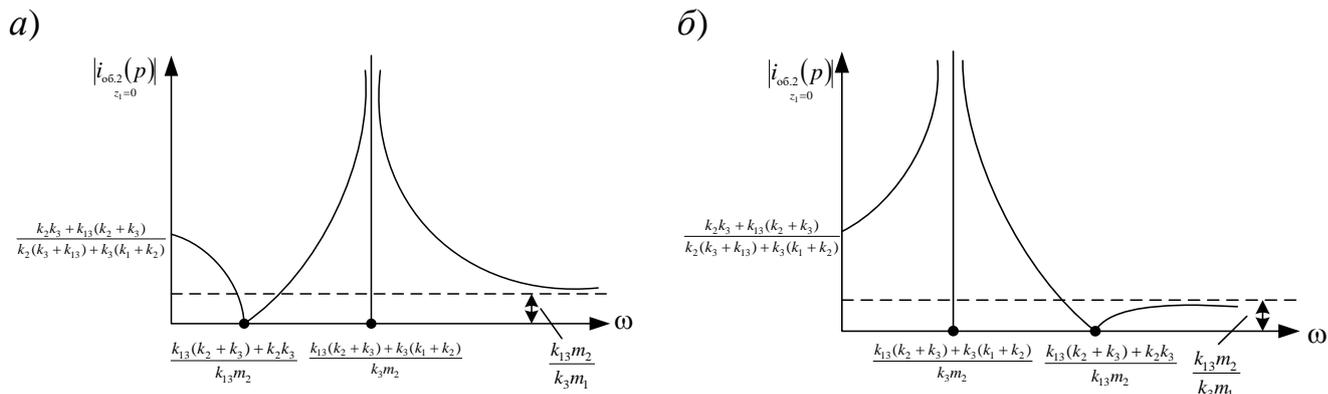


Рисунок 2.5. Частотные характеристики передаточного отношения рычажных связей $i_{06.2}(p)$ при различных сочетаниях параметров в зависимости от частоты внешнего воздействия: *a* – режим динамического гашения в дорезонансной области; *б* – режим динамического гашения в зарезонансной области

Из анализа зависимостей на рисунке 2.5 можно получить информацию о деталях работы сложного динамического гасителя колебаний с двумя степенями свободы. При этом движение частей динамического гасителя колебаний имеет определенные рычажные связи

$$(k_2 + k_3)k_{13}^2 + k_{13}k_3(k_1 + k_2) = k_{13}k_3(k_2 + k_3) + k_2k_3^2, \quad (2.31)$$

которые могут быть найдены через соотношения между жесткостями. Передаточное отношение $i_{06.2}(p)$ становится неопределенным и имеет вид $\frac{0}{0}$, что может быть разрешено на основе правила Лопиталья [48], в рамках которого в данной ситуации $i_{06.2}(p)$ будет иметь конечное значение, а рычажная связь будет соответствовать представлениям о виртуальном рычаге первого рода (при этом $z_1 = 0$).

Критическое соотношение параметров. В теоретическом плане интересно соотношение параметров, при котором режимы резонанса и динамического гашения совпадают. Расположение зон, соответствующих определенным формам рычажных связей, можно определить из графиков на рисунках 2.6, *a*, *б*, получаемых на основе зависимостей, приведенных на рисунке 2.5.

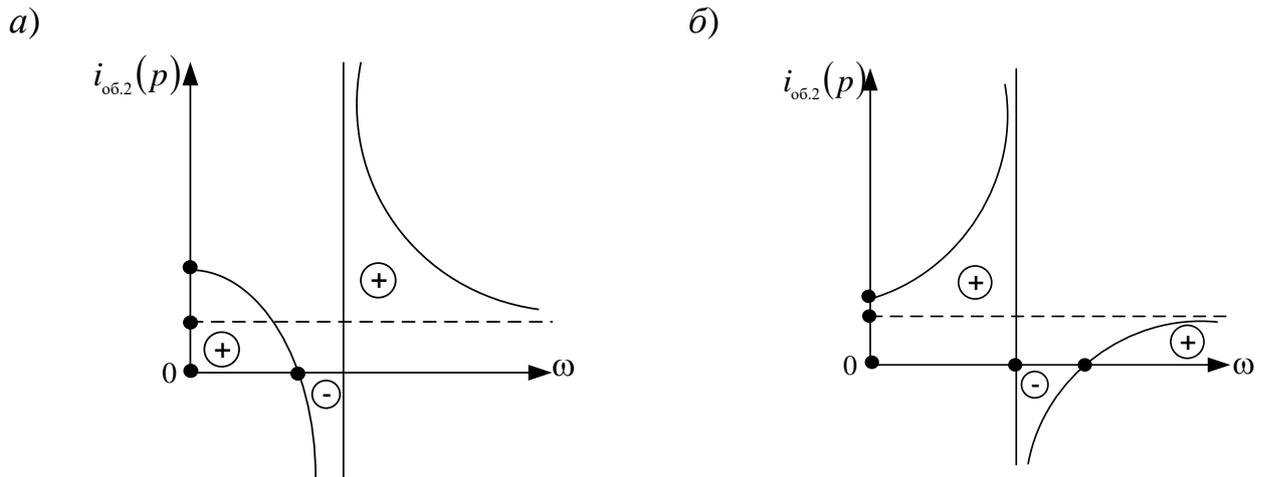


Рисунок 2.6. Графики зависимостей передаточного отношения рычажной связи от частоты: *a* – режим динамического гашения колебаний в дорезонансной области; *б* – режим динамического гашения колебаний в зарезонансной области

На рисунках 2.6, *a*, *б* показаны области частот внешнего возмущения, при которых проявляется рычажная связь, соответствующая рычагу 1-го рода (обозначено знаком (+)) и рычагу 2-го рода (показано знаком (-)).

Суммарное действие силовых факторов $z_1(t)$ и $z_2(t)$ При суммарном действии двух силовых факторов ($z_1 \neq 0$, $z_2 \neq 0$) оценка параметров взаимодействия может быть проведена так же на основе предположения, что $z_2 = \alpha z_1$, тогда

$$\begin{aligned}
 i_{06.c}'''(p) &= \frac{k_1(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + k_3\alpha(a_{13}a_{12} - a_{11}a_{23})}{k_1(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + k_3\alpha(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})} = \\
 &= \frac{k_1k_3k_{13} + k_1k_2(m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_{13}) + k_3\alpha[k_{13}k_2 + k_3(m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_{13})]}{k_1a_{22}a_{33} - k_1k_3^2 + k_3k_3k_2\alpha + k_3k_{13}a_2^2} = \\
 &= \frac{p^2(m_3k_1k_2 + k_3^2\alpha m_1) + k_1k_3k_{13} + k_1k_2(k_3 + k_4) + k_3^2k_{13}\alpha + k_3(k_1 + k_2 + k_{13})}{a_{22}(k_1a_{33} - k_3k_{13}\alpha) - k_1k_3^2 + k_3^2k_2\alpha}
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

В этом случае график зависимости $i_{06.c}'''(p)$ от частоты будет иметь достаточно разнообразную форму, которые определяются не только соотношениями параметров системы m_1 , m_2 , $k_1 \div k_4$, k_{13} , но и значениями коэффициента связи между внешними воздействиями α . На рисунке 2.7 показаны возможные варианты расположения графиков зависимостей $|i_{06.c}'''(p)|$ от частоты ω .

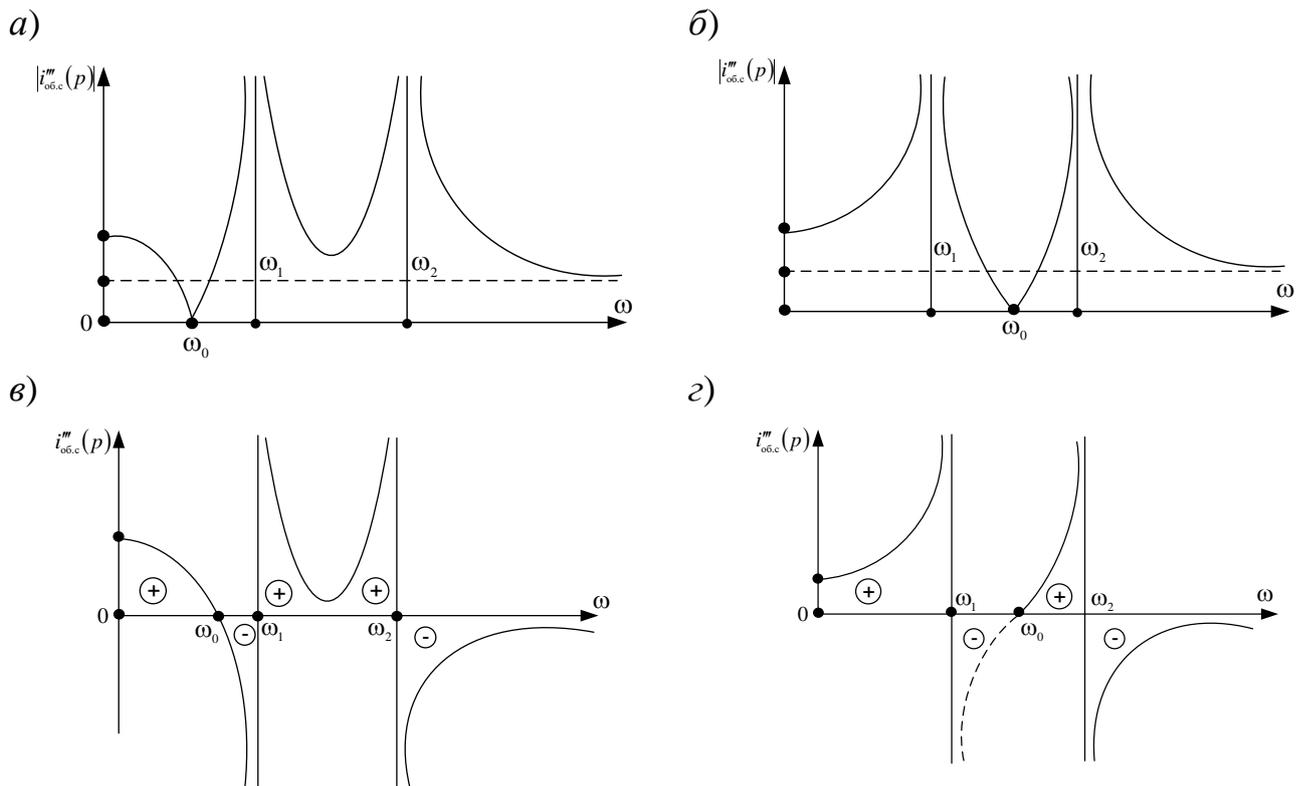


Рисунок 2.7. Варианты расположения частотных зон, соответствующих определенным видам рычажных связей: *a* – динамическое гашение колебаний в дорезонансной зоне; *б* – динамическое гашение колебаний в межрезонансной зоне (знаки (+) и (-) соответствуют рычажным связям, характерным для рычагов 2-го и 1-го родов), ω_0 – частота динамической гашения; *в* – график отношения амплитуд при силе, приведенной к m_1 ; *г* – график отношения амплитуд при силе, приведенной к m_2

Формы связности движений. Динамические взаимодействия в механических колебательных системах различного назначения, в том числе и виброзащитных, могут проявляться через соотношения амплитуд колебаний по координатам связанных движений. Такие типы соотношений характерны для статических состояний, когда прикладываемые возмущения не являются периодическими, но их действие проявляется в установлении определенного распределения смещений по координатам элементов цепи. Отношения между смещениями координат зависят не только от конфигурации системы, но и от соотношения жесткостей.

Предлагаемый обобщенный подход в оценке рычажных связей, рассматриваемых как некоторые соотношения между двумя координатами в форме, характерной для взаимосвязей в рычагах первого и второго родов. По отношению к системам поступательных колебательных движений рычажные связи предлагается

соотносить с виртуальными рычагами. Передаточные отношения виртуальных рычагов зависят от параметров системы, которая может находиться как под действием статических, так и динамических возмущений силового и кинематического видов. В определении передаточных отношений виртуальных рычагов или рычажных связей могут быть использованы операторные формы. Передаточные отношения, как универсальная форма, отражают свойства рычажных взаимодействий в целом. Реализация рычажных связей соотносится с представлениями о выборе определенных частотных диапазонов, в которых доминирует определенная форма рычажной связи. Изменение частоты гармонического внешнего возмущения влияет на параметры передаточного отношения. Существенное влияние на параметры рычажных связей имеют суммарные взаимодействия внешних факторов, что предлагает возможности оценки изменения динамических свойств путем выделения коэффициентов связей внешних воздействий. Практическая реализация такого рода управления динамическим состоянием может быть достигнута введением специального генератора силовых воздействий.

Представления о рычажных связях создают основу для определения форм совместных взаимосвязанных движений (или форм колебаний) элементов в системах с несколькими степенями свободы и роли управляющих динамическим состоянием факторов, одним из которых является частота внешнего возмущения.

2.2. К вопросу о теории рычажных связей

Понятие парциальных систем связано с представлениями о простейших системах с одной степенью свободы, которые можно получить в результате упрощения более сложной исходной механической колебательной системы. Если исходная механическая система описывается несколькими обобщенными координатами, то при остановке движения по всем обобщенным координатам кроме одной можно получить парциальную систему [179]. При рассмотрении многих задач динамики машин и оборудования, в частности, задач вибрационной защиты, ограничиваются представлениями о движении объекта и элементов системы в плоскости. В этом случае парциальные системы имеют обычно вид материальной точ-

ки, совершающей прямолинейные колебания на упругом элементе, опирающемся на опорную поверхность, или материальная точка находится на невесомом жестком стержне, который может совершать угловые колебания относительно неподвижной точки вращения. При вертикальном подвесе стержня может быть получена модель математического маятника. В общем случае можно рассматривать две физические модели парциальных систем: с поступательными и угловыми движениями, которые являются аналогами, при этом уравнения движения в линейных и угловых координатах имеют один и тот же вид.

2.2.1. Особенности парциальных систем

Парциальная система угловых колебаний обычно связана пространственными формами проявления движений, а параметры движения зависят от расположения типовых элементов системы, вида их соединения и мест приложения внешних возмущений. Ось вращения массоинерционного элемента парциальной системы углового движения обычно перпендикулярна плоскости рассматриваемого движения. Но это не всегда так, поскольку существуют и другие формы вращений, когда, к примеру, ось вращения лежит в плоскости движения, а не перпендикулярна ей. Возможны и обобщенные представления о формах парциальных систем, если принять во внимание, что обобщенная координата может характеризовать винтовое движение. Физические формы таких парциальных систем могут быть реализованы, например, в виде бифилярного подвеса или винтового несамотормозящегося механизма. В таком случае, более сложная система будет состоять из нескольких парциальных систем. Рассматривая сочетания парциальных систем различных видов, можно «собирать» более сложные структуры или системы, которые могут стать моделями различных технических объектов.

Приведенные выше соображения могут быть развиты в том направлении, что предполагается возможным построение сложных систем из некоторых элементарных структур. Такой подход может быть реализован как на представлениях о более сложных парциальных системах (например, системах с двумя степенями

свободы), так и на расширении представлений о формах и сути межпарциальных связей.

В теории механических колебаний в качестве соединительных звеньев инерционных элементов используются пружины и устройства диссипативной природы (или демпфера, в которых возникает вязкое сопротивление). Более сложные структуры выстраиваются из элементарных типовых звеньев с помощью определенных правил соединения элементов и соблюдения законов механики или теории электрических цепей. Детали таких подходов нашли отражение во многих работах по теории колебаний и её различных приложениях.

Некоторые примеры. Рассмотрим несколько примеров формирования структур с использованием парциальных систем; используются абстракции физических свойств материальных объектов в виде «связок»: материальное тело поступательного движения – материальная точка, твердое тело вращательного (или углового) движения – материальная точка на невесомом стержне, закрепленном с возможностями вращения в плоскости. Упругие элементы рассматриваются в рамках обычных представлений об абстрациях свойств. На рисунках 2.8, *a – з* приведены возможные виды и сочетания парциальных систем.

Характерной особенностью в выборе форм, построении парциальных систем и их простейших взаимодействий, является то обстоятельство, что движения элементов систем реализуется в определенном геометрическом пространстве. Такие свойства сопровождаются необходимостью фиксации представлений о местах закрепления элементов, длинах плеч рычагов, расположении точек вращения и др. Даже при использовании простейших типовых элементов в виде идеальных пружин две парциальные системы могут формировать достаточно сложные структуры, которые могут создавать при различных внешних возмущениях различные динамические режимы и эффекты. При всей условности представлений о простоте парциальных систем, можно было бы отметить, что взаимодействия парциальных систем могут быть не так просты, что требует развития некоторых методологических положений. В качестве таковых могут быть рассмотрены возможности расширения системы элементарных звеньев механических колебательных

систем путем введения элементарных звеньев, дополняющих свойства упругих и диссипативных элементов, через возможности, приносимые рычажными механизмами и устройствами для преобразования движения. Такие подходы получили развитие в структурной теории виброзащитных систем [86, 87, 98].

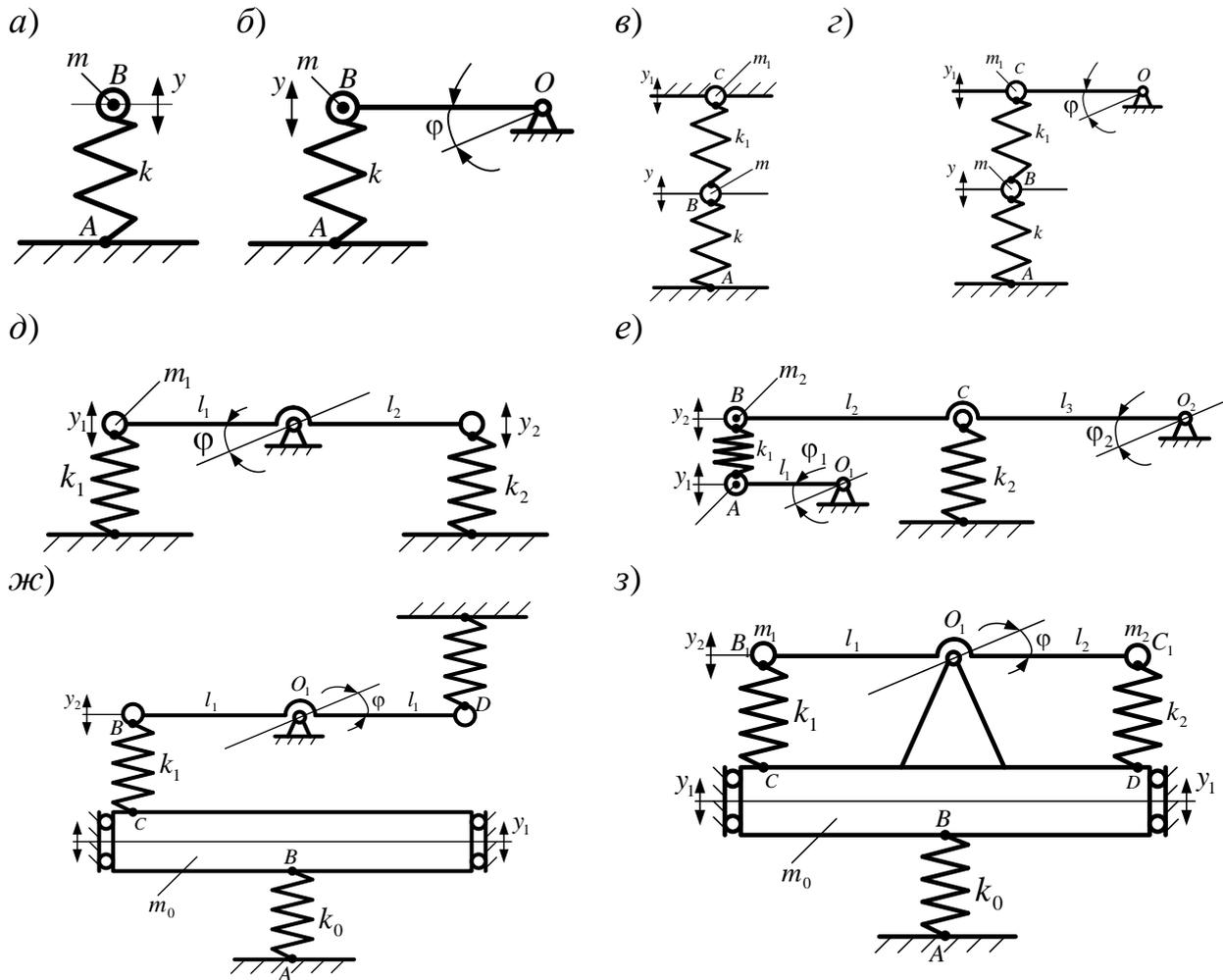


Рисунок 2.8. Варианты представления парциальных систем и виды связей между парциальными системами: *a* – поступательная; *б* – вращательная; *в* – последовательное упругое соединение двух поступательных парциальных систем; *г* – соединение поступательной и вращательной систем; *д* – вращательная система рычажного типа; *е* – соединение двух вращательных систем; *жс* – соединение вращательной системы рычажного типа и системы поступательного типа с твердым телом (а не материальной точкой); *з* – соединение вращательной системы рычажного типа с точкой вращения на твердом теле, совершающем поступательное движение

Объединение типовых элементов в квазипружины. Еще одним направлением развития концепции использования взаимодействия парциальных систем могло бы стать введение в структуру межпарциальных связей элементов обоб-

щенного вида, формируемых по определенным правилам из типовых соединений элементов расширенного набора. Возможности таких элементов, в течение последних лет, обсуждались как формы обобщенных пружин с приведенными жесткостями, а также как квазиупругие элементы, компакты или квазипружины [86]. В детализации представлений о взаимодействиях такого рода нашли применение подходы, развитые в работах автора [83, 99].

Взаимодействия парциальных систем. Возможные формы взаимодействия парциальных систем представлены структурами, как показано на рисунках 2.9, *a – e*.

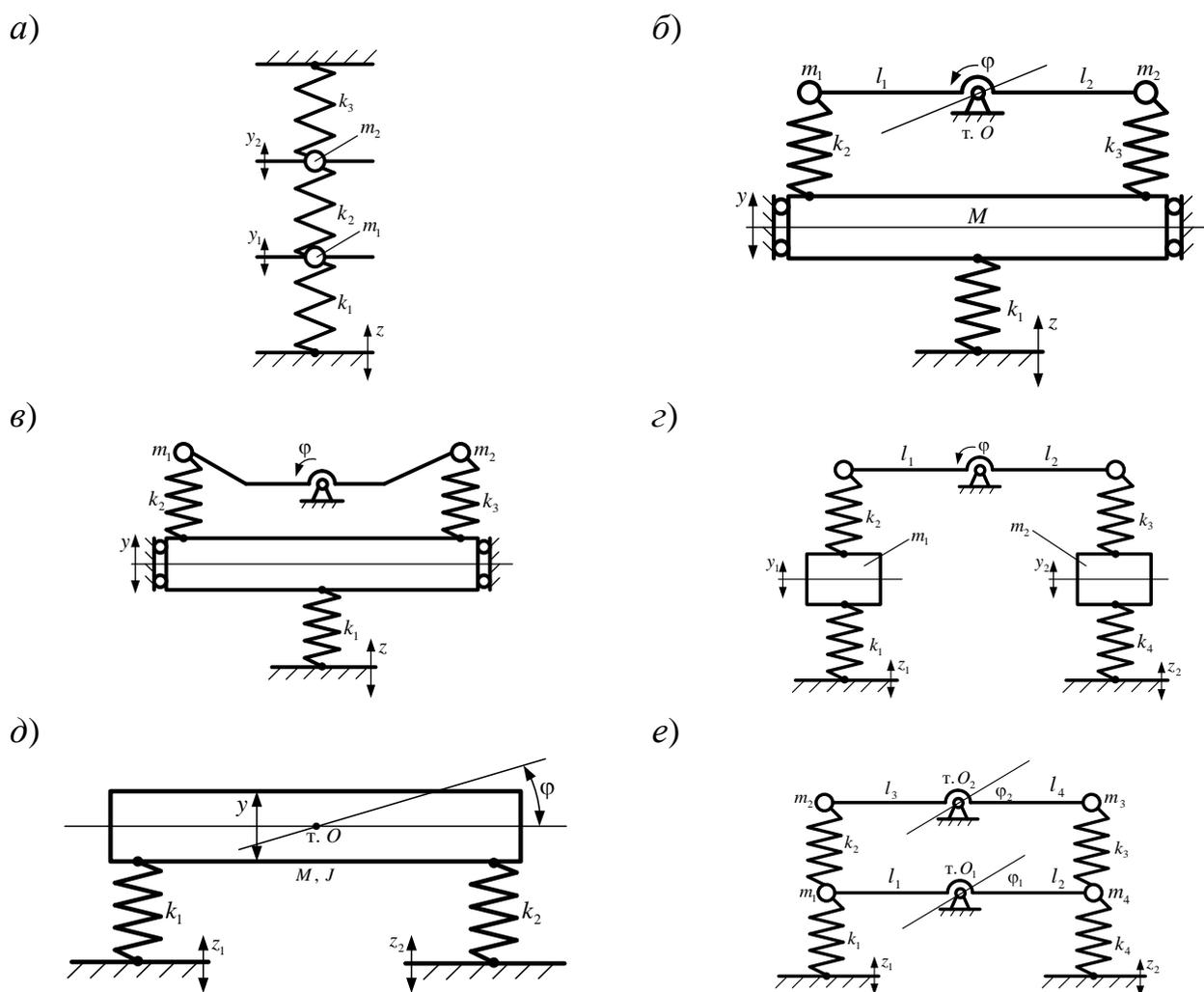


Рисунок 2.9. Варианты построения систем с двумя степенями свободы:
a – система поступательного типа с упругими связями; *б* – система с вращательным телом, взаимодействующим с объектом поступательного движения; *в* – схема рычажного динамического гасителя на объекте поступательного движения; *г* – система рычажного типа с разнесенными поступательными движениями; *д* – твердое тело на упругих опорах; *е* – два вращательных твердых тела с упругими связями

Анализ принципиальных схем на рисунках 2.9, *a – e* дает представления о возможностях преобразования исходных позиций, что может быть реализовано на основе использования методов структурного математического моделирования.

Рассмотрим в качестве примера механическую колебательную систему на рисунке 2.9, *z*. Если принять, что $m_2 = 0$, то система преобразуется в структуру с одной степенью свободы с упругим блоком, который будет состоять из трех пружин с жесткостями $k_1, k_2, \frac{k_3 k_4}{k_3 + k_4}$, соединенных рычагом второго рода. После ряда преобразований система может быть приведена к виду обычной системы с одной степенью свободы массой m_1 и некоторой обобщенной пружины с приведенной жесткостью. Наличие рычажной связи l_1 / l_2 существенно влияет на значения приведенной жесткости. На схеме по рисунку 2.9, *z* рычаг второго рода может рассматриваться как предельная форма состояния некоторого твердого тела, которое при имеющихся точках крепления упругих элементов k_2 и k_3 и точке вращения O имеет момент инерции $\rightarrow 0$. Такой формальный прием при определенных условиях может рассматриваться как иллюстрация формирования рычажной связи. В общем случае рассматриваемые свойства носят более сложный характер, а приведенные характеристики системы становятся зависимыми от частоты внешних воздействий. Было бы смыслом отметить и то обстоятельство, что в развиваемых подходах рассматриваются только линейные системы.

2.2.2. Рычажные связи в механических колебательных системах с одной степенью свободы

Наличие рычажных связей, формируемых в механических колебательных системах, в которых используются твердые тела с угловыми колебаниями, дает возможность для достаточно простой идентификации и интерпретации необходимых соотношений между параметрами статических и динамических состояний. На рисунке 2.10, *a* представлена механическая колебательная система с массоинерционным элементом массой m , пружинами k_1 и k_2 с опорными поверхностями I

и II. При кинематическом возмущении со стороны опорной поверхности I ($z_1(t) \neq 0$, $z_2(t) = 0$) передаточная функция системы примет вид

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{z}} = \frac{k_1}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (2.33)$$

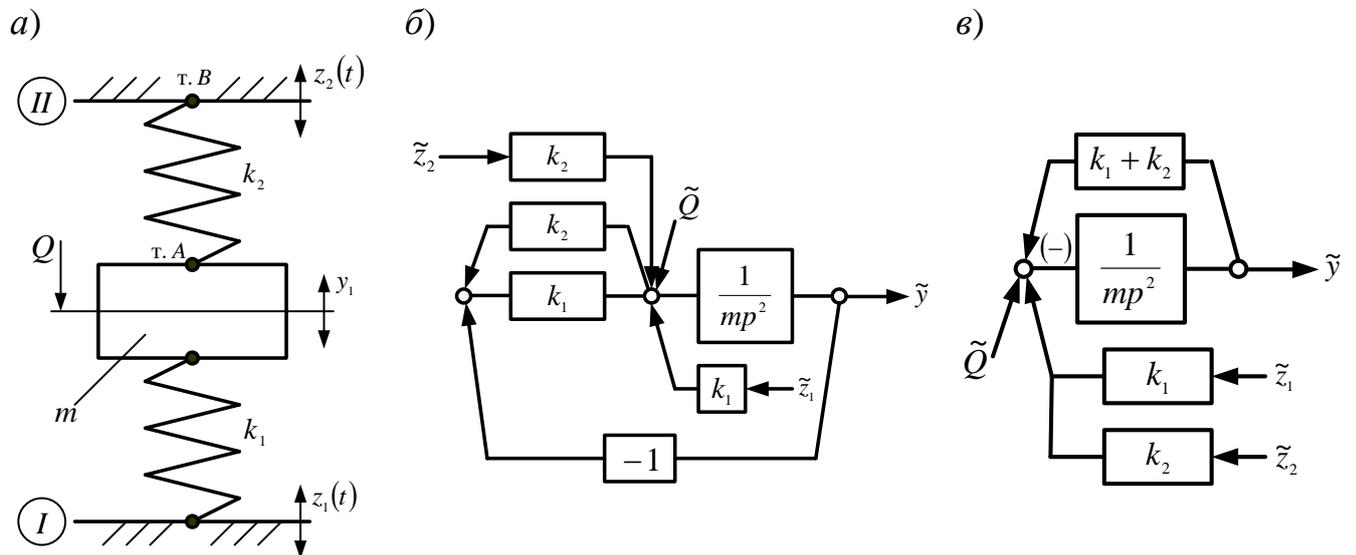


Рисунок 2.10. Расчетная (а) схема системы с одной степенью свободы; б – структурная модель системы; в – структурная модель с выделенным объектом защиты m

Если полагать, что система находится в положении статического равновесия и $p \rightarrow 0$, то выражение (2.33) можно представить в форме

$$i_1 = \left| \frac{\bar{y}}{\bar{z}_1} \right| = \frac{k_1}{k_1 + k_2}. \quad (2.34)$$

Соотношение (2.34) можно рассматривать как проявление рычажной связи. В данном случае i_1 интерпретируется как рычажная связь, формируемая виртуальным рычагом первого рода ($z_2 = 0$, $Q = 0$). Если принять $z_1 = 0$, $Q = 0$, то получим:

$$i_2 = \left| \frac{\bar{y}}{\bar{z}_2} \right| = \frac{k_2}{k_1 + k_2}. \quad (2.35)$$

В этом случае i_2 может интерпретироваться как передаточное отношение виртуального рычага первого рода. Разница объясняется тем, что используются разные пары вход – выход. В статическом варианте ($Q = 0$, $z_1 = \text{const}$ или $z_2 = \text{const}$ попеременно) передаточное отношение i_1 и i_2 отражают присущие колебательным системам рычажные связи.

В случаях действия гармонических кинематических возмущений передаточное отношение рычажной связи, определяемое из (2.33), будет зависеть от частоты возмущения ($p = j\omega \neq 0$); тогда

$$i_1(p) = \left| \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_1} \right| = \left| \frac{k_1}{mp^2 + k_1 + k_2} \right|; \quad (2.36) \quad i_2(p) = \left| \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{z}_2} \right| = \left| \frac{k_2}{mp^2 + k_1 + k_2} \right|; \quad (2.37)$$

На рисунках 2.11, а, б приведены графики $i_1(\omega)$ и $i_2(\omega)$, характерными точками для которых являются частоты резонанса

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}. \quad (2.38)$$

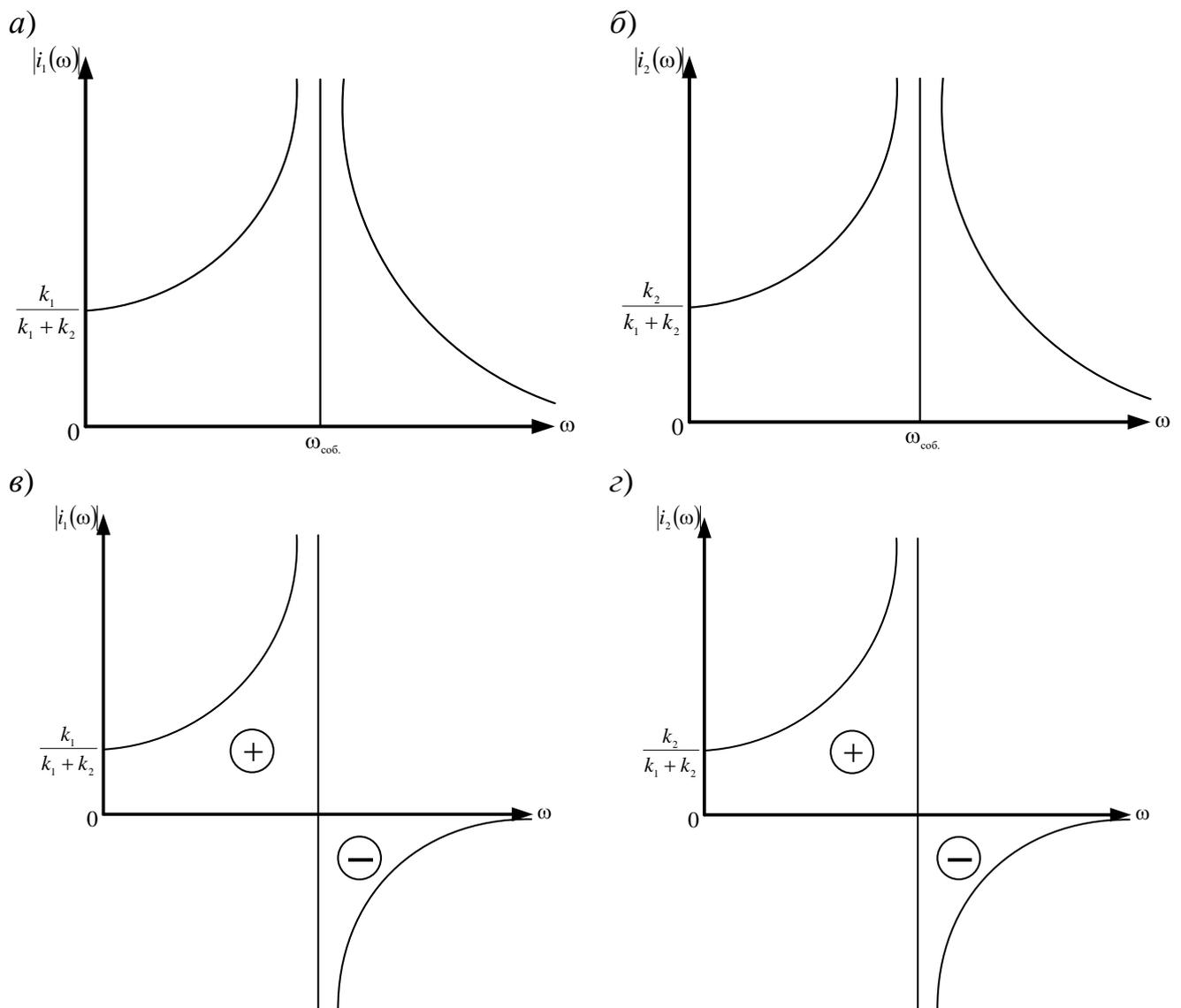


Рисунок 2.11. Зависимости передаточного отношения рычажных связей: а – входное воздействие $z_1 \neq 0$ ($z_2 = 0, Q = 0$); б – входное воздействие $z_2 \neq 0$ ($z_1 = 0, Q = 0$); входное воздействие $z_1 \neq 0$ (в) и $z_2 \neq 0$ (г) с указанием зоны соответствия рычажным связям по типу рычага первого рода \oplus и второго рода \ominus

Отметим, что при переходе через резонанс и ростом частоты ω меняется характер связей от свойств рычага первого рода к свойствам рычага второго рода. В данном случае (рисунки 2.11, $a - z$) графики зависимостей для передаточных отношений рычажных связей совпадают с амплитудно-частотными характеристиками системы при кинематическом возмущении. Важным обстоятельством является то, что передаточное отношение рычажной связи зависит, а значит и может регулироваться частотой внешнего кинематического возмущения.

Силовое возмущение. При силовом возмущении $Q \neq 0$ ($z_1 = 0, z_2 = 0$) передаточная функция системы на рисунке 2.10, a принимает вид

$$W_2(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{Q}} = \frac{1}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (2.39)$$

В этом случае могут быть найдены (рисунок 2.10, a) динамические реакции в тт. A и B . При этом

$$|\tilde{R}_A| = |k_1 \cdot \tilde{y}| = \frac{k_1 \cdot \tilde{Q}}{mp^2 + k_1 + k_2}, \quad (2.40) \quad |\tilde{R}_B| = |k_2 \cdot \tilde{y}| = \frac{k_2 \cdot \tilde{Q}}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (2.41)$$

Из (2.40), (2.41) можно найти передаточные отношения рычажных связей при силовых воздействиях, используя соотношения между внешним воздействием и динамической реакцией связи.

Таким образом

$$i_1(p) = \frac{\bar{y}}{z_1} = \frac{k_1}{mp^2 + k_1 + k_2} = \frac{\tilde{R}_A}{\tilde{Q}} = \frac{k_1}{mp^2 + k_1 + k_2} \quad (2.42)$$

$$i_2(p) = \frac{\bar{y}}{z_2} = \frac{k_2}{mp^2 + k_1 + k_2} = \frac{\tilde{R}_B}{\tilde{Q}} = \frac{k_2}{mp^2 + k_1 + k_2} \quad (2.43)$$

Из уравнений (2.42), (2.43) и (2.36), (2.37) следует, что рычажные связи сохраняются при различных видах воздействий на рычажные «механизмы».

Таким образом, если в системах имеются твердые тела, совершающие угловые колебания, то рычажные связи ассоциируются с использованием геометрических соотношений, характеризующих «метрику» системы. В системах, где элементы совершают поступательное движение, передаточные отношения рычажных связей отображаются отношением параметров жесткости. В обоих случаях пере-

даточные отношения рычажных связей являются безразмерными. Развиваемый подход может быть распространен на механические системы в виде зубчатых передач. Механические колебательные системы, массоинерционные элементы которых совершают вращательные движения, могут приводиться к эквивалентным расчетным схемам систем, где массоинерционные элементы совершают поступательные движения. Исключение составляют механические системы, в которых парциальные блоки (или системы) реализуют разные виды движения, к примеру, как это осуществляется в винтовой кинематической паре. Таким образом, винтовая пара реализует особую форму постоянных соотношений между параметрами движения. Передаточное отношение такой рычажной связи будет иметь размерность угла или длины.

2.2.3. Интерпретация рычажных связей в системах с двумя степенями свободы

Отметим также, что все рассмотренные выше передаточные отношения рычажных связей должны рассматриваться с обязательным учетом сил, приложенных к системе. В случаях действия одновременно нескольких возмущений необходимо определение функциональных отношений между несколькими воздействиями. Рассмотрим механическую систему (рисунок 2.12) в виде твердого тела с массоинерционными параметрами M, J на упругих опорах k_1 и k_2 .

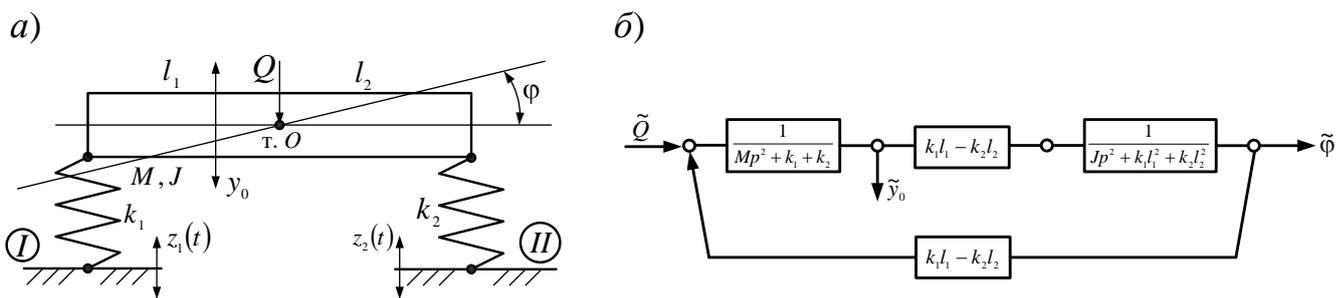


Рисунок 2.12. Расчетная (а) и структурная (б) схемы системы с твердым телом

Опорные поверхности I и II имеют периодические колебания $z_1(t)$ и $z_2(t)$. Положение центра тяжести (т. O) определено расстояниями l_1 и l_2 . Внешняя сила представлена гармоническим силовым воздействием Q , приложенным в т. O.

На рисунке 2.12, *a* показаны две системы координат: y_1, y_2 и y_0, φ , определяющие малые колебания системы относительно положения статического равновесия. Система уравнений движения строится на известных подходах, которые были приведены в предшествующих разделах второй главы. На рисунке 2.12, *b* представлена структурная схема (или структурная математическая модель) системы в координатах $\tilde{y}_0, \tilde{\varphi}$. Передаточные функции системы определяются из структурной схемы на рисунке 2.12, *b*

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_0}{\tilde{Q}} = \frac{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{A_0}, \quad (2.44) \quad W_2(p) = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{Q}} = \frac{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{A_0}. \quad (2.45)$$

где $A_0 = (Mp^2 + k_1 + k_2) \cdot (Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) - (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2$ является характеристическим уравнением. Из выражений (2.44), (2.45) можно найти передаточное отношение, характеризующее рычажные связи между координатами движения $\tilde{\varphi}$ и \tilde{y}_0

$$i_0(p) = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{y}_0} = \frac{(k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2} \quad (2.46)$$

При $p \rightarrow 0$ найдем, что

$$i_0(p)_{p \rightarrow 0} = \frac{(k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2} = \left(\frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{k_1 + k_2 i_1^2} \right) \cdot \frac{1}{l_1}, \quad (2.47)$$

где $i_1 = l_2 / l_1$ – передаточное отношение

Из (2.47) следует, что размерность $i_0(p)$ соответствует обратной величине единицы длины (м^{-1}). Отметим, что в данном случае $\tilde{\varphi}$ и \tilde{y}_0 связаны между собой как элементы винтовой пары. При повороте элемента винтовой пары на угол $\tilde{\varphi}$ происходит поступательное движение на определенную величину (шаг). Передаточное отношение (2.47) может иметь положительное и отрицательное значения, что соответствует, если использовать аналогию винт-гайка, правой и левой резьбе.

Таким образом, в статическом режиме передаточное отношение (2.47) отражает свойства специфичного рычага, физическая форма которого реализуется в виде винтовой пары. Если в предшествующих рассмотренных фигурировали представления о рычагах первого и второго родов, то в данном случае виртуальный рычаг приобретает форму винтового механизма.

При действии гармонической силы передаточное отношение рычажной связи $i_0(p)$ зависит от частоты ω ; при этом на частоте

$$\omega_{\text{соб.}}^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J} \quad (2.48)$$

происходит резонанс, и при дальнейшем увеличении частоты передаточное отношение изменит свой знак, что характерно для систем с другими видами движения. Изменение знака $i_0(p)$ соответствует переходу виртуального «винтового» рычага (условно) с «левой» резьбы на «правую». Более подробно вопросы динамических взаимодействий рассмотрены в [98].

Приведенные соображения о формах и свойствах рычажных связей, проявляющихся в механических колебательных системах, можно рассматривать как некоторую научную концепцию построения и разработки новых принципов управления динамическим состоянием систем, в которых возможности настройки будут определяться не только параметрами системы как таковыми, но еще и обладать адаптационными свойствами при учете частоты внешнего воздействия и особенностей его вида.

Отметим, что в механике уже используются понятия силового и кинематического винтов; известны работы по винтовому исчислению [43, 68, 135].

2.3. Выводы по второй главе

1. Обобщенный подход к решению задач динамики машин и механизмов, основанный на использовании приведенных масс, жесткостей и силовых воздействий к звену приведения (или начальному звену обобщенного механизма), может быть развит и применен к механическим колебательным системам, в том числе, и виброзащитным. При этом исходная механическая колебательная система может быть приведена к базовой расчетной схеме в виде колебательной системы с одной степенью свободы с приведенными массоинерционными и жесткостными параметрами. Аналогичным образом приводятся кинематические и внешние воздействия.

2. Разработана методическая база для определения приведенных жесткостей в механических колебательных системах с несколькими степенями свободы и элементами, реализующими рычажные связи. Предложена технология определения приведенных жесткостей системы в динамическом режиме на основе использования структурных математических моделей, учитывающих наличие рычажных связей между элементами.

3. Показано, что система с развитой структурой и несколькими степенями свободы может быть представлена в виде базовой модели, в которой упругие свойства системы, в целом, при действии динамической нагрузки могут быть представлены квазипружиной, обладающей приведенной жесткостью.

4. Приведенная жесткость упругой системы (квазипружины) отражает свойства рычажных связей. При этом основной характеристикой рычажной связи является передаточное отношение между параметрами состояния системы. Предложены приемы определения передаточных отношений для систем, содержащих твердые тела с неподвижной точкой вращения.

5. При учете инерционных свойств рычажных связей формируется приведенная динамическая жесткость квазипружин. При «занулении» массоинерционных характеристик динамическая жесткость трансформируется в статическую жесткость упругой системы, определяемую в точке приложения статической силы.

6. В рамках обобщенного подхода предложена последовательность преобразований, на основе которой структурная математическая модель механической колебательной системы с двумя степенями свободы может быть приведена к эквивалентной и интерпретирована в виде расчетной схемы системы цепного типа с соответствующими приведенными параметрами.

7. Показано, что в механических колебательных системах рычажные связи формируются, в первую очередь, при наличии в системе твердых тел, совершающих вращательные движения или угловые колебания. С использованием приемов приведения массоинерционных упругих параметров и силовых факторов могут быть сформированы соответствующие базовые расчетные схемы.

8. Механические колебательные системы с рычажными связями имеют особенности в динамических свойствах при кинематических возмущениях в связи с возможностями влияния переносных сил инерции.

9. Предложены способы учета рычажных связей в системах с несколькими степенями свободы и массоинерционными элементами, совершающими различные виды движения. Предложена методика построения математических моделей с выделением рычажных механизмов взаимодействия элементов.

ГЛАВА 3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Механические колебательные системы с двумя и более степенями свободы во многих случаях могут быть приведены к некоторому унифицированному базису в виде механической системы цепного типа с двумя степенями свободы.

Рычажные взаимодействия в механических колебательных системах достаточно разнообразны в своих проявлениях и находят отражение в формировании приведенных массоинерционных и упруго-диссипативных характеристик. В этом отношении интерес представляют идеи построения математических моделей, отражающих свойства квазипружин, образующих структуры, взаимодействия которых, несмотря на усложнения форм, подчиняются правилам последовательного и параллельного соединения пружин и правилам других структурных преобразований, характерных для теории автоматического управления.

3.1. Динамическое гашение колебаний как форма проявления рычажных связей: виртуальный рычажный механизм

Одним из направлений исследования возможностей изменения динамических свойств систем является введение дополнительных связей. Физические реализации дополнительных связей достаточно разнообразны, что предполагает не только поиск, разработку и использование новых элементов с нетрадиционными свойствами в виде устройств и механизмов [84, 92].

Рассматриваются возможности введения в структуры виброзащитных систем сложных или составных элементов, состоящих из элементарных звеньев. Такие образования могут обладать несколькими степенями свободы. Развивается соответствующая методологическая основа, обеспечивающая возможность построения адекватных математических моделей в задачах динамического синтеза и учета особенностей отображения свойств рычажных связей и рычажных механизмов.

3.1.1. Особенности построения математических моделей

Рассматривается механическая колебательная система с тремя степенями свободы (рисунок 3.1). Объект защиты обладает массой M_0 и опирается на опорную поверхность через пружину k_1 .

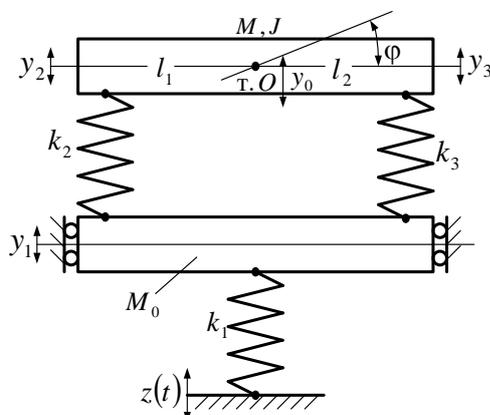


Рисунок 3.1. Расчетная схема системы с динамическим гасителем в виде твердого тела на упругих опорах (k_2, k_3)

Динамический гаситель колебаний представляет собой промежуточное твердое тело (M, J), которое опирается на объект защиты через упругие элементы k_2 и k_3 . Внешнее воздействие – гармонические колебания опорной поверхности $z(t)$.

Расчетная схема на рисунке 3.1 отражает особенности системы: твердое тело M_0 движется прямолинейно по вертикали с массоинерционными параметрами M, J , имеет центр тяжести и центр вращения в т. O (l_1 и l_2 характеризуют положение т. O). Динамический гаситель (ДГ) имеет две степени свободы и рассматривается в двух системах координат y_2, y_3 , а также φ и y_0 . Связи между координатами движения динамического гасителя определяются соотношениями

$$\begin{aligned} y_0 &= ay_2 + by_3, \quad \varphi = c \cdot (y_3 - y_2), \quad y_2 = y_0 - l_1\varphi, \\ y_3 &= y_0 + l_2\varphi, \quad a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}; \quad b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}; \quad c = \frac{1}{l_1 + l_2}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для построения математической модели системы используется уравнение Лагранжа второго рода с последующим преобразованием Лапласа. Коэффициенты системы дифференциальных уравнений движения в координатах y_1, y_2, y_3 представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Коэффициенты уравнений движения системы с динамическим гасителем в координатах y_1, y_2, y_3

y_1	y_2	y_3
a_{11}	a_{12}	a_{13}
$M_0 p^2 + k_1 + k_2 + k_3$	$-k_2$	$-k_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2$	$-(Jc^2 - Mab) \cdot p^2$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3$	$-(Jc^2 - Mab) \cdot p^2$	$(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3$
Обобщенная сила		
$k_1 z$	0	0

Примечание: система обладает линейными свойствами и совершает малые движения относительно положения статического равновесия; силы сопротивления не учитываются

Структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, примет вид, как показано на рисунке 3.2 (значок «~» означает изображение по Лапласу; $p = j\omega$ – комплексная переменная).

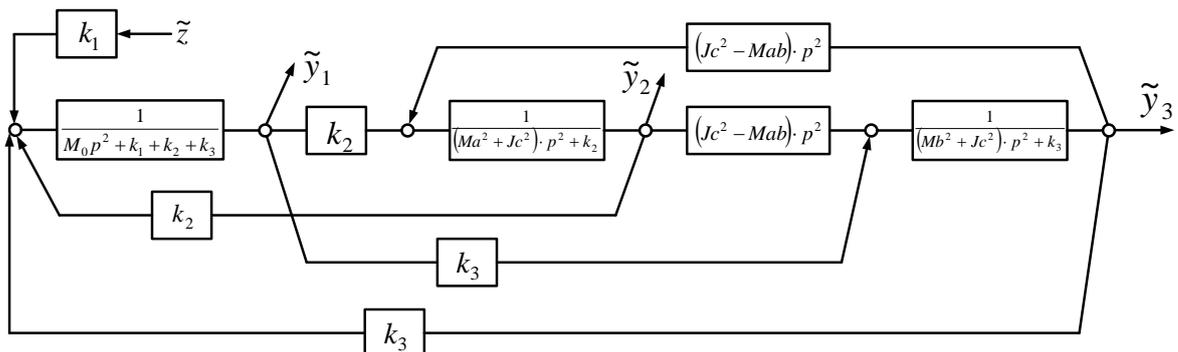


Рисунок 3.2. Структурная схема-аналог уравнения движения механической системы по рисунку 3.1

Структурная схема на рисунке 3.2 состоит из трех частичных систем с передаточными функциями $\frac{1}{M_0 p^2 + k_1 + k_2 + k_3}$, $\frac{1}{(Ma^2 + Jc^2) p^2 + k_2}$, $\frac{1}{(Mb^2 + Jc^2) p^2 + k_3}$. Межпарциальные связи между координатами y_2 и y_3 являются инерционными (оператор $(Jc^2 - Mab) \cdot p^2$); остальные связи между парциальными системами – упругие. Так как внешнее возмущение приложено лишь к одному входу, то передаточная функция системы примет вид

$$W(p) = \frac{\tilde{y}_1}{k_1 \tilde{z}} = \frac{(a_{22} a_{33} - a_{23}^2)}{A_0}, \quad (3.2)$$

где A_0 – частотное характеристическое уравнение

$$A_0 = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2 - a_{33}a_{12}^2 + 2a_{12}a_{13}a_{23}. \quad (3.3)$$

Преобразуем передаточную функцию (3.2)

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{k_1 \tilde{z}} = \frac{1}{a_{11} - \frac{a_{13} \cdot (a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23}) - a_{12} \cdot (a_{33}a_{12} - a_{13}a_{23})}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}}. \quad (3.4)$$

С учетом (3.4) структурная схема системы после преобразований представлена на рисунках 3.3, а, б.

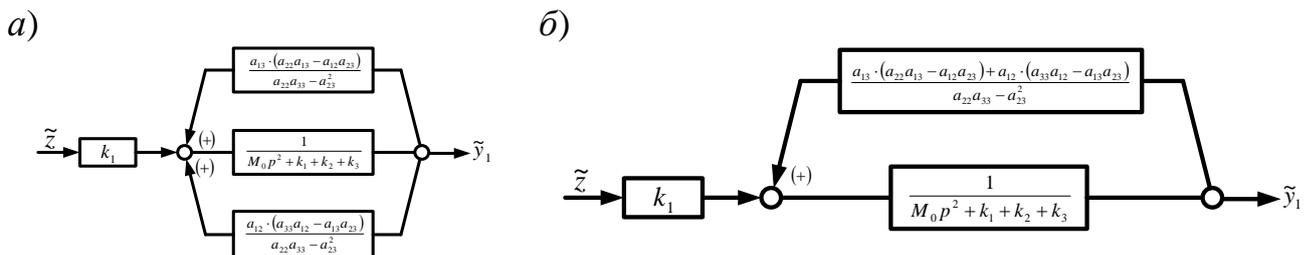


Рисунок 3.3. Структурные схемы: а – с выделением динамических реакций по координатам \tilde{y}_2 , \tilde{y}_3 ; б – с определением параметров обобщенной связи

Из схемы на рисунке 3.3, а, в частности, следует, что динамический гаситель (ДГ) образует две обратные отрицательные связи относительно парциальной системы с объектом защиты M_0 . Поскольку обратные связи (рисунок 3.3, а) находятся в параллельных цепях, то вместо двух каналов передачи воздействий можно ввести один, что соответствует схеме на рисунок 3.3, б. По своей физической сущности дополнительная отрицательная обратная связь (рисунок 3.3, б) соответствует приведенной динамической жесткости обобщенной пружины, сформированной массой инерционными параметрами ДГ (M , J) и упругих элементов с жесткостями k_2 и k_3 . Более подробная интерпретация связей может быть рассмотрена с использованием вспомогательной расчетной (рисунок 3.4, а) и структурной (рисунок 3.4, б) схем.

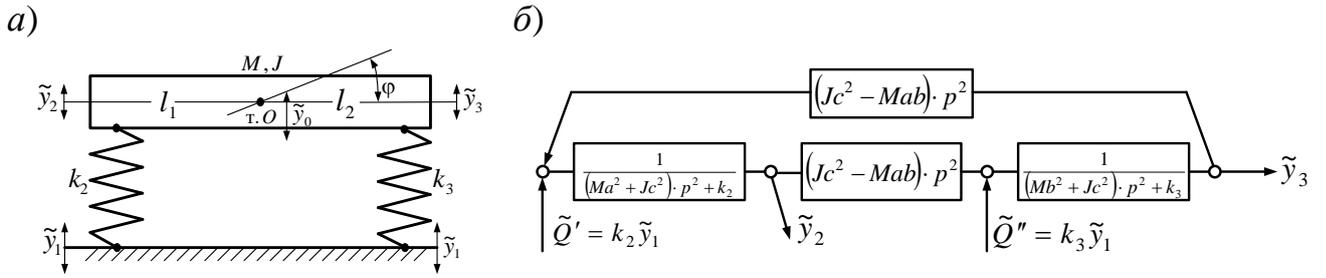


Рисунок 3.4. Вспомогательная расчетная (а) и структурная (б) схемы, отражающие особенности динамических связей динамического гасителя

Из представленной схемы на рисунке 3.4, б могут быть определены динамические жесткости обобщенных упругих элементов в цепях обратных связей на схеме, приведенной на рисунке 3.3, а. При этом автономно используется вспомогательная расчетная схема (рисунок 3.4, а), где в качестве внешнего кинематического внешнего возмущения принимается движение объекта защиты M_0 по координате \tilde{y}_1 и соответствующая структурная схема на рисунке 3.4, б. Обозначим передаточные функции как $W_{2\text{доп}}(p)$ (координата y_2) и $W_{3\text{доп}}(p)$ (координата y_3). Таким образом, получим

$$W_{2\text{доп}}(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{a_{13} \cdot (a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23})}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2} = \frac{(-k_3) \cdot \{[(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] \cdot (-k_3) - (-k_2) \cdot (-Jc^2 + Mab) \cdot p^2\}}{[(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] \cdot [(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] + (Jc^2 - Mab) \cdot p^4} = \frac{k_3 \cdot \{k_3 \cdot [(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] + k_2 \cdot (Jc^2 - Mab) \cdot p^2\}}{A_1} \quad (3.5)$$

где

$$A_1 = a_{22}a_{33} - a_{23}^2 = [(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] \cdot [(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] + (Jc^2 - Mab) \cdot p^4. \quad (3.6)$$

Аналогичным образом может быть найдена

$$W_{3\text{доп}}(p) = \frac{\tilde{y}_3}{\tilde{y}_1} = \frac{a_{12} \cdot (a_{33}a_{12} - a_{13}a_{23})}{A_1} = \frac{(-k_2) \cdot \{[(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] \cdot (-k_2) - (-k_3) \cdot (-Jc^2 + Mab) \cdot p^2\}}{A_1} = \frac{k_2 \cdot \{[(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] \cdot k_2 + k_3 \cdot (Jc^2 - Mab) \cdot p^2\}}{A_1} \quad (3.7)$$

В данном случае определение $W_{2\text{доп}}(p)$ и $W_{3\text{доп}}(p)$ соответствует определению передаточных функций в системе с двумя степенями свободы (рисунок 3.4, а) при кинематическом возмущении \tilde{y}_1 со стороны опорной поверхности. На рисунке 3.4, б показаны, в связи с этим, эквивалентные силовые воздействия $\tilde{Q}' = k_2 \tilde{y}_1$ и $\tilde{Q}'' = k_3 \tilde{y}_1$ так, что при рассмотрении динамических связей, если иметь в виду ди-

намическое гашение колебаний (рисунок 3.4, а) объекта защиты (M_0), структурная схема (рисунок 3.4, б) имеет два входа для реализации внешних возмущений. В этом случае передаточные функции динамического гасителя при использовании структурной схемы на рисунке 3.4, б определяются

$$W'(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \frac{k_2 \cdot [(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] + k_3 \cdot (Jc^2 - Mab) \cdot p^2}{A_1} \quad (3.8)$$

$$W''(p) = \frac{\tilde{y}_3}{\tilde{y}_1} = \frac{k_3 \cdot [(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] + k_2 \cdot (Jc^2 - Mab) \cdot p^2}{A_1} \quad (3.9)$$

Отметим, что числитель выражения (3.8) связан с выражением (3.5) через множитель k_3 , а выражение (3.9) – с выражением (3.7) через множитель k_2 , то есть

$$\frac{a_{13} \cdot (a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23})}{A_1} = k_3 \cdot W'(p), \quad (3.10) \quad \frac{a_{12} \cdot (a_{33}a_{12} - a_{13}a_{23})}{A_1} = k_2 \cdot W''(p). \quad (3.11)$$

Таким образом, выражения (3.10), (3.11) по своей физической сути, характеризуют приведенную динамическую жесткость в точках, соответствующих креплениям упругих элементов k_2 и k_3 , что предопределяет динамические реакции, передаваемые на динамический гаситель.

Если рассматривать структурную схему на рисунке 3.3, б отдельно, то можно таким же образом найти общее динамическое воздействие на объект защиты со стороны динамического гасителя, суммируя две части, определяемые выражениями (3.10), (3.11).

Что касается динамических реакций, передаваемых на объект защиты, то в этом случае структурная схема должна быть трансформирована к виду, как показано на рисунке 3.5.

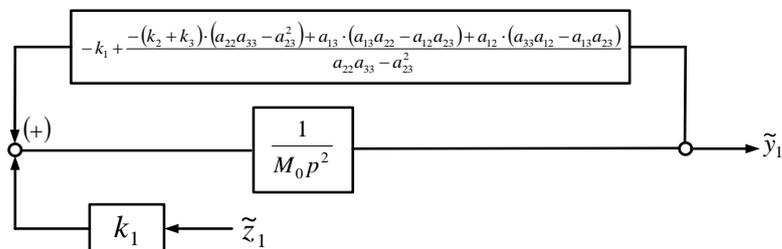


Рисунок 3.5. Структурная схема с объектом защиты в качестве основного элемента (M_0)

Произведем ряд преобразований, используя выражения (3.5), (3.7) и получим выражение для передаточной функции цепи обратной связи в структурной

схеме, приведенной на рисунке 3.5 (при упругом элементе k_1 , находящегося в параллельном соединении)

$$W_{\text{доп}}(p) = \frac{-(k_2 + k_3) \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + a_{13} \cdot (a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23}) + a_{12} \cdot (a_{33}a_{12} - a_{13}a_{23})}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}. \quad (3.12)$$

При определении динамической реакции, создаваемой на объекте защиты M_0 (рисунок 3.1), обратная отрицательная связь имеет передаточную функцию

$$W'_{\text{доп}}(p) = \frac{-(k_1 + k_2 + k_3) \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + a_{13} \cdot (a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23}) + a_{12} \cdot (a_{33}a_{12} - a_{13}a_{23})}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}. \quad (3.13)$$

Зная (3.13), можно найти динамическую реакцию связи на опорной поверхности, которая определится

$$R_{\text{дин}} = \tilde{y}_1 \cdot W'_{\text{доп}}(p). \quad (3.14)$$

Из анализа (3.14) следует, что у знаменателя передаточной функции (3.13) могут быть найдены две частоты динамического гашения, что соответствует корням уравнения

$$A_1 = [(Ma^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_2] \cdot [(Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3] - [(Jc^2 - Mab) \cdot p^2]^2 = 0. \quad (3.15)$$

На этих частотах значение коэффициента обратной связи на структурной схеме (рисунок 3.5) стремится к ∞ , поэтому объект защиты будет неподвижен. Это явление можно истолковать в физическом смысле: приведенная динамическая жесткость обобщенной пружины, создаваемой динамическим гасителем и упругими элементами бесконечно велика, поэтому силы, действующие на объект защиты, не вызывают упругих смещений. Существуют и другие проявления особенностей динамических свойств. Поскольку (3.12) определяет значения двух частот, обращающих в нулевое значение числитель передаточной функции, то система может на этих частотах иметь параметры движения, характерные для системы с одной степенью свободы (M_0, k_0).

3.1.2. Анализ динамических свойств системы

Рассмотрим ряд частных случаев, полагая, что динамический гаситель имеет параметры ($M = 0, J = 0$), то есть вместо твердого тела ДГ трансформируется в жесткий невесомый стержень. Воспользуемся выражением (3.12) и получим

$$W_{\text{доп}}''(p) = \frac{-(k_2 + k_3) \cdot k_2 k_3 + k_3 k_2 k_3 + k_3 k_2 k_2}{k_2 k_3} = 0. \quad (3.16)$$

Выражение (3.16) равно нулю, что соответствует ситуации, в которой упругая система k_2, k_3 без элементов с массоинерционными свойствами динамических воздействий не создает.

При $J = 0$, а $M \neq 0$, что соответствует представлениям о динамическом гасителе как о рычаге, масса которого сосредоточена в точке вращения, но геометрические связи остаются (жесткий стержень с точечной массой в центре вращения). Тогда из (3.12) следует

$$W_{\text{доп}}'''(p) = \frac{k_2 k_3 M p^2}{p^2 \cdot (k_2 M b^2 + k_3 M a^2) + k_2 k_3}. \quad (3.17)$$

Отметим, что знаменатель передаточной функции $\frac{\tilde{y}_1}{k_1 \tilde{z}_1}$ (выражение (3.4)) может быть преобразован к виду

$$A_1 = \frac{1}{M_0 p^2 + k_1 + \frac{k_2 k_3 M p^2}{M p^2 \cdot (k_2 b^2 + k_3 a^2) + k_2 k_3}}, \quad (3.18)$$

что дает возможность ввести в рассмотрение обобщенную пружину, работающую параллельно с пружиной жесткостью k_1 . Передаточная функция обобщенной пружины зависит от частоты и характеризует, как отмечалось выше, динамическую жесткость (в операторной форме), представленную выражением (3.17).

Таким образом, ДГ в виде твердого тела, опирающегося через упругие элементы k_2 и k_3 на объект защиты M_0 , в рамках структурных представлений, может рассматриваться как отрицательная дополнительная (по отношению к упругому элементу k_1) обратная связь. Физический смысл этой связи заключается в том, что она зависит от частоты внешнего воздействия. В этом смысле пружина k_1 обладает постоянной жесткостью, а обобщенная пружина имеет динамическую жесткость, которая зависит от частоты. Для примера рассмотрим некоторые частные случаи.

1. При $p \rightarrow \infty$ получим, что

$$\left| W_{\text{доп}}'''(p) \right|_{p \rightarrow \infty} = \frac{k_2 k_3}{k_2 b^2 + k_3 a^2}. \quad (3.19)$$

При $p \rightarrow 0$ из (3.19) следует, что $|W_{\text{доп}}'''(p)| = 0$, то есть в статическом состоянии динамическая жесткость физического влияния не оказывает.

При высоких частотах движение объекта защиты будет осуществляться при учете действия двух пружин, соединенных параллельно

$$|W_{\text{доп}}'''(p)|_{p \rightarrow \infty} = k_1 + \frac{k_2 k_3}{k_2 b^2 + k_3 a^2} \quad (3.19')$$

В условиях частного случая ($J = 0, M \neq 0$) обобщенная пружина при частоте

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2 k_3}{M \cdot (k_2 b^2 + k_3 a^2)} \quad (3.20)$$

приобретает динамическую жесткость $|W_{\text{доп}}'''(p)|_{\omega^2 \rightarrow \omega_{\text{дин}}^2} \rightarrow \infty$, что соответствует режиму динамического гашения. То есть, режим динамического гашения может соотноситься с увеличением до ∞ значения динамической жесткости.

2. Если принять $J \neq 0, M \neq 0$, то формируемые динамические связи имеют более сложный вид и характеризуются выражением

$$W_{\text{доп}}^{IV}(p) = \frac{(k_2 + k_3)M J c^2 p^4 + M k_2 k_3 p^2}{p^4 M J c^2 + p^2 \cdot [M \cdot (k_3 a^2 + k_2 b^2) + J c^2 \cdot (k_2 + k_3)] + k_2 k_3}. \quad (3.21)$$

Выражение (3.21) можно рассматривать как передаточную функцию ДГ, принимая во внимание физический смысл процесса динамического гашения колебаний как введение в базовую систему (M_0, k_1) дополнительной пружины с динамической жесткостью.

Обобщенная пружина, если иметь в виду её возможные формы соединения с другими упругими элементами, в том числе и с обобщенными пружинами, ведет себя как обычный упругий элемент с постоянной жесткостью.

Динамический гаситель в виде твердого тела с двумя степенями свободы может, таким образом, рассматриваться, по сравнению с традиционными элементарными типовыми звеньями (пружина, демпфер, масса и др.) механических колебательных систем как самостоятельное звено более высокого уровня сложности. Такое звено имеет передаточную функцию в виде дробно-рационального выражения, в котором числитель и знаменатель имеют одинаковый порядок.

3.1.3. Рычажные свойства динамического гасителя

Динамический гаситель колебаний является сложным элементом в механической колебательной системе (рисунок 3.1) с тремя степенями свободы. При действии внешнего возмущения со стороны основания \tilde{z}_1 соотношение между координатами движения \tilde{y}_2 и \tilde{y}_3 будет определяться выражением

$$W_{32}(p) = \frac{\tilde{y}_3}{\tilde{y}_2} = i_{32}(p) = \frac{a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}}{a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}}, \quad (3.22)$$

где $a_{21} = -k_2$; $a_{32} = -(Jc^2 - Mab)$; $a_{31} = -k_3$; $a_{22} = (Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_2$;

$a_{33} = (Mb^2 + Jc^2) \cdot p^2 + k_3$; $a_{21} = a_{12}$; $a_{23} = a_{32}$, что следует из таблицы 3.1.

Передаточная функция $W_{32}(p) = \frac{\tilde{y}_3}{\tilde{y}_2}$ представляет собой характеристику межпарциальных связей в координатах $\tilde{y}_1 \div \tilde{y}_3$. Отношение $\frac{\tilde{y}_3}{\tilde{y}_2}$ можно также интерпретировать как обобщенное представление передаточного отношения твердого тела, которое представлено в виде невесомого жесткого стержня с двумя материальными точками по концам. Массы этих точек являются приведенными и определяются в системе координат $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$ значениями a_{22} и a_{33} из таблицы 3.1. В данном случае можно твердое тело рассматривать как виртуальный рычаг, точка опоры которого не является неподвижной. Однако такая форма определения рычажных связей вполне совместима с обобщенными представлениями о рычаге. Особенность представлений о таком рычаге заключается в том, что он характеризует физические детали взаимодействия парциальных систем по координатам \tilde{y}_2 и \tilde{y}_3 , то есть совпадает с координатами движения ДГ. Очевидно, что передаточное отношение будет зависеть от частоты внешнего воздействия. Точка вращения виртуального рычага также будет иметь движение в плоскости, поскольку ДГ совершает плоское движение. Знак и величина передаточного отношения $i_{32}(p)$ характеризуют формы движения ДГ, определяемые параметрами сочетания поступательных движений материальных точек по координатам \tilde{y}_2 и \tilde{y}_3 . После преобразований (3.22) принимает вид

$$i_{32}(p) = \frac{M(ak_3 - bk_2)p^2 + Jc^2(k_2 + k_3) + k_2k_3}{M(bk_2 - ak_3)p^2 + Jc^2(k_2 + k_3) + k_2k_3}. \quad (3.23)$$

Передаточное отношение при $p \rightarrow 0$ составляет

$$\left| i_{32}(p) \right|_{p \rightarrow 0} = 1 \quad (3.24)$$

При $p \rightarrow \infty$ из (3.23) получим

$$\left| i_{32}(p) \right|_{p \rightarrow \infty} = \frac{Jc^2(k_2 + k_3) + M(ak_3 - bk_2)}{Jc^2(k_2 + k_3) - M(bk_2 - ak_3)} \quad (3.25)$$

Выражение (3.25) соответствует соотношениям, которые выстраиваются при высоких частотах. При $k_3a = k_2b$ $i_{32}(p) = 1$, что соответствует частной форме поступательного движения динамического гасителя колебаний. При изменении знака передаточного отношения $i_{32}(p)$, который может быть отрицательный или положительный, меняется форма движения динамического гасителя, что отражается во взаимных переходах рычажных связей от рычагов первого рода к рычагам второго рода и наоборот [172].

При изменении частоты внешнего воздействия передаточное отношение $i_{32}(p)$ имеет такие особенности; при этом $i_{32}(p)$ становится равным нулю или бесконечности, что соответствует, соответственно, частотам

$$\omega_1^2 = \frac{k_2k_3}{Jc^2(k_2 + k_3) + M(k_3a - k_2b)}; \quad (3.26)$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_2k_3}{Jc^2(k_2 + k_3) - M(k_3a - k_2b)}. \quad (3.27)$$

На частотах возмущения, определяемых выражениями (3.26), (3.27) режимы движения динамического гасителя колебаний носят частный характер, когда одна из координат точек твердого тела «останавливается» при увеличении значений другой координаты движения.

Переход к системе координат y_1, y_{10}, φ позволяет рассматривать особенности движения с учетом того обстоятельства, что парциальные системы ДГ имеют различные виды движения. Поэтому обобщенное передаточное отношение по координатам y_0, φ будет иметь размерность в отличие от системы координат $y_1 \div y_3$. Однако между обобщенными передаточными отношениями рычажных связей бу-

дет соответствие, позволяющее переходить от одной формы отношений к другой, определяя особенности рычажных связей особого типа, которые можно было бы соотнести с понятиями о виртуальном рычаге винтового типа.

Используя (3.1), запишем

$$i_{32}^*(p) = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{y}_0} = \frac{c(\tilde{y}_3 - \tilde{y}_2)}{a\tilde{y}_2 + b\tilde{y}_3} = \frac{c \cdot (i_{32}(p) - c)}{a + b \cdot i_{32}(p)}. \quad (3.28)$$

Из (3.28) следует, что

$$i_{32}(p) = \frac{c}{c - a - b \cdot i_{32}^*(p)}. \quad (3.29)$$

Таким образом, $i_{32}^*(p) = \frac{\tilde{\varphi}}{\tilde{y}_0}$ является передаточным отношением, характеризующим связь между вращательным и поступательным движениями. Такая связь может быть отображена винтовым соединением, что можно рассматривать как одну из форм обобщенных представлений о рычажных связях в механических колебательных системах.

Введение твердого тела на упругих опорах, взаимодействующего с объектом, совершающим вертикальные колебания, представляет собой задачу динамического гашения колебаний с динамическим гасителем нетрадиционного вида. В рамках структурной теории виброзащитных систем такой ДГ интерпретируется как новый типовой элемент, расширяющий набор известных типовых элементов в виде линейных пружин, диссипативных и массоинерционных элементов. Такой элемент можно назвать квазипружиной, динамическая жесткость которой определяется передаточной функцией дробно-рационального вида с равными порядками полиномов в числителе и знаменателе передаточной функции. Вместе с тем, квазипружина (или ДГ) может рассматриваться как дополнительная по отношению к базовой системе (объект защиты M_0 и пружина k_1) обратная отрицательная связь. Действие квазипружины предопределяет эффекты, создаваемые динамическим гасителем колебаний. В этом смысле динамический гаситель колебаний может интерпретироваться как форма проявления свойств обобщенных пружин. Обобщенные пружины обладают свойством квазипружины.

Рычажные связи проявляются при рассмотрении форм движения элементов динамического гасителя колебаний, что может быть сделано при помощи обобщенного передаточного отношения виртуального рычага. Такое понятие формируется на основе передаточных функций межкоординатных парциальных связей и позволяет оценивать формы взаимных движений элементов при изменении частоты внешних воздействий.

3.2. Возможности преобразования связей между парциальными системами: эквивалентные формы и рычажные взаимодействия

Разнообразие движений в технических системах находит отражение в том, что механические колебательные системы, привлекаемые как расчетные схемы, включают в свой состав твердые тела конечных размеров. Движение твердых тел, даже в простейших случаях, приводит к необходимости учета пространственных форм движений пространственной метрики системы, а также особенностей соединений элементов и действия силовых факторов.

3.2.1. Построение математических моделей

Рассматривается механическая колебательная система (рисунок 3.6), в которой массоинерционные элементы могут совершать и вращательные, и поступательные движения. Система имеет две степени свободы движений, которые могут описываться несколькими системами обобщенных координат. При оценке динамических свойств систем значение имеет однородность координат, что связано с вопросами совпадения размерности реакций связей между парциальными системами.

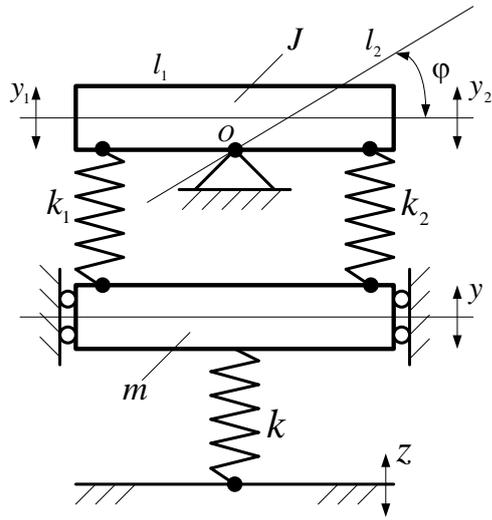


Рисунок 3.6. Расчетная схема системы комбинированного типа (поступательное движение – по координате y ; вращательное движение – относительно неподвижной точки O)

Уравнения движения при кинематическом возмущении $z(t)$ можно получить, предварительно определив выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{y})^2 + \frac{1}{2}J(\dot{\varphi})^2; \quad (3.30) \quad \Pi = \frac{1}{2}k \cdot (y - z)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - y)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot (y_2 - y)^2; \quad (3.31)$$

Введем ряд соотношений: $i = \frac{l_2}{l_1}$ – передаточное отношение при вращательном движении твердого тела; $y_2 = i \cdot y_1$; $y_1 = \varphi \cdot l_1$; $y_2 = \varphi \cdot l_2$. При этом y_1 и y_2 имеют различные направления движения. Запишем (3.31) в виде

$$\Pi = \frac{1}{2}k \cdot (y - z)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (\varphi \cdot l_1 - y)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot (-\varphi \cdot l_2 - y)^2. \quad (3.32)$$

В координатах y и φ система уравнений движения для расчетной схемы на рисунке 3.6 примет вид

$$m\ddot{y} + y \cdot (k + k_1 + k_2) + \varphi \cdot (k_2 l_2 - k_1 l_1) = kz, \quad (3.33)$$

$$J\ddot{\varphi} + \varphi \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + y \cdot (k_2 l_2 - k_1 l_1) = 0. \quad (3.34)$$

Структурная схема исходной системы (с учетом преобразования Лапласа) в координатах \tilde{y} , $\tilde{\varphi}$ в соответствии с (3.33), (3.34) может быть представлена, как показано на рисунке 3.7.

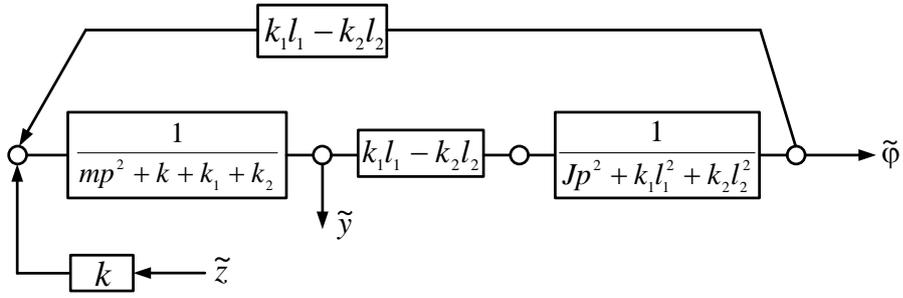


Рисунок 3.7. Структурная схема исходной системы (рисунок 3.6) в координатах \tilde{y} и $\tilde{\varphi}$

Структурная схема на рисунке 3.7 может быть преобразована (рисунок 3.8, а – в) и иметь несколько форм представления.

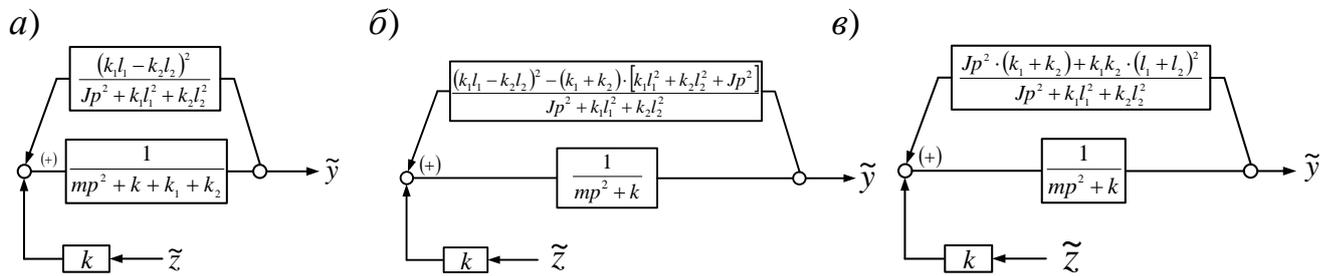


Рисунок 3.8. Преобразование исходной структурной схемы: а – исключение координаты $\tilde{\varphi}$; б – приведение к парциальной системе $mp^2 + k$ – положительная обратная связь; в – приведение системы к виду с отрицательной обратной связью

Связь между координатами \tilde{y} и $\tilde{\varphi}$ в операторной форме примет вид

$$\tilde{\varphi} = \frac{(k_1 l_1 - k_2 l_2) \cdot \tilde{y}}{J p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}; \quad (3.35)$$

Используем (3.35) для исключения $\tilde{\varphi}$ и получим уравнение для схемы на рисунке 3.8, в

$$\tilde{y} \cdot \left[mp^2 + k + \frac{J p^2 \cdot (k_1 + k_2) + k_1 k_2 \cdot (l_1 + l_2)^2}{J p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2} \right] = k \tilde{z}. \quad (3.36)$$

Если полагать, что парциальная система (по координате \tilde{y}) имеет вид $mp^2 + k + k_1 + k_2$, а структурная схема соответствует рисунку 3.8, а, уравнение (3.36) запишется

$$\tilde{y} \cdot \left[mp^2 + k + k_1 + k_2 - \frac{(k_2 l_2 - k_1 l_1)^2}{J p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2} \right] = k \tilde{z}. \quad (3.37)$$

Таким образом, исходная система (рисунок 3.6) может быть приведена путем исключения координаты вращательного движения $\tilde{\varphi}$ к системе с одной степенью свободы, в которой массоинерционный элемент m совершает поступательное прямолинейное движение.

Особенности подхода. В приложении к задачам виброзащиты можно массоинерционный элемент m рассматривать как объект защиты. В этом случае в структуре виброзащитной системы образуется некоторое устройство для преобразования движения, имеющее вид рычага второго рода. Такой рычаг обладает массоинерционными свойствами (имеет момент инерции J относительно точки O (рисунок 3.6).

В данном случае исходная система (рисунок 3.6) может быть рассмотрена как система с одной степенью свободы. При этом, как показано на рисунках 3.9, а, б в системе появляется дополнительный элемент, который отличается от известных типовых элементов (в данном случае пружин с жесткостями k, k_1, k_2).

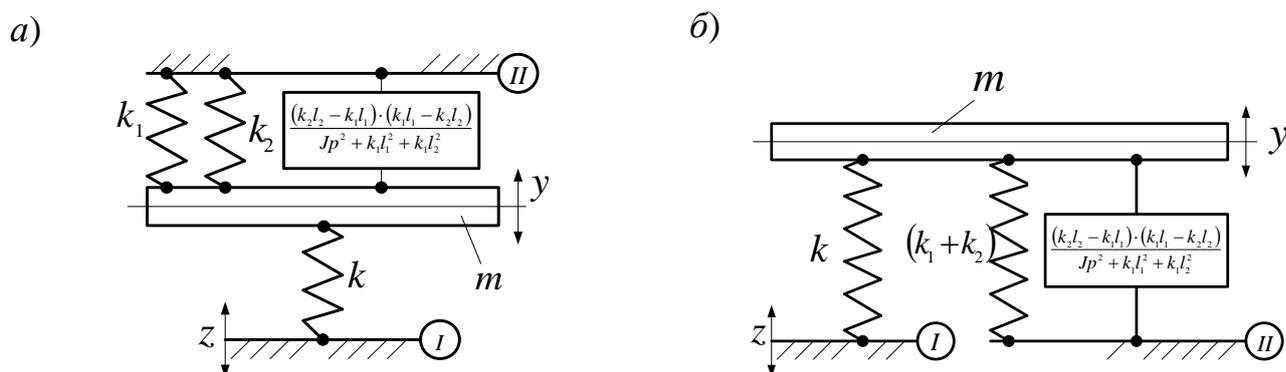


Рисунок 3.9. Расчетная схема комбинированной системы, приведенная к системе, совершающей поступательное движение по координате y : а – опорные поверхности разнесены по вертикали; б – опорные поверхности I и II разделены: возмущение z – по опорной поверхности I

Расчетная схема на рисунках 3.9, а, б предполагает использование опорных поверхностей I и II. Вводимое в схему на рисунке 3.9 устройство для преобразования движения характеризуется приведенной динамической жесткостью, которая записана с использованием комплексной переменной p . При $p = 0$, то есть при отсутствии динамического возмущения со стороны основания ($z = 0$) динамическая жесткость устройства для преобразования движения трансформируется в жест-

кость сложной пружины, имеющей в своем составе рычаг второго рода. Из анализа расчетной схемы на рисунках 3.9, а, б следует также, что исходная система (рисунок 3.6) преобразуется в эквивалентную в динамическом отношении систему, но с другим набором составных элементов. Координата φ исключается, но взаимодействия, привносимые угловым движением по координате φ , остаются и отражаются квазипружиной (или компактом), имеющей приведенную жесткость

$$k_{\text{пр}}(p) = \frac{(k_2 l_2 - k_1 l_1) \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)}{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.38)$$

Квазипружина обладает тем свойством, что при определенных соотношениях параметров приведенная жесткость может стать отрицательной. В физическом смысле это означает смену изменения направления упругой силы, развиваемой квазипружиной. Такой же эффект может быть получен при изменении частоты внешнего воздействия, так как знаменатель (3.38) определяется выражением

$$A'_0 = -J\omega^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2, \quad (3.38')$$

которое при увеличении p ($p = j\omega$) также приобретает отрицательное значение.

В структурных преобразованиях квазипружина ведет себя как обыкновенный упругий элемент. Ряд вопросов, связанных с упомянутыми особенностями, рассмотрен в работах [88, 115] и частично рассматривалось также во второй главе диссертации.

3.2.2. Приемы преобразования структурных математических моделей

Из расчетной схемы на рисунке 3.9 можно определить ряд характеристик. Если между парциальными системами исходной системы на рисунке 3.6 связность определяется звеном с передаточной функцией $W'(p) = k_1 l_1 - k_2 l_2$, то взаимодействие между парциальными системами в координатах \tilde{y} , $\tilde{\varphi}$ становится нулевой при выполнении условия $k_1 l_1 = k_2 l_2$. В этом случае при внешнем возмущении z система будет совершать движение как объект массой m , имея одну степень свободы. Парциальная частота системы совпадает с частотой собственных колебаний приведенной системы

$$\omega_1^2 = \frac{k + k_1 + k_2}{m}. \quad (3.39)$$

Влияние условий связности. Если выполняется условие $k_1 l_1 \neq k_2 l_2$, то интерес представляет случай, когда $J \rightarrow 0$. В этом случае приведенная жесткость системы, формируемая с участием парциальной системы углового движения, определяется выражением

$$k_{\text{пр}} = k + k_1 + k_2 - \frac{(k_2 l_2 - k_1 l_1)^2}{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.40)$$

или

$$k_{\text{пр}} = \frac{k \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + k_1 k_2 \cdot (l_1 + l_2)^2}{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.40')$$

При $J = 0$ в системе может быть обозначено появление рычажного механизма второго рода, который не только формирует для объекта массой m приведенную жесткость, но и создает вполне определенную структуру связей в пространстве (в геометрическом смысле). Приведенная схема системы (рисунок 3.9) в этом случае может интерпретироваться (рисунок 3.10) как свойство квазипружины

$$k'_{\text{пр}} = \frac{k_1 k_2 \cdot (l_1 + l_2)^2}{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.41)$$

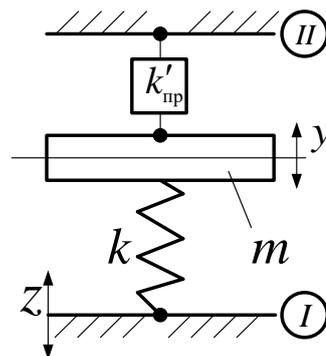


Рисунок 3.10. Приведенная исходная расчетная схема при $J = 0$

Используем понятие передаточного отношения рычага: $i = \frac{l_2}{l_1}$. Знак передаточного отношения, то есть особенности рычажного механизма, учтен при выводе уравнений движения (в общем случае передаточное отношение рычага второго рода имеет знак минус). Таким образом, (3.41) преобразуется к виду

$$k'_{\text{пр}} = \frac{k_1 k_2 \cdot (1+i)^2}{k_1 + k_2 i^2}. \quad (3.42)$$

Если $i = 0$, то $k'_{\text{пр}} = k_2$. При $i = \infty$ $k'_{\text{пр}} = k_1$, что совпадает с физическими представлениями о свойствах механической системы с рычажными связями.

Особенности формы рычажных связей. Рычаг второго рода с неподвижной точкой вращения (т. O) создает пространственную структуру расположения элементов механической колебательной системы. Если рычаг имеет нулевые массоинерционные характеристики, то дополнительно к основной пружине с жесткостью k он создает параллельную упругую связь, определяемую выражением (3.42). Связь представляет собой упругое соединение объекта с массой m с опорной поверхностью Π . В этом случае частота собственных колебаний определится таким же образом, как в системе с одной степенью свободы

$$\omega^2 = \frac{k_2 + k'_{\text{пр}}}{m}, \quad (3.43) \quad \text{или} \quad \omega^2 = \frac{k_1 k_2 \cdot (1+i)^2 + k_2 \cdot (k_1 + k_2 i^2)}{(k_1 + k_2 i^2) \cdot m}. \quad (3.43')$$

Отметим, что передаточное отношение i может выступать в качестве настроечного параметра при решении различных задач, связанных с оценкой и контролем динамического состояния механических колебательных систем, в частности, виброзащитных [88].

Учет массоинерционных свойств. Если $J \neq 0$, то есть вращательное звено обладает достаточно значимым моментом инерции, то приведенная жесткость квазипружины в отличие от выражения (3.42), будет зависеть от p . В этом случае приведенная жесткость квазипружины может быть названа динамической

$$k''_{\text{пр}}(p) = \frac{(k + k_1 + k_2) \cdot (Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) - (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}, \quad (3.44)$$

$$k''_{\text{пр}}(p) = \frac{Jp^2 \cdot (k + k_1 + k_2) + k \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_1 + k_2) \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 - (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2)}{Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.44')$$

Выражение (3.44') дает представление о сложном характере связей, формирующихся при массивном рычаге в структуре объекта виброзащитной системы в том случае, когда объект совершает поступательное (прямолинейное) движение. Выражение (3.44') можно также представить в виде

$$k_{\text{нр}}''' = k + k_1 + k_2 - \frac{(k_2 l_2 - k_1 l_1)^2}{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}. \quad (3.45)$$

С учетом $J \neq 0$ исходная система становится системой с двумя степенями свободы, в которой парциальные системы имеют различные движения: одна система (координата y) реализует поступательный вид движения, другая (с координатой φ) – угловое движение. Собственные частоты системы могут быть определены из характеристического частотного уравнения

$$Jmp^4 + p^2 \cdot \left[\begin{array}{l} J \cdot (k + k_1 + k_2) + m \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + \\ + (k + k_1 + k_2) \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) \end{array} \right] - (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2 = 0; \quad (3.46)$$

при этом

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{J \cdot (k + k_1 + k_2) + m \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2)}{2Jm} \pm \sqrt{\frac{[J \cdot (k + k_1 + k_2) - m \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2)]^2 + 4Jm \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{4(Jm)^2}}. \quad (3.47)$$

Парциальные частоты в этом случае определяются

$$n_1^2 = \frac{k + k_1 + k_2}{m}; \quad (3.48) \quad n_2^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J}. \quad (3.49)$$

В свою очередь

$$\omega_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} - D; \quad (3.50) \quad \omega_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + D. \quad (3.51)$$

где

$$D = \frac{1}{2Jm} \sqrt{[J \cdot (k + k_1 + k_2) - m \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2)]^2 + 4Jm \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}. \quad (3.52)$$

Таким образом, механическая колебательная система (рисунок 3.6), имеющая две парциальные системы, состояние которых определяется координатами y и φ , может быть преобразована и приведена к более простой системе, характеризующейся координатой поступательного движения y . При этом «упрощении» в структуре системы становится необходимым введение элемента нового типа – он может быть назван квазипружиной и иметь соответствующую приведенную жесткость. В общем случае приведенная жесткость зависит от частоты внешнего воздействия и может быть названа динамической. В работах [78, 85, 176] квазипружина упо-

мянутого вида получила название обобщенной пружины. Оба названия отражают одну и ту же физическую сущность, но их понятийные поля могут рассматриваться в различных контекстах и использоваться по-разному. Важным обстоятельством является то, что при $J = 0$ в системе с одной степенью свободы становится возможным обосновать появление рычажных связей. Они реализуются, в данном случае, рычажным механизмом второго рода; такие связи в механических колебательных системах приносят новые свойства. Обоснование возможностей таких подходов рассмотрены в разделе 2.2 диссертации.

3.2.3. Способ исключения координаты y

Используем структурную схему на рисунке 3.7 и систему уравнений движения

$$mp^2 \tilde{y} + \tilde{y} \cdot (k + k_1 + k_2) + \tilde{\varphi} \cdot (k_2 l_2 - k_1 l_1) = k \tilde{z}; \quad (3.53)$$

$$Jp^2 \tilde{\varphi} + \tilde{\varphi} \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + \tilde{y} \cdot (k_2 l_2 - k_1 l_1) = 0. \quad (3.54)$$

Из (3.53) следует, что

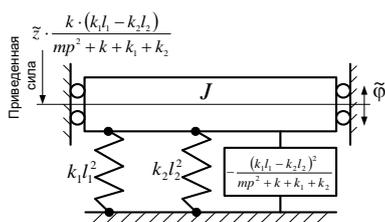
$$\tilde{y} = \frac{k \tilde{z} + \tilde{\varphi} \cdot (k_2 l_2 - k_1 l_1)}{mp^2 + k + k_1 + k_2}. \quad (3.55)$$

После подстановки (3.55) в (3.54) получим

$$\tilde{\varphi} \cdot (Jp^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) - \tilde{\varphi} \cdot \frac{(k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{mp^2 + k + k_1 + k_2} = \frac{k \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2) \cdot \tilde{z}}{mp^2 + k + k_1 + k_2}. \quad (3.56)$$

На рисунке 3.11, б приведена структурная схема исходной системы (рисунок 3.6) при исключении координаты \tilde{y} : на рисунке 3.11, а приведена соответствующая расчетная схема в символической форме – как механической системе с одной степенью свободы, определяемой координатой $\tilde{\varphi}$.

а)



б)

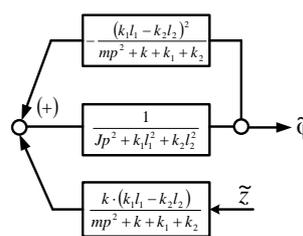


Рисунок 3.11. Расчетная (а) и структурная (б) схемы при исключении координаты \tilde{y}

Если рассмотреть расчетную схему частичной системы с соответствующим вращательным движением, то она принимает вид, как показано на рисунке 3.12.

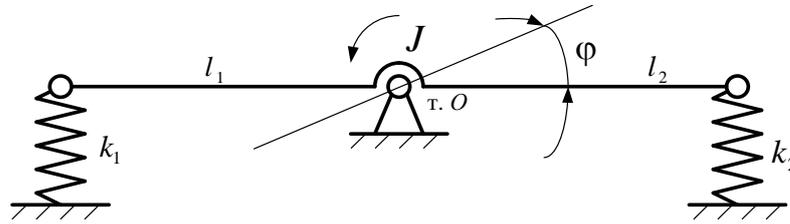


Рисунок 3.12. Расчетная схема частичной системы вращательного движения

Используя схему на рисунке 3.12, можно найти частичную частоту

$$n_2^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J}. \quad (3.57)$$

Это будут угловые колебания. Возвращаясь к расчетной схеме на рисунке 3.11, а, найдем, что приведенная жесткость квазипружины определяется формулой

$$k_{\text{пр}}^{IV}(p) = \frac{l_1^2 \cdot (k_1 - k_2 \cdot i)^2}{mp^2 + k + k_1 + k_2}. \quad (3.58)$$

Выражение (3.58) соответствует крутильной динамической жесткости во вращательном движении с координатой φ . Если исходную систему (рисунок 3.6) привести к системе с одной степенью свободы (что можно сделать при исключении координаты y), то выражение (3.58) можно представить в детализированном, полагая

$$(k_2 l_2 - k_1 l_1)^2 = (k_2 l_2)^2 - 2k_1 k_2 l_1 l_2 + (k_1 l_1)^2. \quad (3.58')$$

Для того чтобы войти в формат расчетной схемы, отражающей особенности движения твердого тела относительно точки O , вернемся к уравнению (3.56). Сделаем ряд преобразований над (3.56)

$$Jp^2 \cdot \tilde{\varphi} + \frac{A_1 k_1 l_1^2 + A_1 k_2 l_2^2 - k_1^2 l_1^2 + 2k_1 k_2 l_1 l_2 - k_2 l_2^2}{A_1} = \frac{k \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)}{A_1} \cdot \tilde{z}. \quad (3.58'')$$

Тогда (3.56') можно записать следующим образом

$$Jp^2 + \frac{k_1 l_1^2 \cdot (mp^2 + k + k_2)}{A_1} + \frac{k_2 l_2^2 \cdot (mp^2 + k + k_1)}{A_1} + \frac{k_1 k_2 l_1^2 i}{A_1} + \frac{k_1 k_2 l_2^2}{i \cdot A_1} = \frac{k \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)^2}{A_1}. \quad (3.58''')$$

В этом случае расчетная схема (рисунок 3.6) при исключении переменной \tilde{y} примет вид, как показано на рисунке 3.13.

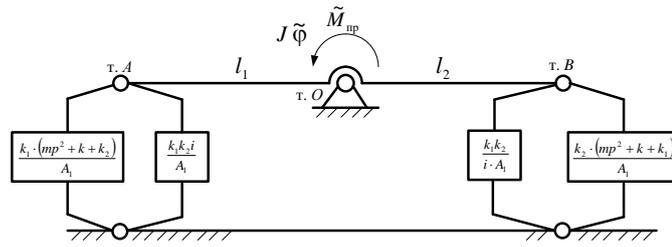


Рисунок 3.13. Расчетная схема эквивалентной системы с одной степенью свободы с объектом, состояние которого описывается координатой $\tilde{\varphi}$

$$A_1 = mp^2 + k + k_1 + k_2$$

Отметим, что на рисунке 3.13 принятые обозначения тт. A и B локализируют условия присоединения типовых элементов и квазипружин к объекту, совершающему угловое колебательное движение по координате $\tilde{\varphi}$. Приведенный момент сил, прикладываемый к объекту с моментом инерции J , формируется кинематическим возмущением \tilde{z} . Таким образом

$$\tilde{M}_{np} = \frac{k \cdot (k_1 l_1 - k_2 l_2)}{mp^2 + k + k_1 + k_2} \cdot \tilde{z}. \quad (3.59)$$

Что касается элементов структуры на рисунке 3.13 с использованием A_1 , то они являются квазипружинами, жесткости которых во вращательном движении составляют

$$k_{np}^V(p) = -\frac{k_1^2 l_1}{mp^2 + k + k_1 + k_2}; \quad (3.60) \quad k_{np}^{VI} = -\frac{k_2^2 l_2}{A_1}; \quad (3.61) \quad k_{np}^{VII} = \frac{k_1 k_2 l_1}{A_1}; \quad (3.62) \quad k_{np}^{VIII} = \frac{k_1 k_2 l_2}{A_1}. \quad (3.63)$$

В результате комбинированная система (рисунок 3.6) приводится к рычажному механизму, в котором рычаг обладает моментом инерции J . При этом кинематическое возмущение \tilde{z} преобразуется к приведенному моменту сил (рисунок 3.13). Если принять, что $m = 0$, то

$$k_{np}^V = -\frac{k_1^2 l_1}{k + k_1 + k_2}; \quad k_{np}^{VI} = -\frac{k_2^2 l_2}{k + k_1 + k_2}; \quad k_{np}^{VII} = \frac{k_1 k_2 l_1}{k + k_1 + k_2}; \quad k_{np}^{VIII} = \frac{k_1 k_2 l_2}{k + k_1 + k_2}, \quad (3.64)$$

что позволяет привести упругие элементы к точкам A и B . Это дает следующие результаты

$$k_{npA} = \frac{kk_1 + k_1 k_2 \cdot (1+i)}{k + k_1 + k_2}; \quad (3.65)$$

$$k_{npB} = \frac{kk_2 + k_1 k_2 \cdot (1+i)}{k + k_1 + k_2}. \quad (3.66)$$

Учитывая, что расчетная схема отражает возможности вращательного движения, в котором для каждой точки могут быть определены локальные параметры движения, приведенные жесткости квазипружин также будут локализованы по отношению точек, выбранных для наблюдения за динамическим состоянием или для соответствующих расчетов.

Таким образом, рассмотрение особенностей формирования рычажных связей показывает, что динамические свойства механических колебательных систем существенно зависят от особенностей парциальных систем, составляющих основу системы. Если парциальные системы неоднородны, то есть могут совершать и поступательные и вращательные движения, то большое значение приобретают рычажные связи. Отметим, что рычажные связи в колебательных системах могут принимать различные формы и зависят от выбора обобщенных координат. Аналогичным образом могут быть рассмотрены свойства систем с рычажными связями первого рода [86, 87].

3.3. Возможности эквивалентных представлений механических систем с угловыми колебаниями твердых тел

3.3.1. Описание свойств системы

Рассмотрим механическую колебательную систему, состоящую из двух твердых тел, имеющих каждое неподвижную точку вращения (т.т. O_1, O_2), при наличии связей, реализуемых упругими элементами (рисунок 3.14).

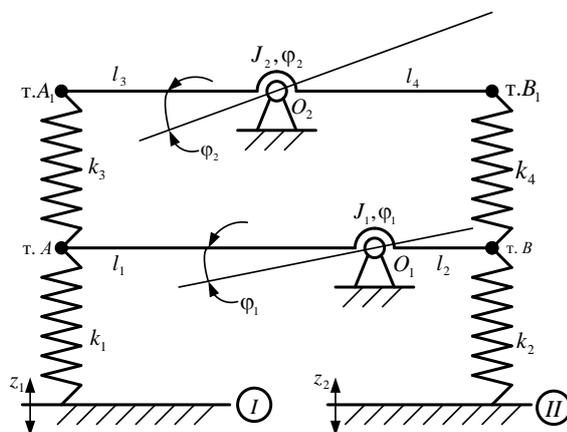


Рисунок 3.14. Расчетная схема системы с парциальными блоками вращательного типа (рычаги второго рода)

Запишем выражения для кинетической энергии для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} J_1 \cdot (\dot{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot (\dot{\varphi}_2)^2 \quad (3.67)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 \cdot (\varphi_1 l_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \cdot (-\varphi_1 l_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 \cdot (\varphi_2 l_3 - \varphi_1 l_1)^2 + \frac{1}{2} k_4 \cdot (-\varphi_2 l_4 - \varphi_1 l_2)^2 \quad (3.68)$$

После обычных для формализма Лагранжа преобразований запишем уравнения движения

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + \varphi_1 \cdot (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 l_3^2 + k_4 l_4^2) - \varphi_2 \cdot (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) = k_1 l_1 z_1, \quad (3.69)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + \varphi_2 \cdot (k_3 l_3^2 + k_4 l_4^2) - \varphi_1 \cdot (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) = k_2 l_2 z_2. \quad (3.70)$$

Структурная схема системы имеет вид, как показано на рисунке 3.15.

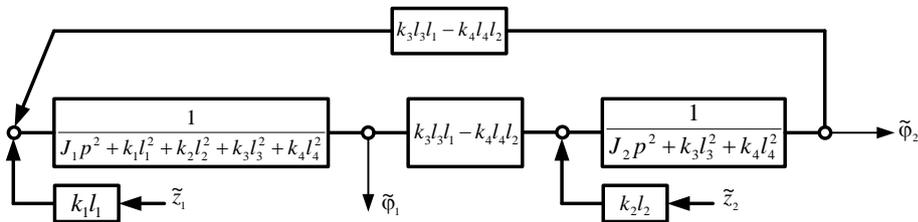
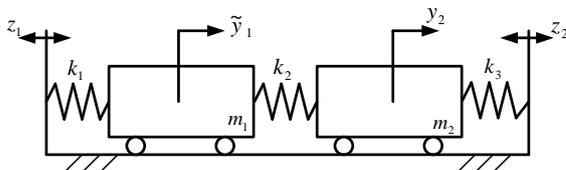


Рисунок 3.15. Структурная схема системы в координатах $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2$ (вращательные движения)

В рассматриваемом случае связи между парциальными системами, в физическом смысле, соответствуют упругим взаимодействиям между твердыми телами J_1 и J_2 .

Если искать аналогии для системы на рисунке 3.15 с системой с двумя степенями свободы (например, цепного типа), как показано на рисунке 3.16, а, б, то было бы целесообразно обратить внимание на структуру парциальных блоков (рисунок 3.16, б), в которых нашло отражение в знаменателях передаточных функций блоков параметра k_2 .

а)



б)

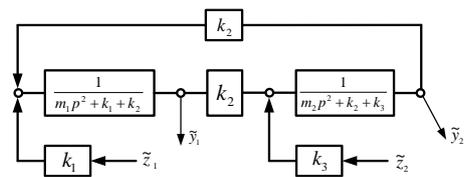


Рисунок 3.16. Расчетная (а) и структурная (б) схемы для системы цепного типа с поступательными парциальными блоками

Этот параметр отражает характер связей для системы определенного типа. В данном случае (рисунок 3.16, а) при координатах y_1 и y_2 связь между парциальными системами называется упругой. Наличие k_2 , повторяющегося в структурах на рисунке 3.16, б, предопределяет правила трансформации структурных схем, полученных на основе преобразований Лапласа, что использовалось при выводе уравнений (3.69), (3.70) и построении схем (рисунок 3.15, рисунок 3.16, б). Для последующих исследований произведем ряд преобразований уравнений (3.69), (3.70).

Изменим выражения для парциальных систем на схеме, приведенной на рисунок 3.15

$$\begin{aligned} & J_1 p^2 + l_1^2(k_1 + k_3) + l_2^2(k_2 + k_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) - (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) = \\ & = J_1 p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 l_1 \cdot (l_1 - l_3) + k_4 l_2 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) \end{aligned} \quad (3.71)$$

В свою очередь, для второй парциальной системы

$$\begin{aligned} & J_2 p^2 + k_3 l_3^2 + k_4 l_4^2 + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) - (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) = \\ & = J_2 p^2 + k_3 l_3 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_4 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4) \end{aligned} \quad (3.72)$$

Отметим, что структурная схема на рисунок 3.15 преобразуется к виду, как показано на рисунке 3.17.

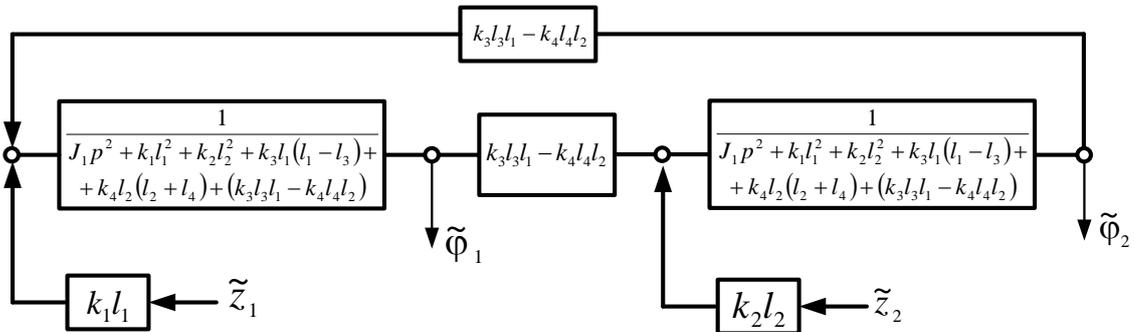


Рисунок 3.17. Структурная схема системы с двумя твердыми телами, имеющими точки вращения по схеме рычага второго рода

Такая структурная схема отображает взаимодействия между углами поворота твердых тел $\tilde{\varphi}_1$ и $\tilde{\varphi}_2$, также как, если бы $\tilde{\varphi}_1$ и $\tilde{\varphi}_2$ были координатами поступательного движения. В данном случае наглядно проявляется свойство аналогии между вращательными и поступательными движениями. Внешнее воздействие учитывается обычным способом и на структурной схеме, приведенной к твердому

телу $\tilde{M}_{np1} = k_1 l_1 \tilde{z}_1$ соответствует кинематическому возмущению со стороны основания ($z_1 \neq 0, z_2 = 0$). Используя входное воздействие \tilde{M}_{np1} , можно построить соответствующие передаточные функции. Структурной схеме на рисунке 3.16 соответствует расчетная схема, которая приведена на рисунке 3.18.

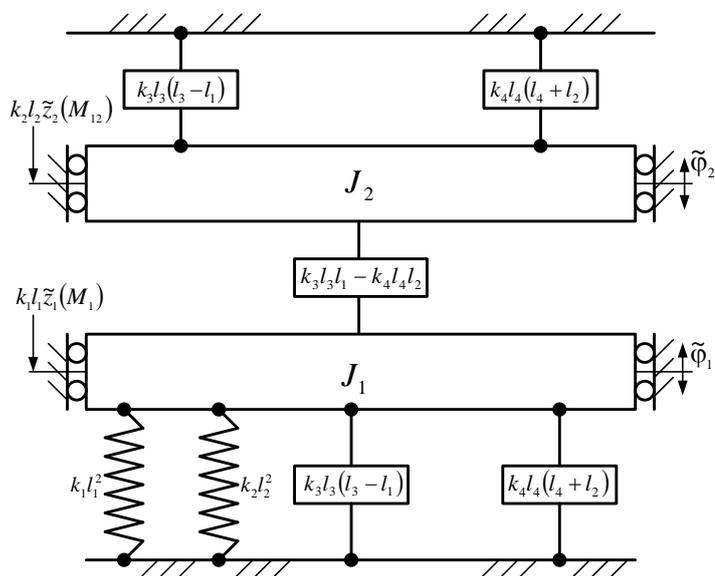


Рисунок 3.18. Приведенная расчетная схема, эквивалентная исходной системе на рисунке 3.14

Из рисунка 3.18 можно сделать такой вывод, что система на рисунке 3.14 является такой же цепной системой, как это показано, в частности, на рисунке 3.16, *а*. Отметим также, что расчетная схема на рисунке 3.18 является аналогом расчетной схемы на рисунке 3.16, *а*. Используя схему на рисунке 3.18, можно построить структурную схему на рисунке 3.17 таким же образом, как строится структурная схема на рисунке 3.16, *б* для расчетной схемы на рисунке 3.16, *а*. Расчетная схема на рисунке 3.18 является эквивалентной схемой по отношению к схеме на рисунке 3.14. Отличия заключаются в том, что угловые координаты φ_1 и φ_2 , в данном случае, отражают (в условном плане) поступательное движение. То есть угловое движение выступает аналогом поступательного движения. При этом J_1 и J_2 на данной схеме являются аналогами масс в поступательном движении. В качестве внешнего возмущения выступает момент силы, сформированной движением основания ($z_1 \neq 0$) (принимается, что $z_2 = 0$, что не снижает общности рассмотрения динамических состояний).

Упругие элементы в исходной системе, обозначенные коэффициентами жесткости k_1, k_2, k_3, k_4 , при переходе к системе-аналогу трансформируются в упругие элементы-аналоги: $k_1 l_1^2, k_2 l_2^2$, которые, в физическом смысле, определяют упругие свойства взаимодействия во вращательном движении. Основное отличие подхода по сравнению с исходными представлениями (рисунок 3.18) заключается в том, что система, реализующая взаимодействие парциальных систем вращательного типа, трансформируется в схему взаимосвязей, характерных для поступательных движений.

3.3.2. Взаимодействия систем с рычажными связями

Используя структурную схему на рисунке 3.17, найдем передаточную функцию системы при выходном сигнале $\tilde{\varphi}_2$ и входном сигнале $-\tilde{M}_1$ – моменте внешних сил, создаваемых движением основания z_1 ($z_2 = 0$); таким образом

$$W_1 = \frac{\tilde{\varphi}_1}{\tilde{M}_1} = \frac{J_2 p^2 + k_3 l_3 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_4 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)}{[A] \cdot [B] - (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)}, \quad (3.73)$$

где

$$A = J_1 p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 l_1 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_2 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4), \quad (3.74)$$

$$B = J_2 p^2 + k_3 l_3 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_4 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4). \quad (3.75)$$

После преобразований получим, что

$$W_1 = \frac{\tilde{\varphi}_1}{\tilde{M}_1} = \frac{J_2 p^2 + k_3 l_3^2 + k_4 l_4^2}{\left(\begin{array}{l} [J_1 p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 l_1^2 + k_4 l_2^2] \cdot \\ \cdot [J_2 p^2 + k_3 l_3^2 + k_4 l_4^2] - (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)^2 \end{array} \right)}. \quad (3.76)$$

Если воспользоваться расчетной схемой на рисунке 3.18, которая является схемой-аналогом по отношению к вращательному движению, то можно получить такой же результат. В таблице 3.2 приведены коэффициенты уравнений движения (3.69), (3.70), преобразованные для получения необходимых соотношений между схемами-аналогами.

Таблица 3.2. Коэффициенты уравнений движения по координатам φ_1, φ_2 в схеме-аналоге поступательного движения

a_{11}	a_{12}
$A = J_1 p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_3 l_1 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_2 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)$	$-(k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)$
a_{21}	a_{22}
$-(k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)$	$J_2 p^2 + k_3 l_3 \cdot (l_3 - l_1) + k_4 l_4 \cdot (l_2 + l_4) + (k_3 l_1 l_3 - k_4 l_2 l_4)$
\tilde{Q}_1	\tilde{Q}_2
$\tilde{M}_1 = k_1 l_1 \tilde{z}_1$	$k_2 l_2 z_2$

Примечание: \tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2 – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2$

Используя расчетную схему на рисунке 3.18 и соответствующие параметры коэффициентов уравнений (таблица 3.2), можно получить аналогичное (3.73) выражение для определения передаточной функции $W_1(p)$.

В данном случае интерес представляет рассмотрение механической колебательной системы, состоящей из двух парциальных систем, совершающих вращательные движения по координатам φ_1 и φ_2 .

При соответствующих преобразованиях структурные и расчетные схемы такой исходной системы становятся схемами-аналогами по отношению к системам, которые имеют парциальные блоки, совершающие только поступательные движения. В этом случае крутильные жесткости упругих элементов соответствуют жесткостям обычных пружин, а момент инерции твердых тел J_1 и J_2 являются аналогами твердых тел в поступательном движении. Если ввести в рассмотрение

передаточные отношение $i_1 = \frac{l_2}{l_1}$ и $i_2 = \frac{l_4}{l_3}$, то выражение для передаточной функции

(при $L_{13} = l_3 / l_1$) можно преобразовать к виду

$$W_1(p) = \frac{\tilde{\varphi}_1}{\tilde{M}_1} = \frac{l_3^2 \cdot (J_3 / l_3^2 + k_3 + k_4 i_2^2)}{\left(l_1^2 \cdot l_3^2 \cdot [J_1 / l_1^2 + k_1 + k_2 i_1^2 + i_{13}^2 \cdot (k_3 + k_4 i_2^2)] \times \right. \\ \left. \times (J_2 / l_3^2 + k_3 + k_4 i_2^2) - (k_3 - k_4 i_1 i_2)^2 \right)}, \quad (3.77)$$

где $i_{13} = \frac{l_3}{l_1}$.

В свою очередь

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 \cdot (J_3/l_3^2 + k_3 + k_4 i_2^2)}{\left([J_1/l_1^2 + k_1 + k_2 i_1^2 + i_{13}^2 \cdot (k_3 + k_4 i_2^2)] \times \right. \\ \left. \times (J_2/l_3^2 + k_3 + k_4 i_2^2) - (k_3 - k_4 i_1 i_2)^2 \right)}, \quad (3.78)$$

Выражения (3.77), (3.78) можно преобразовать, используя соотношения $y_1 = \varphi_1 l_1$, $y_2 = \varphi_2 l_3$, $m_1 = \frac{J_1}{l_1^2}$, $m_2 = \frac{J_2}{l_3^2}$. При таком подходе массоинерционные параметры приводятся к концам рычагов с соответствующими длинами l_1 и l_3

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{z}_1} = \frac{k_1 \cdot (m_2 p^2 + k_3 + k_4 i_2^2)}{\left([m_1 p^2 + k_1 + k_2 i_1^2 + i_{13}^2 \cdot (k_3 + k_4 i_2^2)] \times \right. \\ \left. \times (m_2 p^2 + k_3 + k_4 i_2^2) - (k_3 - k_4 i_1 i_2)^2 \right)}. \quad (3.79)$$

Аналогичным образом рассматриваются системы, где массы m_1 и m_2 находятся с одной стороны точек вращения (тт. O , O_2).

Таким образом, система в координатах φ_1 и φ_2 может быть трансформирована в эквивалентную систему цепного типа с координатами поступательного движения y_1 и y_2 .

3.4. Выводы по третьей главе

1. Если принять во внимание виды движения парциальных систем, то механические колебательные системы можно разделить на два класса: системы, в которых движения парциальных систем являются однородными (поступательными или вращательными). Другим классом являются комбинированные механические колебательные системы, где парциальные системы могут совершать разные виды движения. Необходимо отметить, что вращательные движения, в свою очередь, могут быть различными, в зависимости от положения оси вращения твердого тела. Особый класс составляют механические колебательные системы, в которых между элементами реализуются винтовые движения.

2. В механических колебательных системах с парциальными системами однородного типа в соотношениях между параметрами состояния, в частности, ме-

жду координатами, формируются соотношения, которые могут быть названы рычажными связями (виртуальные рычаги). Такие связи проявляются в статических и динамических режимах и зависят существенным образом от расположения действующих сил.

3. Предложен обобщенный подход к оценке свойств рычажных связей, основанный на использовании передаточных функций систем, возможности построения которых опираются на использование структурного математического моделирования. Разработана технология приведения систем к обобщенной или базовой модели с применением понятий о квазипружинах. Последние обладают приведенными статическими или динамическими жесткостями упругой системы с учетом особенностей структуры внешних возмущений.

4. Предлагается метод преобразований исходных математических моделей в виде структурных схем, позволяющий различные механические системы приводить к эквивалентным моделям механических колебательных систем цепного типа.

5. При рассмотрении свойств комбинированных механических колебательных систем (системы с твердыми телами, имеющими возможности совершать угловые колебания) рычажные связи могут интерпретироваться как связи между параметрами в винтовой кинематической паре.

6. Рычажные связи как устойчивые соотношения между координатами или динамическими реакциями в точках могут быть выделены в механических колебательных системах других видов, например, в механизмах. В механических колебательных системах передаточные отношения рычажных связей, в общем случае, зависят от особенностей внешнего гармонического возмущения. При изменении частоты внешнего возмущения параметры рычажных связей могут изменяться в широких пределах, в том числе, менять знак и иметь предельные значения (0 и ∞).

7. Рычажные связи в механических колебательных системах могут быть реализованы в зависимости от вида системы через безразмерное передаточное отношение, определяемое компонентами упругой системы, формирующейся при со-

единениях типовых элементов между собой. В системах комбинированного типа передаточное отношение имеет физический смысл параметров винтовой передачи: смещение на единицу угла поворота или поворот элемента на единицу смещения.

8. Выделение рычажных связей в системах с твердым телом, совершающим угловые колебания, производится с учетом метрики расположения точек соединения элементов системы между собой и имеет вид передаточных отношений рычагов первого и второго родов, как отношения расстояний между точками контактов и точкой вращения.

9. Визуализация рычажных связей в механических колебательных системах с твердым телом вращения проще всего происходит при рассмотрении передаточных функций с «занулением» значений моментов инерции. В этом случае вводится в рассмотрение рычаг как некоторое невесомое звено, реализующее функции соединения и трансформации движения. В противном случае вводится в рассмотрение понятие весомого рычага, что приводит к обычным технологиям частного анализа динамических систем.

ГЛАВА 4. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ РЫЧАЖНЫХ СВЯЗЕЙ

Как было показано в первой и второй главах диссертации рычажные связи и механизмы широко представлены в различных конструктивно-технических формах, характерных для решения многих задач динамики машин, в том числе в задачах виброизоляции и виброзащиты технических объектов. В механических колебательных системах обычного вида рычажные связи проявляются в специфических формах, что достаточно просто раскрывается при использовании структурных математических моделей системы и соответствующего аппарата частотного анализа динамических систем.

В более наглядной форме рычажные связи проявляются при рассмотрении динамических взаимодействий в механических колебательных системах, где парциальные системы отражают свойства твердых тел, совершающих угловые колебания. В таких случаях рычажные связи реализуются в виде рычагов первого и второго родов и в различных формах простых и сложных соединений. Механические колебательные системы, как расчетные схемы технических систем и виброзащитных систем, в частности, могут иметь в своем составе различные структурные образования из типовых элементарных звеньев, в том числе и механизмов, состоящих из твердых тел, соединенных определенными кинематическими параметрами. Часто такие образования рассматриваются в виде отдельных блоков или так называемых групп Ассура [11].

В задачах динамики плоских механизмов широко используются двухповодковые группы Ассура (один из примеров такого подхода приведен во второй главе диссертации для иллюстрации определения приведенных параметров). В работах автора диссертации [108, 114] нашли отражение вопросы оценки динамических свойств виброзащитных систем, в которых рычажные связи реализуются шарнирно-рычажными механизмами. Что касается отображения динамических свойств подобного рода, то необходимо принять во внимание особенности движения таких структурных образований, поскольку виброзащитная система рассматривается, как правило, в состояниях малых колебаний относительно положе-

ния статического равновесия. Аналогичные случаи характерны и для динамики транспортных средств и технологических машин вибрационного типа.

Большим разнообразием рычажных связей отличаются механические системы, включающие в состав устройства для преобразования движения, а также механические цепи и механизмы различной природы. Такие подходы часто реализуются в конструкциях подвесок транспортных машин, при разработке вибрационных технологических машин, при создании которых решаются вопросы создания определенных пространственных структур вибрационного поля.

Учет особенностей рычажных связей, привносимых механическими цепями и механизмами, требует разработки достаточно специфичных приемов построения математических моделей технических объектов и анализа их динамических свойств. В дальнейших материалах используются для исследования некоторые предложения автора, защищенные патентами на полезные модели [12, 91, 103, 175].

4.1. Дополнительные массы в структуре рычажных механизмов

Механизмы в структурах виброзащитных систем реализуют функции наложения дополнительных связей, создающих определенные условия в решении специфических задач динамики машин [83, 84, 94, 174].

Автором диссертации развиваются методологические основы подходов к построению математических моделей механических колебательных систем, в частности, виброзащитных, в структуре которых имеются механизмы как дополнительные элементы системы.

4.1.1. Варианты расположения дополнительных масс

Предлагается обобщенный подход, связанный со структурными интерпретациями механизмов в составе механических колебательных систем с использованием понятий об устройствах с преобразованием движения. По существу, такое определение может быть отнесено к любому механизму, так как передача движения в механической цепи, так или иначе, связана с преобразованием движения.

Устройством для преобразования движения (УПД), в частности, как это было показано во второй главе диссертации, может быть назван несамотормозящийся винтовой механизм с функциями типового дифференцирующего звена второго порядка. Винтовой механизм, как было показано [89], может в определенной постановке задач, интерпретироваться как своеобразный рычаг, в котором постоянное соотношение связывает параметры вращательного и поступательного движения элементов кинематической пары. Подробности таких представлений приводятся в работе автора [80]. На рисунках 4.1, *a – e* показаны варианты расположения механизмов в базовой расчетной схеме (рисунок 4.1, *a*), где объект защиты массой M опирается на упругий элемент жесткостью k и обобщенный механизм, обозначенный «УПД». В свою очередь, на рисунке 4.1, *б* показана одна из интерпретаций УПД в виде винтового механизма. В последующих исследованиях используются и шарнирно-рычажные механизмы.

В данном случае рассматриваются гармонические возмущения: силовое $Q(t)$ и кинематическое $z(t)$; используется система координат, связанная с неподвижным базисом. Предполагаются малые движения системы относительно положения статического равновесия, силы сопротивления отсутствуют, а система обладает линейными свойствами.

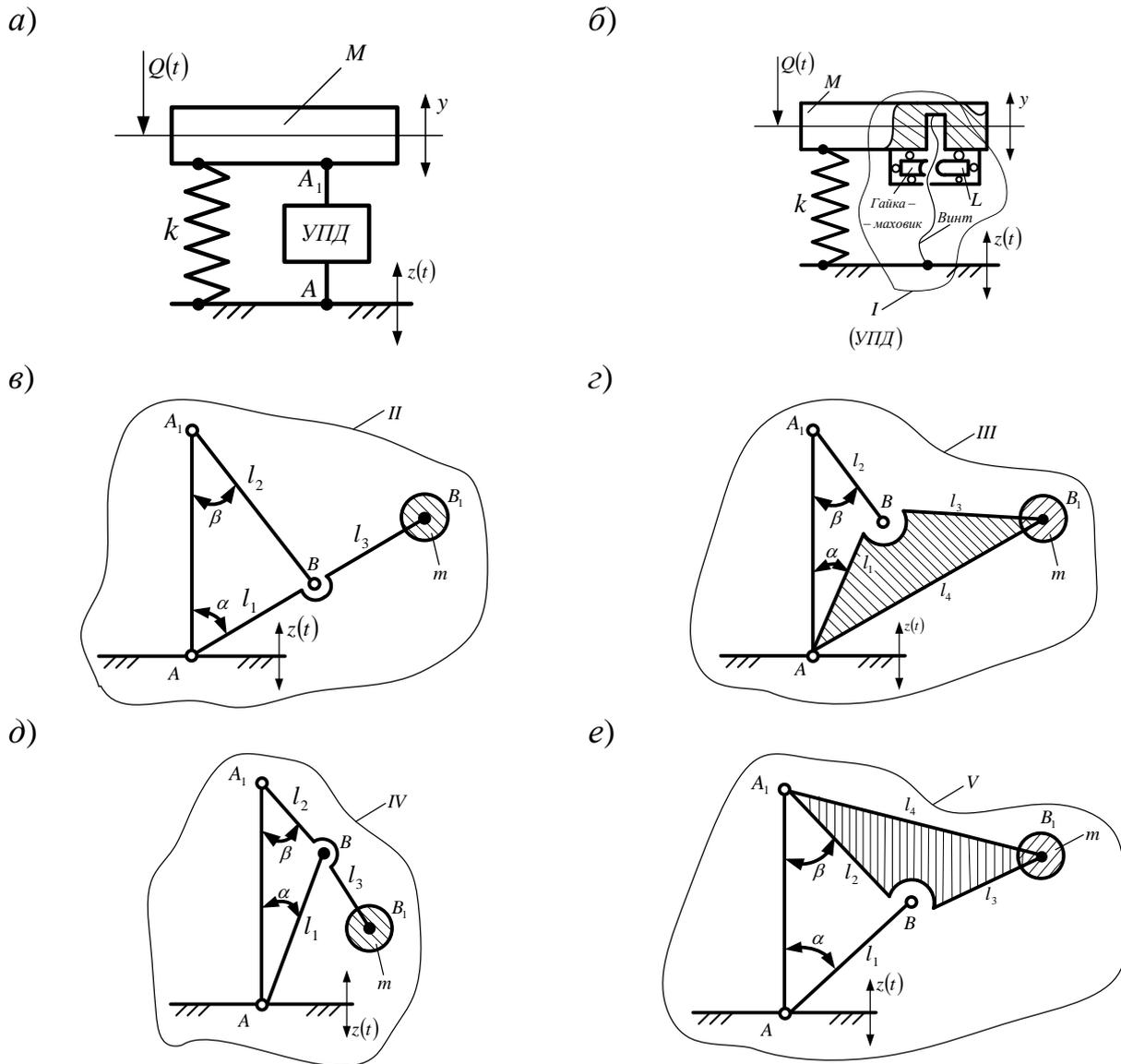


Рисунок 4.1. Виброзащитные системы с устройствами для преобразования движения: *а* – базовая расчетная схема с опорным упругим элементом и устройством для преобразования движения (УПД); *б* – УПД в виде несамотормозящегося механизма; *в* – УПД в виде шарнирно-рычажного механизма с дополнительной массой и удлинением нижнего рычага; *г* – УПД с изогнутым нижним рычагом; *д* – УПД – с дополнительной массой на удлинённом верхнем рычаге; *е* – УПД с изогнутым верхним рычагом

Приведенные варианты виброзащитных систем отражают особенности конструктивно-технических форм устройств, формирующих при действии на объект защиты вибраций, дополнительные силы инерции. Эти силы реализуют эффекты динамических взаимодействий элементов, что проявляется через изменения частотных характеристик систем и создание определенных динамических режимов, в частности, режимов динамического гашения колебаний.

В системе (рисунки 4.1, *a*, *б*) используются опорный упругий элемент жесткостью k ; объект защиты массой M , а также учитываются массоинерционные параметры (L и m), привносимые устройствами для преобразования движения.

На рисунке 4.1, *б* показана виброзащитная система с устройством в виде несамотормозящегося винтового механизма (контур L). При относительном движении объекта защиты M в результате относительных движений элементов формируются упругие и дополнительные инерционные силы. В данном случае L является параметром, характеризующим приведенную массу УПД, зависящую от момента инерции гайки-маховика, радиуса винта и угла наклона винтовой линии. Особенностью схемы на рисунке 4.1, *б* является то обстоятельство, что ось вращения гайки-маховика находится в плоскости движения у объекта защиты. Силы сопротивления в винтовом механизме (а также и для последующих случаев на рисунках 4.1, *в* – *е*) не учитываются. В [89, 114] динамика механических колебательных систем с УПД по схеме на рисунке 4.1, *б* достаточно подробно представлена, что, в определенной степени, инициировало внимание к учету динамических особенностей, создаваемых другими механизмами.

Плоские шарнирно-рычажные механизмы (рисунки 4.1, *в* – *е*) отличаются тем, что оси вращательных шарниров располагаются перпендикулярно оси плоскости движения у объекта защиты. В контурах II ÷ V на рисунках 4.1, *в* – *е* показаны варианты расположения дополнительных грузов массой m для обеспечения настройки виброзащитных систем простейшими способами, что достигается, например, простым изменением положения дополнительной массы m (меняется l_3).

Кроме того, на схеме рисунке 4.1, *г* и рисунке 4.1, *е* показаны варианты использования изогнутых рычагов. Последнее связано с возможностью выноса в зону обслуживания механизмов настройки или перемещения дополнительных масс. Верхние и нижние рычаги на рисунках 4.1, *в* – *е* считаются невесомыми жесткими стержнями. Предполагается, что внешние возмущения могут быть силовыми (они приложены непосредственно к объекту защиты M) или кинематическими, что связано с вибрациями основания. Рассматриваются гармонические формы вибраций и малые движения всех элементов виброзащитных систем относительно положе-

ния статического равновесия. Приведенные на рисунках 4.1, $v - e$ параметры виброзащитных систем: углы наклона рычагов α и β , длины звеньев $l_1 \div l_4$, дополнительная масса m определяют конфигурацию виброзащитной системы и, следовательно, её динамические свойства. При настройке виброзащитной системы названные параметры могут тем или иным способом изменяться, что, в частности, относится к изучению эффектов, возникающих при различных видах внешнего возмущения.

4.1.2. Математические модели системы. Вынужденные колебания

При анализе систем на рисунке 4.1 необходимо учитывать особенности действия силового и кинематического внешних возмущений.

Силовое возмущение ($Q \neq 0, z = 0$). Рассматривается схема на рисунке 4.1, v . Точка O_1 на рисунке 4.2 является мгновенным центром скоростей. Скорость точки B может быть найдена из соотношений:

$$\dot{y}_B = \dot{y} \cdot a; \quad (4.1) \quad a = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.2)$$

В данном случае $i = \frac{l_2}{l_1}$ – передаточное отношение длин верхнего и нижнего стержней.

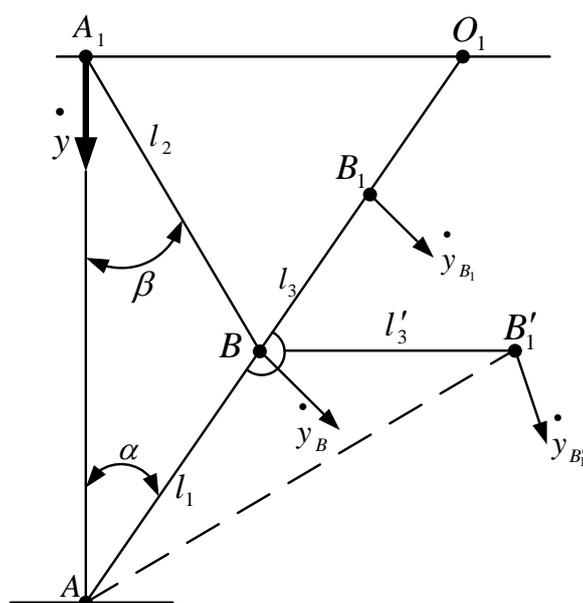


Рисунок 4.2. Кинематическая схема системы, представленной на рисунке 4.1,

Определение кинематических параметров. Угловая скорость нижнего рычага относительно точки A может быть найдена

$$\omega_1 = \frac{\dot{y}_B}{AB} = \frac{\dot{y}_B}{l_1} = \frac{y \cdot a}{l_1} = \dot{y} \cdot \frac{i \cdot \cos \beta}{l_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)} \quad (4.3)$$

Скорость точки B_1 в данном случае определится выражением:

$$\dot{y}_{B_1} = \omega_1 \cdot (l_1 + l_3) = \dot{y} \cdot \frac{i \cdot (l_1 + l_3) \cdot \cos \beta}{l_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)} = \dot{y} \cdot b; \quad (4.4) \quad b = \frac{i \cdot (l_1 + l_3) \cdot \cos \beta}{l_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.5)$$

Если в схеме используется изогнутый рычаг в связи с положением т. B'_1 , то вектор скорости т. B'_1 будет направлен перпендикулярно AB_1 . Что касается длины AB'_1 , то она может быть определена как длина l_4 из геометрических соотношений

$$\left| \dot{y}_{B'_1} \right| = \dot{y} \cdot \frac{i \cdot l_4 \cdot \cos \beta}{l_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.6)$$

При наличии изогнутого рычага можно ввести параметр

$$b_1 = \frac{i \cdot l_4 \cdot \cos \beta}{l_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.7)$$

Увеличение расстояния l_4 (или l_3) приводит к увеличению параметра b . Для составления уравнения движения системы, схема которой приведена на рисунке 4.1, *в*, то, составим выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} M \left(\dot{y} \right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{y}_{B'_1} \right)^2, \quad (4.8) \quad \Pi = \frac{1}{2} \cdot k(y - z)^2. \quad (4.8')$$

Уравнение движения системы примет вид

$$\ddot{y} \cdot (M + mb_1^2) + ky = Q. \quad (4.9)$$

Из (4.9) можно перейти к структурной схеме системы (рисунок 4.3, *а – з*), используя преобразования и методические приемы, изложенные в предшествующих разделах.

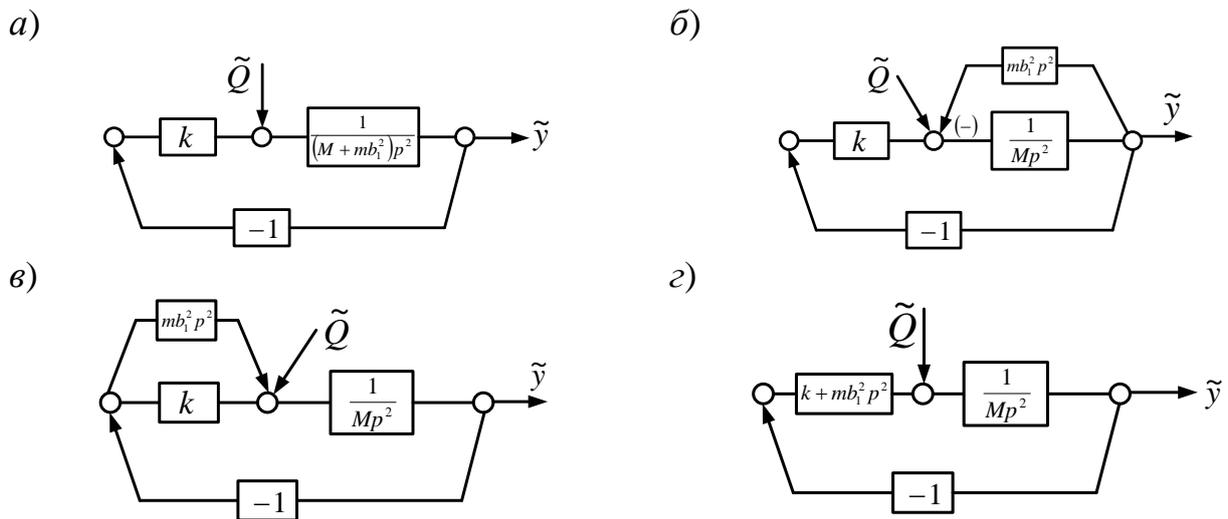


Рисунок 4.3. Структурные схемы виброзащитных систем, соответствующих уравнению (4.8): *a* – система обладает приведенной массой $(M + mb_1^2)$; *б* – УПД является обратной дополнительной связью по ускорению по отношению к объекту защиты; *в* – УПД как параллельное звено; *г* – упругий элемент и УПД могут соединяться по правилам параллельного соединения пружин

Таким образом, УПД при силовом возмущении трансформируется в звено с передаточной функцией типового дифференцирующего элемента второго порядка. Способы введения такой дополнительной связи соответствуют правилам преобразований в структурной теории виброзащитных систем. Передаточная функция системы может быть определена из уравнения (4.9) или непосредственно из структурных схем на рисунках 4.3, *a – г*; в данном случае

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{Q}} = \frac{1}{(M + mb_1^2) \cdot p^2 + k}. \quad (4.10)$$

Из (4.10) можно найти частоту собственных колебаний системы:

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k}{M + mb_1^2}. \quad (4.11)$$

Введение УПД может рассматриваться как способ управления частотой собственных колебаний. Для этих целей могут варьироваться параметры рычагов, дополнительной массы m и углы установки звеньев. Если угол установки α будет принимать малые значения, то приведенная масса:

$$M_{\text{пр}} = M + mb_1^2 \quad (4.12)$$

может принимать большие значения за счет возрастания параметра b_1 .

Возмущение, вызываемое движением опорной поверхности. При кинематическом возмущении исходная система (рисунок 4.1, в) будет вести себя иначе, так как движение основания ($z \neq 0, Q = 0$) формирует дополнительные силы инерции. Эти силы можно рассматривать как силы инерции переносного движения. В частности, скорость точки B будет представлять собой сумму скоростей движения, создаваемых колебаниями основания $\left(\dot{y}_{B_{\text{пер}}}\right)$, а также перемещения объекта защиты $\left(\dot{y}_{B_{\text{отн}}}\right)$. Аналогичным образом должны рассматриваться и скорости тт. B_1 и B'_1 . Для кинематических расчетов построим принципиальную схему, как показано на рисунке 4.4.

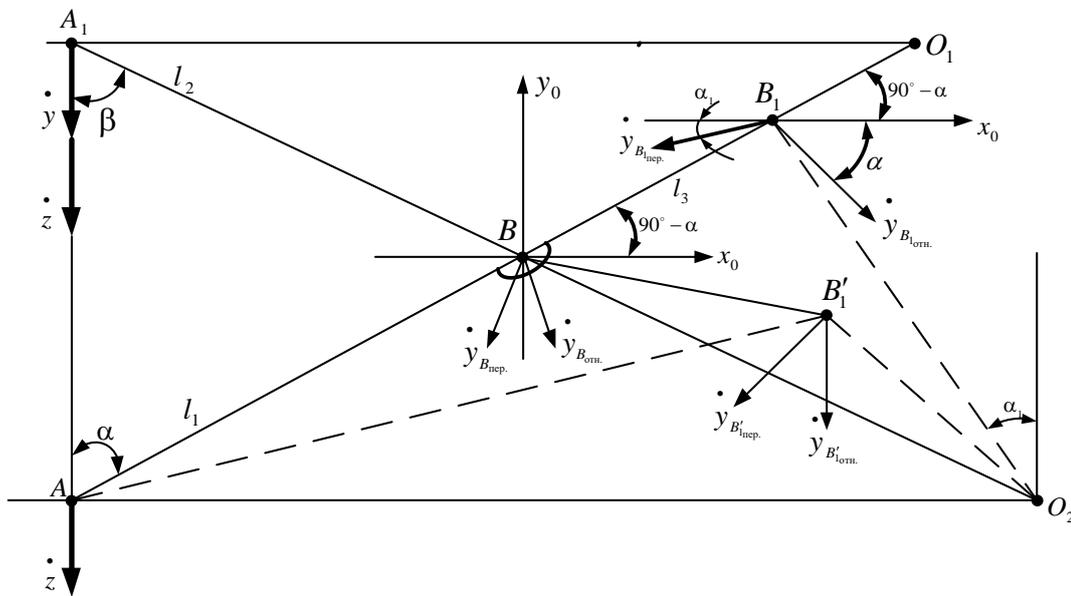


Рисунок 4.4. Кинематическая схема для расчета соотношений параметров при кинематическом возмущении

Определение скоростей точек. Найдем скорость точки B , при этом:

$$\dot{y}_B = \dot{y}_{B_{\text{отн}}} + \dot{y}_{B_{\text{пер}}} \quad (4.13)$$

$\dot{y}_{B_{\text{отн}}}$ может быть определена из выражения (4.1)

$$\left| \dot{y}_{B_{\text{отн}}} \right| = y \cdot a,$$

при этом a используется в соответствии с выражением (4.2).

Вектор скорости $\dot{y}_{B_{отн}}$ перпендикулярен AO_1 (O_1 – мгновенный центр скоростей при $\dot{z} = 0$, $\dot{y} \neq 0$). В свою очередь, вектор скорости $\dot{y}_{B_{пер}}$ перпендикулярен A_1O_2 (O_2 – мгновенный центр скоростей при $\dot{z} \neq 0$, $\dot{y} = 0$). Величина $\dot{y}_{B_{пер}}$ определяется выражением

$$\dot{y}_{B_{пер}} = \frac{\dot{z} \cdot BO_2}{AO_2}. \quad (4.14)$$

Найдем, что $AO_2 = (l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta$, $BO_2 = A_1O_2 - l_2$, $A_1O_2 = \frac{l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \beta}{\cos \beta}$,

$BO_2 = l_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ и получим

$$\dot{y}_{B_{пер}} = \frac{\dot{z} \cdot l_1 \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot (l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \beta)} = \frac{\dot{z} \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cos \beta)}. \quad (4.15)$$

В данном случае

$$\dot{y}_{B_{пер}} = \dot{z} \cdot a_1, \quad (4.16) \quad \text{где: } a_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cos \beta)}. \quad (4.17)$$

Так как $a = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cos \beta)}$, то, вводя соотношения $(\cos \alpha + i \cos \beta) = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot a}$,

$(\cos \alpha + i \cos \beta) = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot a_1}$, найдем

$$\frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot a} = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot a_1}; \quad \frac{a_1 \cdot i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot a}{\sin \beta}; \quad a_1 = a \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \beta \cdot i \cdot \cos \beta}.$$

Вектор скорости точки B , проектируется на оси координат y_0 и x_0 в соответствии с рисунком 4.4 (в проекциях на оси y_0 и x_0), тогда

$$\dot{y}_{B_{x_0}} = \dot{y}_{B_{отн, x_0}} - \dot{y}_{B_{пер, x_0}} = \dot{y}_{B_{отн}} \cdot \cos \alpha - \dot{y}_{B_{пер}} \cdot \cos \beta. \quad (4.18)$$

$$\dot{y}_{B_{y_0}} = -\dot{y}_{B_{отн}} \cdot \sin \alpha - \dot{y}_{B_{пер}} \cdot \sin \beta; \quad (4.19)$$

при этом

$$\dot{y}_{B_{пер}} = a_1 \cdot \dot{z}; \quad (4.20) \quad \dot{y}_{B_{отн}} = a \cdot \dot{y}, \quad (4.21),$$

где $a = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cos \beta)}$; $a_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cos \beta)}$.

Из (4.18) следует, что

$$\dot{y}_{B_{x_0}} = a \cdot \dot{y} \cdot \cos \alpha - a_1 \cdot \dot{z} \cdot \cos \beta; \quad (4.22)$$

$$\dot{y}_{B_{y_0}} = -a \cdot \dot{y} \cdot \sin \alpha - a_1 \cdot \dot{z} \cdot \sin \beta; \quad (4.23)$$

тогда можно получить

$$\begin{aligned} \dot{y}_B = \sqrt{a^2 \cdot (\dot{y})^2 \cos^2 \alpha - 2aa_1 \dot{y} \dot{z} \cos \alpha \cdot \cos \beta + a_1^2 \cdot (\dot{z})^2 \cos^2 \beta + a^2 \cdot (\dot{y})^2 \sin^2 \alpha +} \\ + 2aa_1 \dot{y} \dot{z} \sin \alpha \cdot \sin \beta + a_1^2 \cdot (\dot{z})^2 \sin^2 \beta} \\ V_B^2 = a^2 \cdot (\dot{y})^2 + a_1^2 \cdot (\dot{z})^2 + 2aa_1 \dot{y} \dot{z} (\sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Если принять, что

$$b_2 = \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta,$$

то в этом случае

$$(\dot{y}_B)^2 = a^2 \cdot (\dot{y})^2 + a_1^2 \cdot (\dot{z})^2 + 2aa_1 \dot{y} \dot{z} \cdot b_2. \quad (4.25)$$

4.1.3. Особенности динамических свойств системы при кинематических возмущениях

Построим математическую модель системы при кинематическом возмущении. Найдем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{y} - \dot{z})^2 + \frac{1}{2} m \cdot (\dot{y}_B)^2 = \frac{1}{2} M (\dot{y} - \dot{z})^2 + \frac{1}{2} m \cdot \left[a^2 \cdot (\dot{y})^2 + a_1^2 \cdot (\dot{z})^2 + 2aa_1 b_2 \dot{z} \dot{y} \right] \quad (4.26)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k \cdot (y - z)^2. \quad (4.27)$$

Используя уравнение Лагранжа второго рода и преобразования Лапласа, получим выражения для передаточной функции при входном воздействии \tilde{z} и выходном — \tilde{y}

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{z}} = \frac{aa_1 b_2 m p^2 + k}{(M + a^2 m) p^2 + k}, \quad (4.28)$$

где $b_2 = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$.

Частота собственных колебаний системы не изменяется по сравнению со случаем силового возмущения; вместе с тем, в системе может быть обнаружено два динамических эффекта. Первый – это режим динамического гашения колебаний на частоте

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k}{aa_1b_2m}. \quad (4.29)$$

Во-вторых, при $p \rightarrow \infty$ ($p = j\omega$ – комплексная переменная $j = \sqrt{-1}$) передаточная функция (4.28) трансформируется к виду

$$\left| W(p) \right|_{p \rightarrow \infty} = \frac{\tilde{y}}{\tilde{z}} = \frac{aa_1b_2m}{M + a^2m}. \quad (4.30)$$

Более подробно форма амплитудно-частотной характеристики рассматриваются в работе автора [80].

Если $\alpha = \beta$, то: $b_2 = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$. При $\alpha = 45^\circ$ $b_2 = 0$. Если $\alpha < 45^\circ$, то: $b_2 > 0$. При $\alpha > 45^\circ$ $b_2 < 0$.

Таким образом, механизм с массой в точке B может интерпретироваться как дополнительная связь, создаваемая дифференцирующим звеном второго порядка. Возможности звена определяются параметрами m , a , a_1 , b_2 . Если точка присоединения дополнительной массы находится в точке B_1 , то скорость точки B_1 определяется по аналогии с (4.4)

$$\dot{\bar{y}}_{B_1} = \dot{\bar{y}}_{B_{\text{отн.}}} + \dot{\bar{y}}_{B_{\text{пер.}}} \quad (4.31)$$

Если проецировать (4.31) на оси y_0 , x_0 , то получим следующие соотношения

$$\left| \dot{\bar{y}}_{B_{\text{отн.}}} \right| = \omega_2 \cdot AB_1; \quad \omega_2 = \frac{\dot{y}_{B_{\text{отн.}}}}{l_1}. \quad (4.32)$$

$$\left| \dot{\bar{y}}_{B_{\text{отн.}}} \right| = \frac{\dot{y}_{B_{\text{отн.}}}}{l_1} \cdot (l_1 + l_3) \cdot \left| \dot{\bar{y}}_{B_{\text{отн.}x_0}} \right| = \frac{\dot{y}_{B_{\text{отн.}}}}{l_1} \cdot (l_1 + l_3) \cdot \cos \alpha. \quad (4.33)$$

Здесь $\dot{\bar{y}}_{B_{\text{пер.}}}$ – вектор скорости $\perp O_2B_1$. $\dot{y}_{B_{\text{пер.}x_0}} = \dot{y}_{B_{\text{пер.}}} \cdot \cos \alpha_1$. $\left| \dot{\bar{y}}_{B_{\text{пер.}}} \right| = \frac{\dot{z} \cdot O_2B_1}{AO_2}$;

$AO_2 = \left(\frac{l_1 \cos \alpha + l_2 \cos \beta}{\text{tg } \beta} \right)$. При этом величина O_2B_1 определяется по схеме на рисунке 4.4.

Из (4.28) следует, что знак b_2 определяет вид амплитудно-частотной характеристики системы.

Если $b_2 > 0$, то числитель (4.28) будет положительным при любом значении p . В том случае, когда $p \rightarrow \infty$, возможно «запирание», при этом

$$|W(p)|_{p \rightarrow \infty} = \frac{maa_1 b_2 p^2 + k}{(M + ma^2)p^2 + k} \rightarrow \frac{maa_1}{M + ma^2}. \quad (4.34)$$

Аналогичная ситуация складывается и при $b_2 < 0$ при $p \rightarrow \infty$. Однако, в этом случае в системе возможен режим динамического гашения колебаний на частоте, определяемой выражением (4.29). На рисунке 4.5 показана зависимость между углами α и β при $b_2 = 0$.

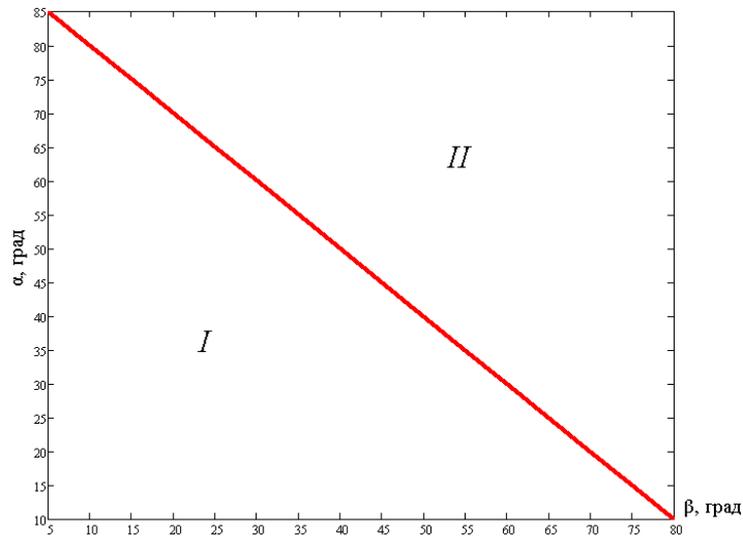


Рисунок 4.5. График зависимости α и β при $b_2 = 0$

Особенность зависимости между параметрами α и β на рисунке 4.5 такова, что график делит пространство параметров α и β на две области, обозначенные символами I и II . При этом пары значений из области I соответствуют $b_2 > 0$, а пары значений α и β из области II соответствуют $b_2 < 0$. На самом графике, для которого выполняется условие $b_2 = 0$, пары значений α и β определяют конфигурацию звеньев системы такую, что амплитудно-частотная характеристика системы будет иметь такой же вид, что и при силовом внешнем воздействии.

Таким образом

$$\dot{y}_{B_{1x0}} = \dot{y}_{B_{1отн.}} \cdot \cos \alpha - \dot{y}_{B_{1пер.}} \cdot \cos \alpha_1; \quad \dot{y}_{B_{1y0}} = -\dot{y}_{B_{1отн.}} \cdot \sin \alpha - \dot{y}_{B_{1пер.}} \cdot \sin \alpha_1. \quad (4.35)$$

$$\left(\dot{y}_{B_1}\right)^2 = \left[\dot{y}_{B_{1\text{отн.}}} \cdot \cos\alpha - \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} \cdot \cos\alpha_1\right]^2 + \left[\dot{y}_{B_{1\text{отн.}}} \cdot \sin\alpha + \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} \cdot \sin\alpha_1\right]^2. \quad (4.36)$$

Введем ряд соотношений

$$\begin{aligned} \dot{y}_{B_{1\text{отн.}}} &= \frac{\dot{y}_{B_{1\text{отн.}}}}{l_1} \cdot (l_1 + l_3); \dot{y}_{B_{1\text{отн.}}} = a \cdot \dot{y}; \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} = a_1 \cdot \dot{z}; \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} = \frac{\dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} \cdot B_1 O_2}{B O_2} = \frac{\dot{z} a_1 \cdot B_1 O_2}{B O_2}; b_3 = \frac{B_1 O_2}{B O_2}; \\ \frac{\dot{z}}{A O_2} &= \frac{\dot{y}_{B_{1\text{пер.}}}}{B O_2}; \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} = \dot{z} \cdot \frac{B O_2}{A O_2}; \dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} = \dot{z} \cdot b_3 \cdot a_1; B O_2 = A_1 O_2 - l_2; B O_2 = l_1 \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Получим, что

$$\dot{y}_{B_{1\text{пер.}}} = \dot{z} \cdot \frac{l_1 \cdot \cos\alpha}{\cos\beta \cdot (l_1 \cdot \cos\alpha + l_2 \cdot \cos\beta) \cdot \text{tg}\beta} = \dot{z} \cdot \frac{l_1 \cdot \cos\alpha}{\sin\beta \cdot (l_1 \cdot \cos\alpha + l_2 \cdot \cos\beta)}. \quad (4.38)$$

Дальнейшее построение уравнения движения и передаточной функции системы с учетом особенностей расположения дополнительных масс производится аналогичным образом, как и для расположения массы в точке B . Возможно рассмотрение и совместного действия дополнительных масс, что проводится по выше приведенной методике. Введение дополнительных связей, представляющих собой механические цепи в конфигурации механизма с нулевой степенью свободы или двухповодковой группы Ассур, расширяет возможности виброзащитных систем. Последнее достигается выбором конфигурации механической системы, зависящей от углов установки рычагов, а также их длин. Выбор параметров может существенно влиять на свойства системы через изменения амплитудно-частотных характеристик. Таким образом, вид внешнего воздействия имеет существенное значение для определения возможностей системы. Кинематическое воздействие отличается тем, что формирует дополнительные силы взаимодействия, определяемые переносным движением элементов, создаваемым вибрациями опорной поверхности. При определенных условиях влияние таких эффектов может компенсироваться конфигурацией и особенностями динамических взаимодействий между элементами системы. При силовом воздействии в системе также возникают дополнительные связи по абсолютному ускорению. Развиваемый подход и предлагаемый метод построения математических моделей позволяет оценивать возможности поиска и разработки новых конструктивно-технических решений, связанных с выносом дополнительных масс в различные зоны ВЗС, что мо-

жет быть использовано в задачах рационального проектирования виброзащитных систем. В частности, такие идеи нашли отражение в патенте автора [91] на полезную модель подвески транспортного средства.

4.2. Устройства для преобразования движения в рычажных структурах

Близкими по динамическому содержанию задачи, в которых развиваются методологические позиции в поиске и разработке способов и средств изменения состоянием колебательных систем, являются задачи по анализу и динамическому синтезу систем вибрационной защиты технических объектов. Близость задач динамики предопределяет, в существенной степени, целесообразность развития обобщенных подходов, связанных, в том числе, с попытками введения в рассмотрение новых типовых элементов и новых типов связей [91, 103, 175].

4.2.1. Особенности построения математических моделей

Рассматривается система вибрационной защиты [102], которая состоит из основного блока, состоящего из объекта защиты M с пружиной k_0 и специального механического колебательного контура, образованного шарнирно-рычажными механизмами. В шарнирах A и B закреплены массоинерционные элементы m . Кроме того, точки соединены между собой упругим элементом с жесткостью k (точки A и B) (рисунок 4.6).

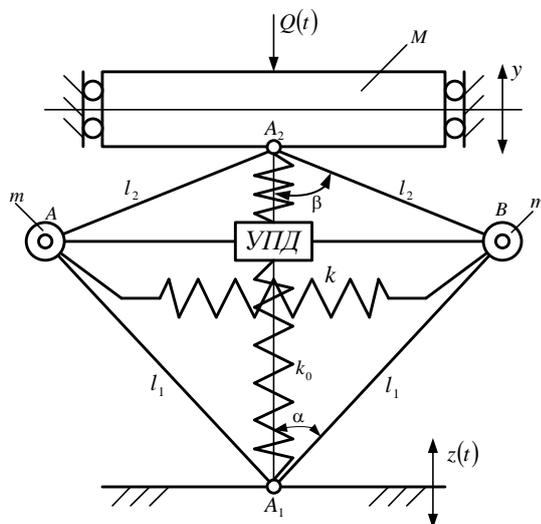


Рисунок 4.6. Расчетная схема виброзащитной системы с настраиваемыми упругомассовыми параметрами

Шарнирно-рычажные механизмы симметричны и имеют соответственно звенья в виде невесомых жестких стержней l_1 и l_2 . Углы α и β определяются конфигурацией системы по отношению к положению статического равновесия. Все движения элементов системы рассматриваются как малые, силы сопротивления в относительных движениях элементов считаются малыми. Кроме упругого элемента с жесткостью k точки A и B связаны между собой устройством для преобразования движения (УПД); L представляет собой приведенную массу устройства для преобразования движения, которая формирует инерционные взаимодействия между тт. A и B . В качестве такого устройства может быть, например, использован рассмотренный выше несамотормозящийся винтовой механизм. Возникающие инерционные силы определяются параметрами относительного движения тт. A и B . Полагается, что масса устройства для преобразования движения (L) мала и она не учитывается при определении кинетической энергии системы. В качестве внешних возмущений рассматривается силовое гармоническое воздействие Q , которое приложено к объекту защиты (M), а также кинематическое – в виде известного закона гармонического движения основания или опорной поверхности $z(t)$. При рассмотрении особенностей движения элементов системы (рисунок 4.6) учитывается, что в ней одновременно реализуется одно из внешних воздействий: силовое или кинематическое. Что касается совместного действия двух возмущений, то задача может быть решена в линейной постановке на основе метода суперпозиции. Однако в таком случае необходимо установление определенных соотношений, определяющих условия взаимодействия двух факторов.

В данном разделе автором иллюстрируются возможности разработанного метода построения математических моделей для виброзащитных систем, в состав которых вводятся механизмы, создающие дополнительные контуры для формирования динамических взаимодействий, новых физических эффектов, режимов динамического состояния.

Силовое возмущение системы ($Q \neq 0, z(t) = 0$). Принципиальная схема кинематических соотношений в относительных движениях элементов системы представлена на рисунке 4.7.

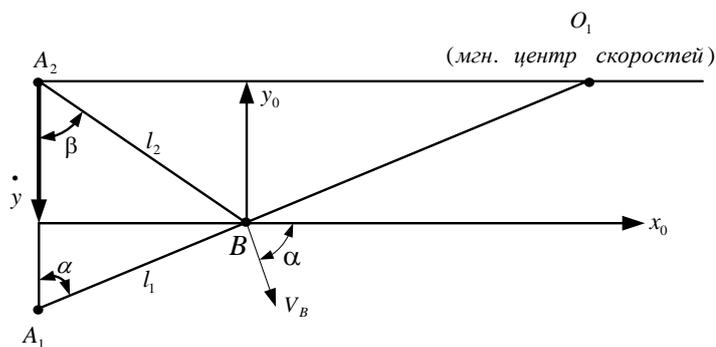


Рисунок 4.7. Принципиальная схема кинематических соотношений при силовом возмущении

В рассматриваемом случае вектор скорости \dot{y}_B будет $\perp O_1B$. Введем вспомогательную систему координат $x_0B y_0$ (рисунок 4.7), которая имеет параллельные оси с системой координат неподвижного базиса. Из кинематических соотношений на рисунке 4.7 следует, что

$$\bar{V}_B = \dot{y} \cdot a; \quad (4.39) \quad a = \frac{i \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.40)$$

Здесь $i = l_2 / l_1$ является передаточным отношением рычажных связей.

Для определения горизонтальных отклонений тт. A и B в относительных смещениях в направлении оси x_0 можно ввести соотношения

$$x_{0B} = y \cdot a \cdot \cos \alpha. \quad (4.41)$$

Суммарная деформация пружин k в данном случае определится

$$x_{\text{отн}AB} = y \cdot 2a \cdot \cos \alpha. \quad (4.42)$$

Скорости относительных движений тт. A и B связаны соотношениями

$$\dot{x}_{\text{отн}AB} = \dot{y} \cdot 2a \cdot \cos \alpha. \quad (4.43)$$

Кинетическая и потенциальная энергии при силовом возмущении могут быть представлены

$$T = \frac{1}{2} M \cdot (\dot{y})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot V_B^2 + \frac{1}{2} L \cdot (\dot{x}_{\text{отн}AB})^2; \quad (4.44) \quad \Pi = \frac{1}{2} k_0 y^2 + \frac{1}{2} k x_{\text{отн}AB}^2. \quad (4.45)$$

С учетом (4.42), (4.43) полученные выражения (4.44) и (4.45) можно преобразовать к виду

$$T = \frac{1}{2} M \cdot (\dot{y})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot (\dot{y} \cdot a)^2 + \frac{1}{2} L \cdot (2 \dot{y} a \cdot \cos \alpha)^2; \quad (4.46) \quad \Pi = \frac{1}{2} k_0 y^2 + \frac{1}{2} k (2 y a \cdot \cos \alpha)^2, \quad (4.47)$$

и получить уравнение движения системы в форме

$$\ddot{y} \cdot (M + 2ma^2 + 2La^2 \cos^2 \alpha) + y \cdot (k_0 + 2ka^2 \cdot \cos^2 \alpha) = Q. \quad (4.48)$$

После преобразований Лапласа передаточная функция исходной системы определится

$$W(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}} = \frac{1}{[M + 2a^2 \cdot (m + L \cdot \cos^2 \alpha)] + k_0 + 2ka^2 \cos^2 \alpha}. \quad (4.49)$$

Для оценки возможностей изменения динамических свойств системы на рисунках 4.8, а – е приведены варианты построения структурных схем.

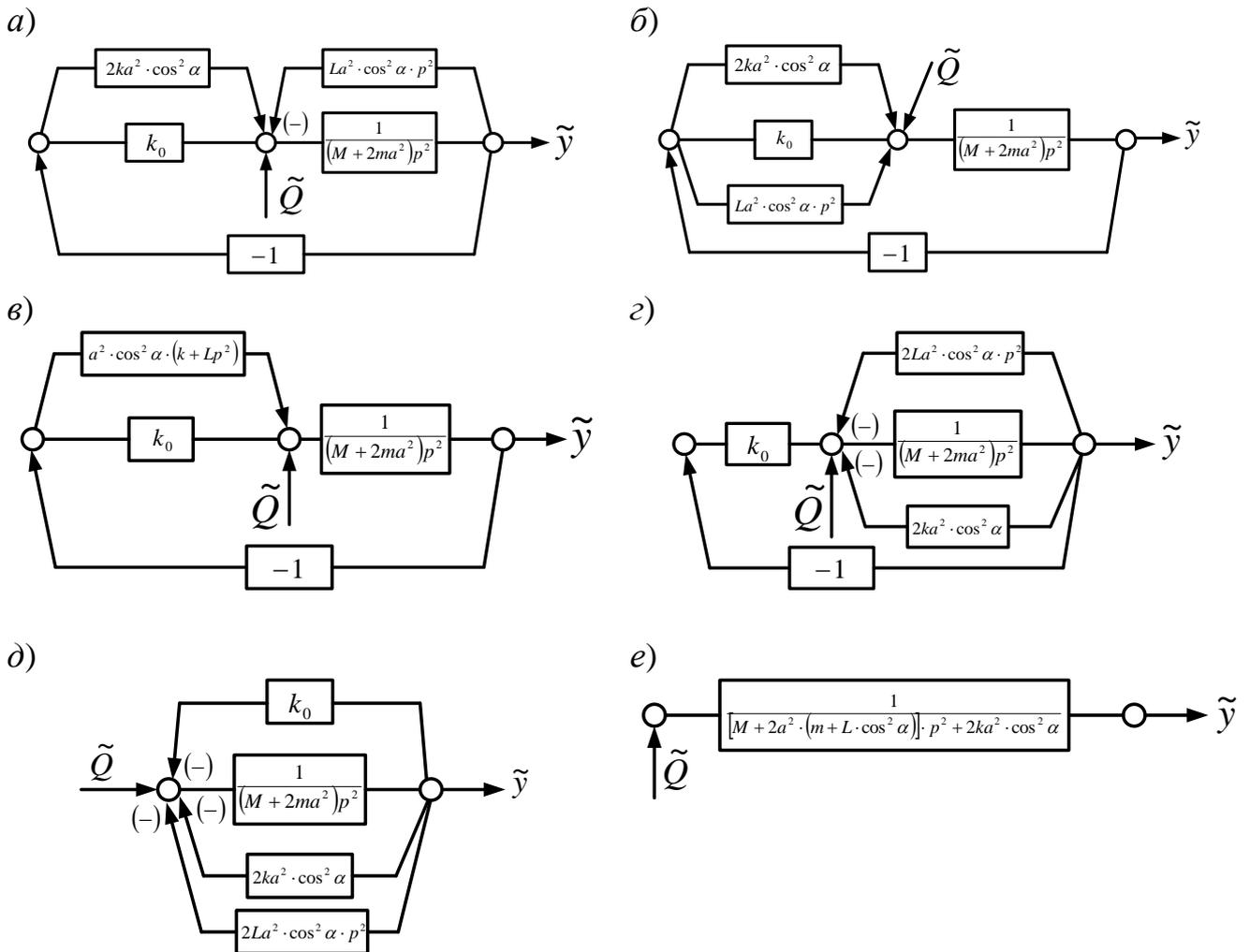


Рисунок 4.8. Варианты взаимного расположения элементов на структурной схеме механической колебательной системы по рисунку 4.6: а – устройство для преобразования движения как обратная отрицательная связь по абсолютному отклонению объекта $(M + ma^2)$; б – устройство для преобразования как параллельное звено k_0 в базовом контуре; в – устройство для преобразования движения и пружина $2ka^2 \cos^2 \alpha$ как параллельная цепь для k_0 в базовом контуре; г – элементы системы в параллельных обратных отрицательных связях по отношению к объекту защиты $(M + 2ma^2)$; е – обобщенная структурная схема

Элемент с передаточной функцией $2ma^2p^2$ отражает массоинерционные свойства присоединенных масс во вращательных шарнирах A и B . Упругие и диссипативные элементы, а также массоинерционные элементы, не являющиеся объектами вибрационной защиты, рассматриваются как элементы обобщенной пружины. Такие элементы в структурных интерпретациях представляют собой обратные отрицательные связи по отношению к объекту защиты. Варианты таких связей, которые показаны на рисунке 4.8, можно было бы расширить, что, в конечном итоге, создает определенные возможности в задачах динамического синтеза виброзащитных систем [102].

Передаточная функция системы при силовом возмущении, представленная выражением (4.50), дает возможность определить частоту собственных колебаний

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_0 + 2ka^2 \cos^2 \alpha}{M + 2a^2(m + L \cos^2 \alpha)}. \quad (4.50)$$

Из (4.50) следует, что частота собственных колебаний системы существенным образом зависит от конфигурации механизмов (углы α и β), отношения длин звеньев l_1 и l_2 , а также массоинерционных свойств дополнительных масс и устройства для преобразования движения. При силовом возмущении исходная расчетная схема, по существу, сводится к механической колебательной системе обычного вида. Параметры такой системы обладают возможностями настройки за счет изменения формы механизмов и условий динамического взаимодействия между собой их элементов.

4.2.2. Кинематическое возмущение системы ($Q = 0, z \neq 0$)

В этом случае принципиальная схема кинематических соотношений (рисунок 4.9) будет отличаться от схемы на рисунке 4.7 использованием еще одного мгновенного центра скоростей O_2 и представлениями о том, что точки A и B будут участвовать в двух видах движения: относительное, которое связано с движением объекта защиты M , и переносное – создаваемое движением основания ($z(t) \neq 0$).

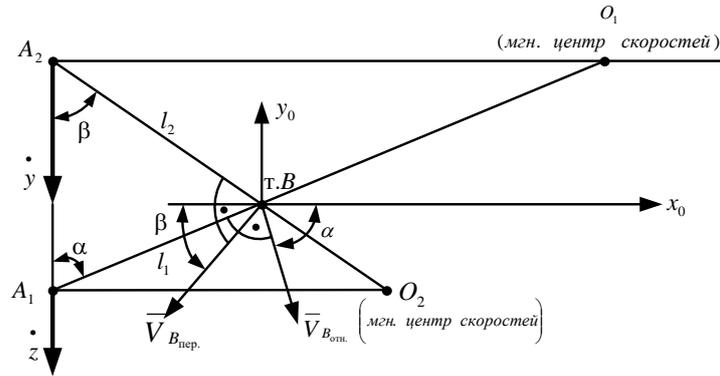


Рисунок 4.9. Принципиальная схема кинематических соотношений при кинематическом возмущении $z(t)$

Используя схему на рисунке 4.9, найдем, что

$$V_{B_{\text{пер}}} = \dot{z} \cdot a_1, \quad (4.51)$$

где коэффициент a_1 определяется выражением

$$a_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \beta)}. \quad (4.52)$$

Полная скорость точки B при $\bar{V}_{B_{\text{пер}}} \perp A_2O_2$, $\bar{V}_{B_{\text{отн}}} \perp A_1O_1$, может быть найдена через проекции на оси координат y_0Bx_0

$$V_{B_{x_0}} = V_{B_{\text{отн},x_0}} + V_{B_{\text{пер},x_0}} = \dot{y} \cdot a \cdot \cos \alpha - \dot{z} \cdot a_1 \cdot \cos \beta, \quad (4.53)$$

$$V_{B_{y_0}} = V_{B_{\text{отн},y_0}} + V_{B_{\text{пер},y_0}} = -\dot{y} \cdot a \cdot \sin \alpha + \dot{z} \cdot a_1 \cdot \sin \beta \quad (4.54)$$

Преобразуя (4.53) и (4.54) к виду

$$V_B^2 = \left(\dot{y} a \cos \alpha - \dot{z} \cdot a_1 \cdot \cos \beta \right)^2 + \left(\dot{y} \cdot a \cdot \sin \alpha + \dot{z} \cdot a_1 \cdot \sin \beta \right)^2, \quad (4.55)$$

после ряда выкладок получим

$$V_B^2 = \left(\dot{y} a \right)^2 + \left(\dot{z} a_1 \right)^2 - 2 \dot{y} \dot{z} a a_1 \cdot (\sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta). \quad (4.56)$$

Примем, что

$$b = \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta, \quad (4.56')$$

тогда

$$V_B^2 = \left(\dot{y} a \right)^2 + \left(\dot{z} a_1 \right)^2 - 2 \dot{y} \dot{z} a a_1 \cdot b. \quad (4.56'')$$

Для определения скоростей относительного движения УПД используем горизонтальные составляющие скоростей движения тт. A и B . Что касается горизонтальных смещений тт. A и B , формирующих деформацию упругого элемента k , то такое смещение составит

$$x_{\text{сум.}} = 2 \cdot (ya \cdot \cos\alpha - za_1 \cdot \cos\beta). \quad (4.57)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы по рисунку 4.6 при кинематическом возмущении

$$T = \frac{1}{2} M \cdot (\dot{y})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left[(\dot{y}a)^2 + (\dot{z}a_1)^2 - 2\dot{y}\dot{z}aa_1 \cdot b \right] + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot (\dot{y} \cdot a \cdot \cos\alpha - \dot{z} \cdot a_1 \cdot \cos\beta)^2. \quad (4.58)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot (y - z)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} k \cdot (ya \cdot \cos\alpha - za_1 \cos\beta)^2; \quad (4.59)$$

получим уравнение движения системы при кинематическом возмущении

$$\begin{aligned} & \ddot{y} \cdot (M + 2ma^2 + 2L \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha) + y \cdot (k_0 + ka^2 \cdot \cos\alpha) = \\ & = \ddot{z} \cdot (2L \cdot aa_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - 2maa_1 b) + z \cdot (k_0 + 2kaa_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta). \end{aligned} \quad (4.60)$$

После преобразований Лапласа (4.60) примет вид

$$\tilde{y} \cdot \left[\begin{array}{c} (M + 2ma^2 + 2L \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha) \cdot p^2 \\ + k_0 + ka^2 \cdot \cos\alpha \end{array} \right] = \tilde{z} \cdot \left[\begin{array}{c} (2L \cdot aa_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - 2maa_1 b) \cdot p^2 + \\ + k_0 + 2kaa_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta \end{array} \right]. \quad (4.61)$$

Передающая функция системы при кинематическом возмущении со стороны опорной поверхности (рисунок 4.6) определится

$$W(p) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{z}} = \frac{2maa_1 \cdot \left(\frac{L}{m} \cos\alpha \cdot \cos\beta - b \right) \cdot p^2 + k_0 + 2kaa_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta}{\left[(M + 2ma^2 + 2L \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha) \cdot p^2 + k_0 + ka^2 \cdot \cos\alpha \right]}. \quad (4.62)$$

Из (4.62) можно сделать заключение о динамических свойствах системы. В частности, в системе возможен режим динамического гашения колебаний, а также «запирание» на высоких частотах, при определенных соотношениях параметров.

4.2.3. Оценка динамических свойств системы при кинематическом возмущении

Из (4.62) следует, что система имеет частоту собственных колебаний

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_0 + 2ka^2 \cdot \cos^2 \alpha}{M + 2a^2 \cdot (m + L \cdot \cos^2 \alpha)}, \quad (4.63)$$

что совпадает с выражением (4.50). В отличие от силового возмущения в данном случае в системе может быть определена частота динамического гашения: колебаний

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_0 + 2kaa_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta}{2maa_1 \cdot \left(\frac{L}{m} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta - b \right)}. \quad (4.64)$$

При $p \rightarrow \infty$ система, имея кинематическое возмущение «запирается» и отношение амплитуд колебаний на входе и выходе системы принимает значение

$$W(p) = \frac{y}{z} = \frac{-2maa_1 \cdot \left(\frac{L}{m} \cos \alpha \cdot \cos \beta - b \right)}{M + 2ma^2 + 2L \cdot a^2 \cdot \cos^2 \alpha} \quad (4.65)$$

Рассмотрим соотношение $\frac{L}{m} \cos \alpha \cdot \cos \beta - b$, что, с учетом (4.56'), можно обозначить в виде

$$R = \frac{L}{m} \cos \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta, \quad (4.66)$$

или

$$R = \left(\frac{L}{m} + 1 \right) \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta. \quad (4.66')$$

На рисунке 4.10 представлены зависимости между функцией R , углами установки α и β , а также значениями параметра L/m .

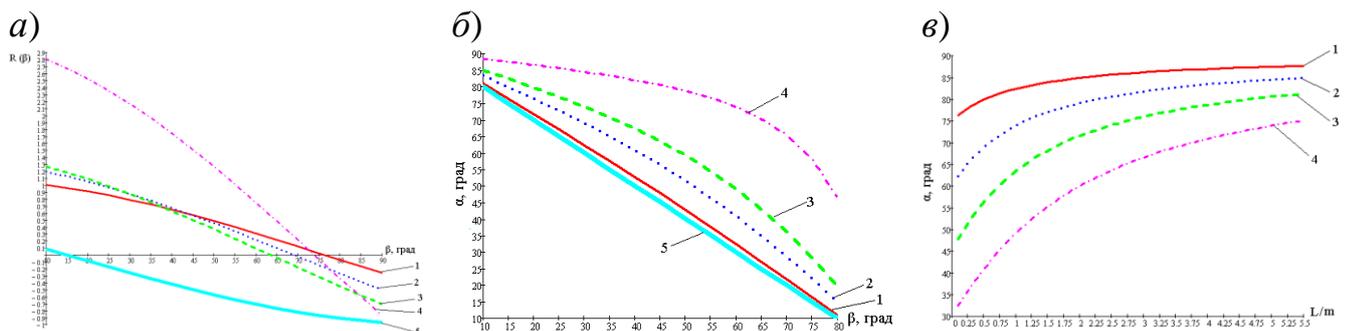


Рисунок 4.10. Зависимости между функцией R , углами установки α и β , а также параметром L/m : *а* – семейство кривых R при фиксированных значениях угла α и L/m ; кривая 1 – $\alpha = 15^\circ$, $L/m = 0.1$; кривая 2 – $\alpha = 30^\circ$, $L/m = 0.5$; кривая 3 – $\alpha = 45^\circ$, $L/m = 1$; кривая 4 – $\alpha = 60^\circ$, $L/m = 5$; кривая 5 – $\alpha = 75^\circ$, $L/m = 0$; *б* – зависимости между углами α и β в случае $R = 0$ при фиксированных значениях L/m : кривая 1 – $L/m = 0.1$; кривая 2 – $L/m = 0.5$; кривая 3 – $L/m = 1$; кривая 4 – $L/m = 5$; кривая 5 – $L/m = 0$; *в* – зависимости между углом α и значением L/m при фиксированном значении угла β : кривая 1 – $\beta = 15^\circ$; кривая 2 – $\beta = 30^\circ$; кривая 3 – $\beta = 45^\circ$; кривая 4 – $\beta = 60^\circ$

Функция R может принимать критическое значение, равное нулю. Если $R = 0$, то существует условие

$$\left(\frac{L}{m} + 1\right) = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (4.67)$$

Если условие выполняется, то оно определяет такой вид передаточной функции (4.62), при котором исключается режим динамического гашения колебаний. Поскольку рассматриваемая система соотносится с задачами поиска и разработки способов и средств описания вибрационных возмущений, то интерес представляет сопоставление амплитудно-частотных характеристик при различных значениях параметра R , что приведено на рисунке 4.11.

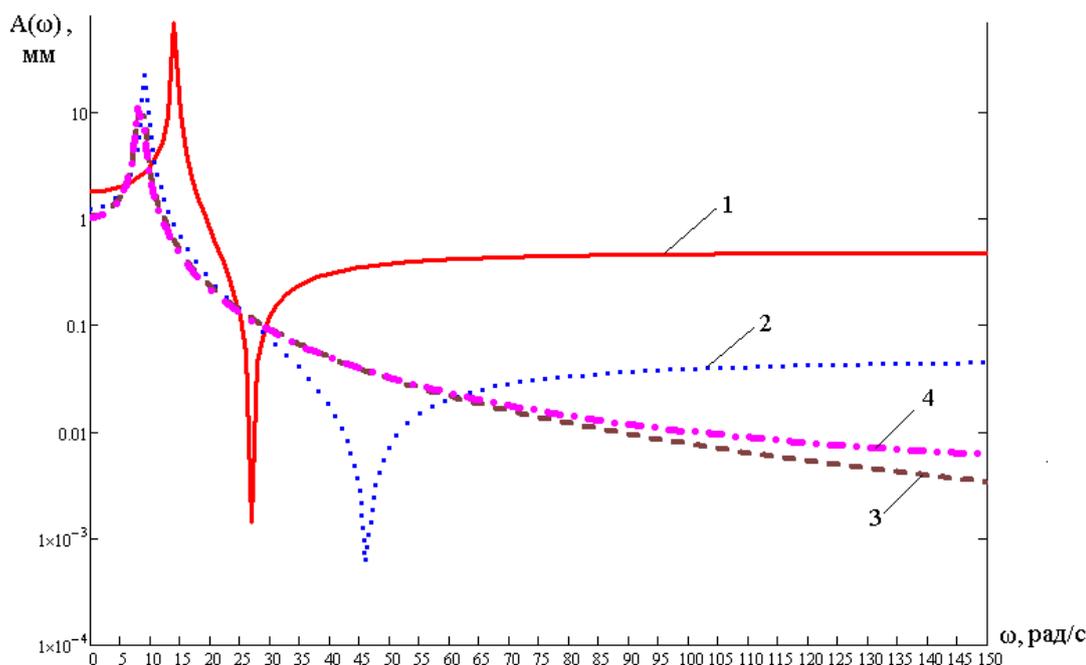


Рисунок 4.11. Сопоставление видов амплитудно-частотных характеристик при разных значениях параметра R : кривые 1,2 – соответствует $R > 0$; кривая 3 – $R = 0$; кривая 4 – $R < 0$

Амплитудно-частотные характеристики существенным образом зависят от соотношения параметров вводимых дополнительных связей тем, что динамические режимы виброзащитных систем могут выбираться, а их параметры регулироваться соответствующим подбором значений, характеризующих конфигурацию системы и наличие в структуре определенных элементов. В физическом смысле такая ситуация отражает проявления динамических взаимодействий, создаваемых

переносными силами инерции, создающими условия для компенсации внешних воздействий.

Динамические свойства, привносимые дополнительными связями, зависят от вида внешних возмущений. При кинематическом возмущении возможно создание режимов частичной компенсации внешних возмущений за счет переносных сил инерции. Устройства для преобразования движения, так же как и дополнительные массы, могут выступать в качестве настроечных элементов.

4.3. Некоторые конструктивно-технические формы использования рычажных связей

Введение рычажных механизмов в структуры колебательных систем связано с необходимостью учета ряда особенностей, которые возникают при выборе места расположения точек опоры рычагов, их конфигурации и форм использования соединительных элементов. Рассматривается система (по патенту [175]), которая имеет объект защиты массой m_0 , совершающий (рисунок 4.12) вертикальные движения (y_0) относительно положения статического равновесия. В тт. A и B к объекту защиты прикрепляются два рычажных механизма обратной Т-образной формы. Каждый из рычажных механизмов имеет массоинерционные элементы, закрепленные соответственно в тт. $A_2, A_1 (m_1, m_{10})$ и тт. $B_2, B_1 (m_2, m_{20})$. В тт. A_3, B_3 закреплены элементы системы: пружина жесткостью k_3 и устройство для преобразования движения (УПД) в виде винтового несамотормозящегося механизма. Кроме того, точки A_1 и B_1 связаны упругим элементом жесткостью k_{00} . В свою очередь, объект также опирается на пружину жесткостью k_0 .

Массоинерционные элементы m_1 и m_2 опираются на опорные поверхности I и II , закон движения которых известен (z_1, z_2). Кроме того, элемент k_0 опирается на опорную поверхность с законом движения $z_0(t)$. Предполагается, что система совершает малые колебания без учета сил сопротивления. Для описания движения используются системы координат $y_0, \varphi_1, \varphi_2$ и y_0, y_1, y_2 . Все необходимые геометрические параметры показаны на рисунке 4.12.

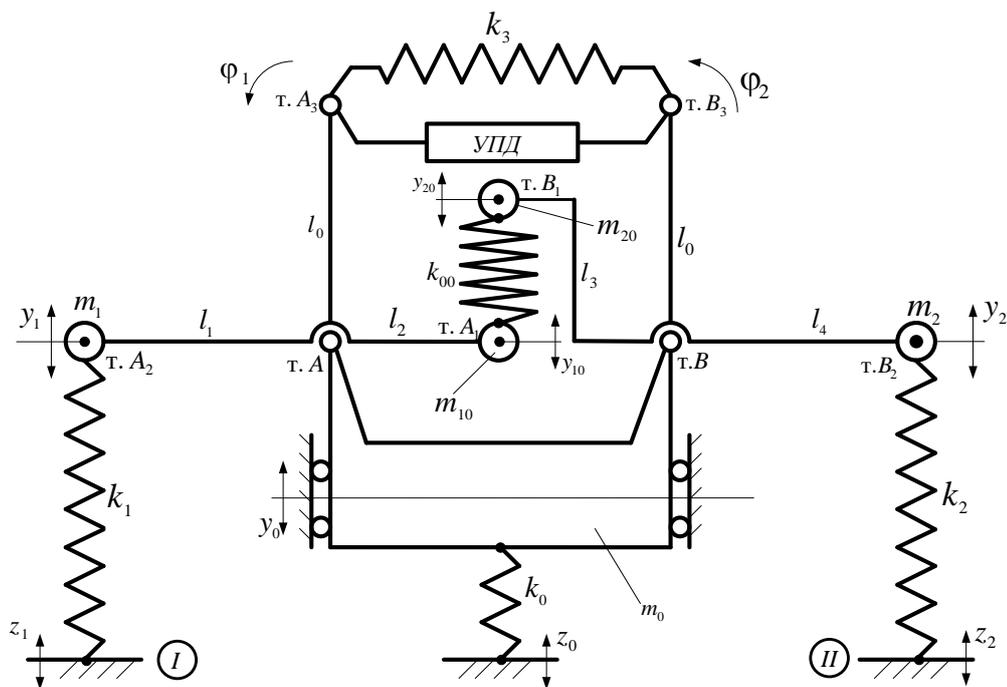


Рисунок 4.12. Расчетная схема блока подвески робототехнического устройства

Кинематические возмущения на стадии предварительного изучения считаются гармоническими. Вопросы взаимоотношения параметров движения z_0, z_1, z_2 рассматриваются отдельно.

В числе решаемых задач предполагается разработка математической модели системы и оценке возможностей изменения динамического состояния путем структурных трансформаций и выбора настроечных параметров оригинальной конструкции [82, 86, 98].

4.3.1. Построение математической модели системы

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий в предположении, что система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} \cdot (m_0 + m_1 + m_2 + m_{10} + m_{20}) \cdot (\dot{y})^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 \cdot l^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot (\dot{\varphi}_1)^2 \cdot (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) + \frac{1}{2} \cdot (\dot{\varphi}_2)^2 \cdot (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2),
 \end{aligned} \tag{4.68}$$

где φ_1 и φ_2 – углы поворота рычажных устройств относительно объекта m_0 ; L – приведенная массоинерционная характеристика УПД. В свою очередь

$$\Pi = \frac{1}{2}k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_3 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)^2 l^2 + \frac{1}{2}k_{00} \cdot (\varphi_2 l_3 - \varphi_1 l_2)^2. \quad (4.69)$$

Введем ряд соотношений

$$\left. \begin{aligned} y_{10} &= \varphi_1 \cdot l_2, & y_{20} &= \varphi_2 \cdot l_3 \\ y_1 &= y_0 + \varphi_1 \cdot l_1, & y_2 &= y_0 + \varphi_2 \cdot l_4 \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

С учетом (4.70) потенциальная энергия запишется

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2}k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - \varphi_1 l_2 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot (y_2 - \varphi_2 l_4 - z_2)^2 + \\ &+ \frac{1}{2}k_3 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)^2 l^2 + \frac{1}{2}k_{00} \cdot (\varphi_2 l_3 - \varphi_1 l_2)^2. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Найдем уравнения движения в координатах y_0 , φ_1 и φ_2

$$\ddot{y}_0 \cdot (m_0 + m_1 + m_2 + m_{10} + m_{20}) + y_0 \cdot (k_0 + k_1 + k_2) - \varphi_1 k_1 l_2 - \varphi_2 k_2 l_4 = k_0 z_0 + k_1 z_1 + k_2 z_2; \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 \cdot (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2 + L \cdot l^2) + \varphi_1 \cdot (k_1 l_2^2 + k_2 l^2 + k_{00} l_2^2) + \\ + \ddot{\varphi}_2 (-L l^2) + \varphi_2 (-k_3 l_2 - k_{00} l_2 l_3) - k_1 l_2^2 y_0 = -k_1 z_1 l_2; \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_2 \cdot (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2 + L \cdot l^2) + \varphi_2 \cdot (k_2 l_4^2 + k_3 l^2 + k_{00} l_3^2) + \ddot{\varphi}_1 (-L l^2) + \\ + \varphi_1 (-k_3 l^2 - k_{00} l_2 l_3) - k_2 l_4 y_0 = -k_2 z_2 l_4. \end{aligned} \quad (4.74)$$

На рисунке 4.13 приведена структурная схема исходной системы (рисунок 4.12) в координатах y_0 , φ_1 , φ_2 .

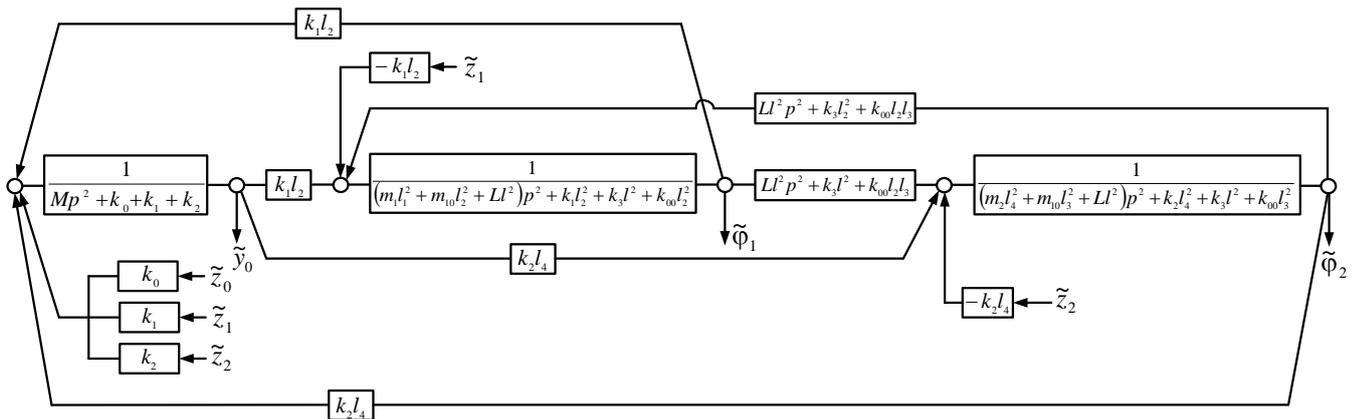


Рисунок 4.13. Структурная схема системы с T-образными рычагами (рисунок 4.13) в координатах \tilde{y}_0 , $\tilde{\varphi}_1$, $\tilde{\varphi}_2$

Особенность системы заключается в том, что между парциальными системами (φ_1) и (φ_2) связь имеет инерционно-упругий тип. При частоте внешнего воздействия

$$\omega_{\text{пар}}^2 = \frac{k_{00}l_2l_3 + k_3l_2^2}{Ll^2p^2}, \quad (4.75)$$

возможно обнуление межпарциальных связей φ_1 и φ_2 (а также между y_1 и y_2). В остальных случаях, то есть при рассмотрении y_0 и φ_1 , а также φ_2 и y_0 , связи являются упругими (обнуления нет).

4.3.2. Оценка динамических свойств системы

Для оценки динамических свойств системы могут быть использованы формулы Крамера

$$\tilde{y}_0 = \frac{1}{A_0} \left[\tilde{Q}_1 \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + \tilde{Q}_2 \cdot (a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + \tilde{Q}_3 \cdot (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \right], \quad (4.76)$$

$$\tilde{\varphi}_1 = \frac{1}{A_0} \left[\tilde{Q}_1 \cdot (a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + \tilde{Q}_2 \cdot (a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}) + \tilde{Q}_3 \cdot (a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) \right], \quad (4.77)$$

$$\tilde{\varphi}_2 = \frac{1}{A_0} \left[\tilde{Q}_1 \cdot (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + \tilde{Q}_2 \cdot (a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32}) + \tilde{Q}_3 \cdot (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) \right], \quad (4.78)$$

где A_0 – характеристическое уравнение системы, приведенной на рисунке 4.13.

$$A_0 = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2 - a_{33}a_{12}^2 + 2a_{12}a_{23}a_{31}. \quad (4.79)$$

Используя формулы (4.76) ÷ (4.78), можно найти передаточные функции, определяющие взаимодействие между входными внешними возмущениями из набора $\tilde{z}_0, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2$ и выходными сигналами $\tilde{y}_0, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2$. Если на входе в парциальную систему действует несколько сигналов, то может быть использован принцип суперпозиции. Определенный интерес представляет рассмотрение ситуации, при которой между внешними сигналами z_0, z_1, z_2 устанавливаются некоторые соотношения. Например, можно предполагать, что система опирается одновременно на одну поверхность, тогда можно принять, что $z = z_0 = z_1 = z_2$ с соответствующими особенностями определения передаточных функций на основе выражений (4.76) ÷ (4.78). Если $k_0 = 0$, то объект m_0 непосредственно не связан с опорной поверхностью, контакт осуществляется через упругие элементы k_1 и k_2 (рисунок 4.12). При $z = z_1 = z_2$ можно получить передаточную функцию при входном сигнале (или обобщенном внешнем воздействии \tilde{z}) и выходном сигнале \tilde{y}_0

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_0}{\tilde{z}} = \frac{(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + (a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})}{A_0}. \quad (4.80)$$

Так как a_{23} в соответствии со структурной схемой на рисунке 4.13 имеет вид

$$a_{23} = Ll^2 p^2 + k_3 l^2 + k_{00} l_2 l_3, \quad (4.81)$$

то числитель (4.80) при

$$a_{11} = (m_0 + m_1 + m_2 + m_{10} + m_{20}) \cdot p^2 + k_0 + k_1 + k_2 \quad (4.82)$$

представляет собой биквадратное уравнение относительно квадрата частоты внешнего воздействия. Если исключить контакт m_0 с опорной поверхностью, приняв $k_0 = 0$, то в отношении объекта защиты можно ожидать появления двух режимов динамического гашения колебаний при действии вибраций со стороны основания ($z = z_1 = z_2$). Ситуация, в принципе, не изменится, если будет выполняться условие $z = z_0 = z_1 = z_2$ ($k_0 \neq 0$). Однако при этом параметры (то есть частоты динамического гашения) изменятся. Амплитудно-частотные характеристики системы по переменной \tilde{y}_0 будут иметь обычный характер. При характеристическом уравнении A_0 можно ожидать наличие трех резонансных частот с соответствующим увеличением амплитуд колебаний по координате y_0 . В этом случае две частоты динамического гашения будут располагаться между тремя резонансными частотами. Схема подвески (рисунок 4.12) обладает возможностями изменения динамического состояния объекта защиты m_0 путем соответствующего выбора настроечных параметров. Такими параметрами могут стать длины звеньев рычагов, жесткости упругих элементов k_3 и k_{00} , а также массоинерционные параметры УПД (имеются в виду L – приведенная масса УПД и l – длина плеча рычага). Выше отмечалось, что при соблюдении соотношения (4.67) возможна развязка парциальных связей.

В подвесках с рычажными связями при наличии нескольких входных сигналов возможны проявления локальных зависимостей между внешними воздействиями. К примеру, соотношения $z = z_0 = z_1 = z_2$ отражают возможность вертикальных колебаний одновременно всех опорных поверхностей одновременно. Однако вполне возможными являются ситуации, когда движения по отдельным поверхно-

стям (z_0, z_1, z_2) рассматриваются как фрагменты некоторого общего движения. Таким движением может быть качание общей поверхности относительно некоторого центра и др. В спектральной теории подвески транспортных систем рассматриваются более сложные функциональные зависимости между действиями нескольких входных сигналов. В работах [85, 176] рассматриваются возможности линейных соотношений в параметрах одновременно действующих возмущений. Отметим также, что возникающая постановка задачи оценки динамического состояния системы при действии нескольких силовых факторов может считаться вполне «естественной» при действии внешней силы, смещенной относительно центра тяжести, при колебаниях, например, твердого тела на упругих опорах, совершающего плоские колебания. Использование настроечных параметров k_3 и k_{00} в рассматриваемой схеме (рисунок 4.12) обладает вполне определенными недостатками. В частности, при $k_{00} \rightarrow \infty$ связь между элементами m_{10} и m_{20} блокируется, что одновременно приводит к блокированию относительного движения рычагов (по отношению к объекту защиты m_0). Большими возможностями, в этом плане, обладают подвески с возможностями зубчатого зацепления рычажных устройств.

Особенности динамических свойств системы в координатах y_0, y_1, y_2 .

Для построения математической модели системы введен ряд соотношений

$$\varphi_1 = \frac{y - y_0}{l_1} = a \cdot (y - y_0), \varphi_2 = b \cdot (y - y_0), \quad a = \frac{1}{l_1}, \quad b = \frac{1}{l_4}. \quad (4.83)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} M \cdot \left(\dot{y}_0 \right)^2 + \frac{1}{2} L l^2 \cdot \left(b \dot{y}_2 - b \dot{y}_0 - a \dot{y}_1 + a \dot{y}_0 \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) \cdot a^2 \cdot \left(\dot{y}_1 - \dot{y}_0 \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot (m_2 l_4 + m_{20} l_3^2) \cdot b^2 \cdot \left(\dot{y}_2 - \dot{y}_0 \right)^2. \quad (4.84)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \cdot (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 l^2 \cdot [b y_2 - a y_1 + y_0 (a - b)]^2 + \frac{1}{2} k_{00} \cdot [y_2 \cdot b l_3 - y_1 \cdot a l_2 + y_0 \cdot (a l_2 - b l_3)]^2. \quad (4.85)$$

Введем ряд обозначений

$$a - b = a_0, \quad b l_3 = a_1, \quad a l_2 = a_2, \quad a_2 - a_1 = a_3, \quad (4.86)$$

тогда (4.85) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2}k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2 \cdot (y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}k_3 l^2 \cdot [by_2 - ay_1 + y_0 a_0^2] + \frac{1}{2}k_{00} \cdot [y_2 \cdot a_1 - y_1 \cdot a_2 + y_0 \cdot a_3]^2. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Построим систему уравнений движения в координатах y_0, y_1, y_2 , принимая

$$M = m_0 + m_1 + m_2 + m_{10} + m_{20}, \quad (4.88)$$

что составит

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_0 \cdot [M + Ll^2 a_0^2 + (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) \cdot a^2 + (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2) \cdot b^2] + y_0 \cdot [k_0 + k_3 l^2 a_0^2 + k_{00} a_3^2] + \\ & + \ddot{y}_1 \cdot [-a_0 a Ll^2 - (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) a^2] + y_1 \cdot [-k_3 l^2 a - k_{00} a_3 a_2] + \ddot{y}_2 \cdot [Ll^2 a_0 b - (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2) b^2] + \\ & + y_2 \cdot [k_3 l^2 b + k_{00} a_3 a] = k_0 z_0. \end{aligned} \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_0 \cdot [-Ll^2 a a_0 - (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) \cdot a^2] + y_0 \cdot [-k_3 l^2 a a_0 - k_{00} a_3 a_2] + \ddot{y}_1 \cdot [Ll_1 a_1^2 - (m_1 l_1^2 + m_{10} l_2^2) a^2] + \\ & + y_1 \cdot [k_1 + k_3 l^2 a^2 + k_{00} a_2^2] + \ddot{y}_2 \cdot [-Ll^2 ab] + y_2 \cdot [-k_3 l^2 ab - k_{00} a_1 a_2] = k_1 z_1. \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_0 \cdot [Ll^2 b a_0 - (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2) \cdot b^2] + y_0 \cdot [k_3 l^2 b a_0 + k_{00} a_3 a_1] + \ddot{y}_1 \cdot [-Ll^2 b a] + \\ & + y_1 \cdot [-k_3 l^2 ab - k_{00} a_1 a_2] + \ddot{y}_2 \cdot [Ll^2 b^2 + (m_2 l_4^2 + m_{20} l_3^2) \cdot b^2] + y_2 \cdot [k_2 + k_3 l^2 b^2 + k_{00} a_1^2] = k_2 z_2. \end{aligned} \quad (4.91)$$

Анализ свойств системы с использованием (4.89) ÷ (4.91) может быть построен на передаточной функции вида

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_0}{\bar{z}} = \frac{k_0 \cdot (a_{22} a_{33} - a_{23}^2) + k_1 (a_{13} a_{32} - a_{12} a_{23}) + k_2 (a_{12} a_{23} - a_{13} a_{33})}{A_0} \quad (4.92)$$

Из (4.92) могут быть получены условия возникновения режимов динамического гашения по координате \tilde{y}_0 при различных соотношениях параметров. Поскольку наблюдаемая координата y_0 в системе координат $y_0, \varphi_1, \varphi_2$ и $\tilde{y}_0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2$ одинакова, то и частоты динамического гашения будут одинаковыми.

Вместе с тем, при анализе (4.92) значения коэффициентов a_{ij} должны браться из системы уравнений (4.89) ÷ (4.91). Что касается характеристического уравнения, то его общая схема построения остается неизменной, однако при переходе от системы координат $y_0, \varphi_1, \varphi_2$ к системе y_0, y_1, y_2 между характеристическими уравнениями будут формироваться постоянные множители, определяющие согласование размерностей переменных состояния (линейные и угловые).

4.3.3. Учет особенностей зубчатого соединения рычажных секторов

Рассматривается система с двумя степенями свободы, как показано на рисунке 4.14.

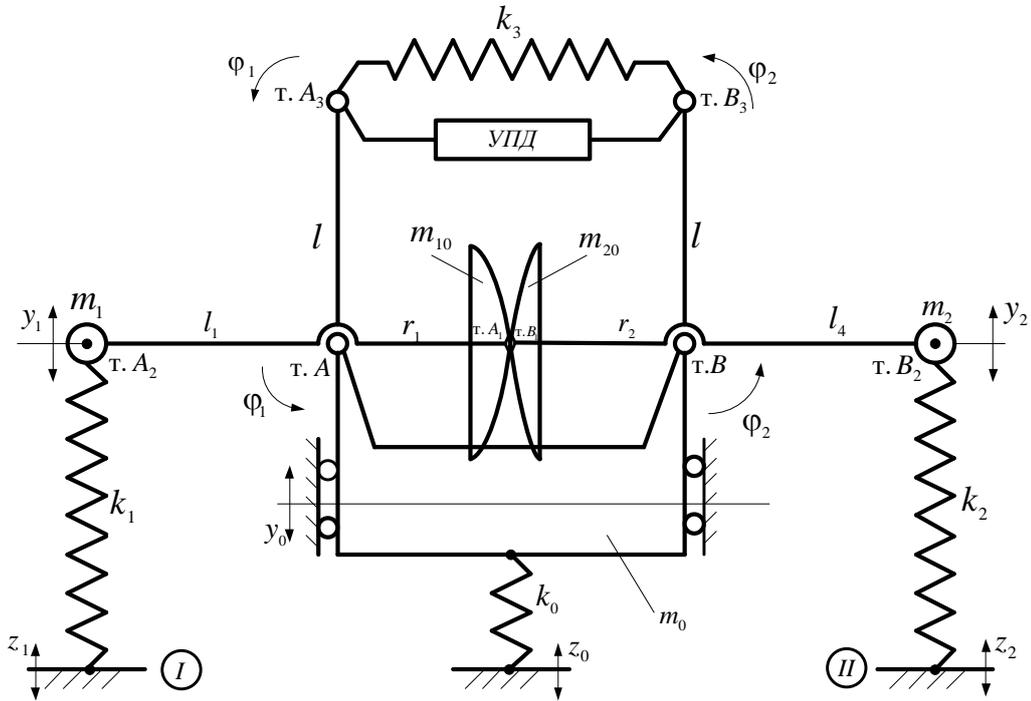


Рисунок 4.14. Расчетная схема системы с зубчатой передачей в контакте двух рычажных секторов

В схеме (рисунок 4.14) реализуется зубчатое зацепление, что обеспечивает связь угловых скоростей вращения φ_1 и φ_2 $\varphi_1 r_1 = \varphi_2 r_2$, $\varphi_2 = \varphi_1 \frac{r_1}{r_2}$; при этом вращения происходят в разных направлениях. Выражение для потенциальной энергии имеет вид

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \cdot (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 \cdot (\varphi_2 + \varphi_1)^2 l^2. \quad (4.93)$$

Последний член выражения (4.93) может быть преобразован

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_1 \frac{r_1}{r_2} = \varphi_1 \left(\frac{r_1 + r_2}{r_2} \right) = \varphi_1 (1 + i). \quad (4.93')$$

Тогда (4.93) можно записать в форме

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \cdot (y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 \cdot \varphi_1^2 \cdot (1 + i)^2 l^2. \quad (4.94)$$

Рычажные сектора имеют массоинерционные свойства

$$J_1 = m_1 l_1^2 + m_{10} r_1^2; \quad (4.95)$$

$$J_2 = m_2 l_4^2 + m_{20} r_2^2. \quad (4.96)$$

Выражение для кинетической энергии системы имеет вид

$$T = \frac{1}{2} M \cdot (\dot{y}_0)^2 + \frac{1}{2} (J_1 + J_2 i^2) \cdot (\dot{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2} L l^2 (1+i)^2 \cdot (\dot{\varphi}_1)^2. \quad (4.97)$$

Так как $y_1 = y_0 - \varphi_1 l_1$; $y_2 = y_0 - \varphi_2 l_4$, (4.97) можно записать

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_{10} + m_{20} + m_0) \cdot (\dot{y}_0)^2 + \frac{1}{2} J_1 (\dot{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\varphi}_1)^2 i^2 + \frac{1}{2} L l^2 \dot{\varphi}_1 (1+i)^2. \quad (4.98)$$

Введем ряд соотношений

$$y_1 = y_0 + \varphi_1 l_1; \quad y_2 = y_0 + \varphi_1 l_4 i; \quad y_1 - y_2 = \varphi_1 (l_1 - l_4 i); \quad \varphi_1 = \frac{y_1 - y_2}{(l_1 - l_4 i)}, \quad (4.99)$$

что позволяет (4.94) привести к виду

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot (y_0 - z_0)^2 + \frac{1}{2} k_1 \cdot (y_0 + \varphi_1 l_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \cdot (y_0 + \varphi_1 l_4 - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 \cdot \varphi_1^2 \cdot (1+i)^2 l^2. \quad (4.100)$$

Запишем уравнения движения системы в координатах y_0 и φ_1

$$\ddot{y}_0 M + y_0 [k_0 + k_1 + k_2] + \varphi_1 [k_1 l_1 + k_2 l_4 i] = k_0 z_0 + k_1 z_1 + k_2 z_2. \quad (4.101)$$

$$\ddot{\varphi}_1 \cdot [J_1 + J_2 i^2 + L l^2 (1+i)^2] + \varphi_1 \cdot [k_1 l_1^2 + k_2 l_4^2 i^2 + k_3 l^2 (1+i)^2] + y_0 \cdot [k_1 l_1 + k_2 l_4 i] = k_1 l_1 z_1 + k_2 l_4 i z_2. \quad (4.102)$$

Коэффициенты уравнений (4.101), (4.102) приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1. Коэффициенты системы уравнений в координатах y_0 , φ_1

a_{11}	a_{12}
$M p^2 + k_1 + k_2 k_0$	$k_1 l_1 + k_2 l_4 i$
a_{21}	a_{22}
$k_1 l_1 + k_2 l_4 i$	$J_1 + J_2 i^2 + L l^2 (1+i)^2 p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_4^2 i^2 + k_3 l^2 (1+i)^2$
Q_1''	Q_2''
$k_0 z_0 + k_1 z_1 + k_2 z_2$	$k_1 l_1 z_1 + k_2 l_4 i z_2$

Примечание: Q_1'' , Q_2'' – обобщенные силы, соответствующие координатам y_0 и φ

На рисунке 4.15 приведена структурная схема системы в координатах y_0 и φ . В этой системе межпарциальные связи носят упругий характер.

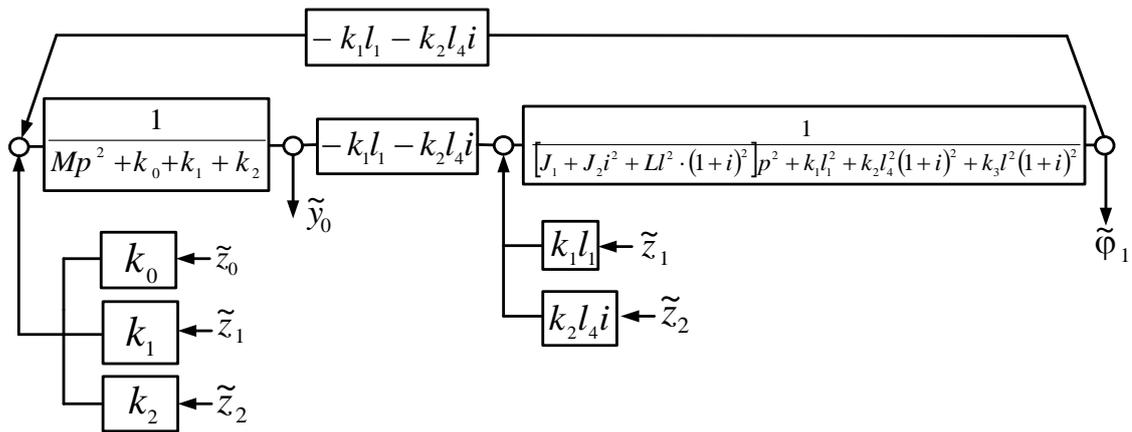


Рисунок 4.15. Структурная схема системы (рисунок 4.12) с зубчатыми секторами

Пусть $z_1 = 0, z_2 = 0$. Тогда передаточная функция системы (рисунок 4.15) примет вид

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_0}{\tilde{z}_0} = \frac{k_0 \cdot \{ [J_1 + J_2 i^2 + Ll^2 \cdot (1+i)^2] p^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_4^2 (1+i)^2 + k_3 l^2 (1+i)^2 \}}{[a_{11}] \cdot [a_{22}] - (k_1 l_1 + k_2 l_4 i)^2}. \quad (4.103)$$

Из (4.103) можно определить частоту динамического гашения ($z_0 = z; z_1 = 0; z_2 = 0$)

$$\omega^2 = \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_4^2 (1+i)^2 + k_3 l^2 (1+i)^2}{J_1 + J_2 i^2 + Ll^2 \cdot (1+i)^2}. \quad (4.104)$$

Аналогичным образом могут быть найдены и другие режимы динамического гашения, возникающие при различных вариантах сочетания внешних воздействий. Возможности настройки системы определяются параметрами системы: жесткостью k_3 , длинами плеч рычагов (l), передаточным отношением i и массоинерционными свойствами зубчатых секторов. Система имеет две резонансные частоты (или частоты собственных колебаний), которые могут быть найдены из характеристического уравнения (4.103). Таким образом, механическая система с рычажными связями, рассматриваемая в динамических взаимодействиях с вибрирующим основанием, обладает расширенным набором адаптационных свойств. При обеспечении упругой связи k_{00} между настроечными массами (m_1, m_2, m_{10}, m_{20}) система может иметь два режима динамического гашения. В качестве настроечных параметров могут выступать жесткость пружины k_3 и инерционные свойства УПД (через Ll^2).

При введении зубчатой передачи между рычажными секторами система теряет одну степень свободы, однако адаптационные возможности в гашении внешних кинематических воздействий могут быть поддержаны введением передаточных отношений между рычажными секторами и выбором других настроечных параметров. Развиваемый автором метод построения и анализа динамических свойств оригинальной виброзащитной системы основан на учете рычажных связей, реализуемых рычажными секторами. Рычажные сектора могут рассматриваться как новый элемент механических колебательных систем, обладающий расширенными возможностями динамических воздействий, в частности, из-за простоты применения и использования активных средств приложением управляемых моментов сил для изменения динамического состояния.

4.4. Методика расчета параметров вибрационного технологического комплекса

Вибрационные технологические машины широко используются в различных отраслях производства, в частности, в машиностроении при реализации технологий вибрационного упрочнения деталей, проведения типовых испытаний деталей и узлов на надежность и др. Задачей таких машин является формирование вибрационных полей определенной структуры, что связано с некоторыми трудностями, поскольку в технических объектах, с этой целью, часто возникает необходимость создавать условия для регламентированных динамических взаимодействий.

В предшествующем разделе 4.3 были рассмотрены подходы к построению математических моделей с упругими связями и массоинерционными элементами в виде двух твердых тел, связанных шарниром. Эквивалентные в динамическом отношении расчетные схемы могут быть представлены соединением двух невесомых стержней, на концах которых имеются точечные приведенные массы. Автором развивается методологическая основа определения параметров и условий рациональной работы вибрационного стенда для проведения серийных испытаний длинномерных деталей на усталостную прочность.

4.4.1. Особенности вибрационной технологической машины и процессов

Технологический вибрационный комплекс состоит из трех узлов, которые взаимодействуют друг с другом в вибрационном технологическом процессе (рисунок 4.16).

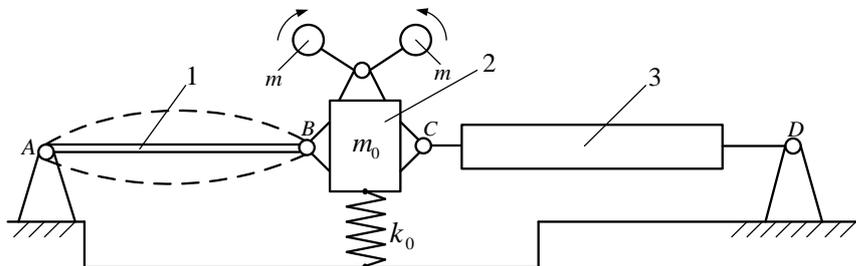


Рисунок 4.16. Принципиальная схема вибрационного технологического комплекса: 1 – балка, которая проходит испытания на циклические нагрузки; 2 – инерционный возбудитель колебаний (подвижная опора); 3 – устройство для создания постоянного натяжения балки

Комплекс приводится в состояние рабочего режима внешними гармоническими силами, которые создаются инерционным возбудителем 2. Грузы m имеют одинаковый эксцентриситет r и вращаются со сдвигом на 180° по отношению к друг другу, что обеспечивает получение вертикальной составляющей для блока 2 с достаточной точностью. Блок 2 совершает вертикальные колебания, имея упругий элемент жесткостью k_0 . Устройство 3 (рисунок 4.16) обеспечивает постоянное натяжение, реализуемое тросом, закрепленными между точками C и D . Трос обладает высокой жесткостью, натяжение создается гидравлическим механизмом, затем трос фиксируется в шарнирах. В процессе работы натяжение троса не меняется.

Для обеспечения условий формирования вибрационного поля определенной структуры шарниры в т.т. A , B , C , D находятся на одной линии. По существу, установка представляет собой некоторую конструкцию, имеющую часть (AB) в виде шарнирно-опертой балки, массивную подвижную опору 2 в виде твердого тела (материальной точки) с сосредоточенной массой m_0 и третью часть (CD) в виде натянутой неоднородной нити, выполняющей несколько функций.

Элемент (CD) (рисунок 4.16) создает ограничение в движениях подвижной опоры 2, обеспечивая малые вертикальные колебания т.т. B и C . Кроме того, на-

тянутый трос передает на балку AB (рисунок 4.16) постоянную силу, которая может быть интерпретирована как дополнительная упругость в вертикальных колебаниях балки. Размах колебаний балки AB показан на рисунке 4.16 кривыми, отражающими колебания первой формы (штрих - линии двойного размаха). Изменение силы натяжения троса передается балке и может изменять в определенных пределах параметры вынужденных колебаний. Вместо объекта в виде балки AB могут использоваться две балки с длинами l_1 и l_2 с шарниром, соединяющим короткие части, при условии, что $AB = l_1 + l_2$. Такая механическая система, в частности, рассматривалась в разделе 4.3.

В реализации первой формы колебаний, которая выбрана для усталостных прочностных испытаний, балка AB может быть представлена принципиальной схемой на рисунке 4.17.

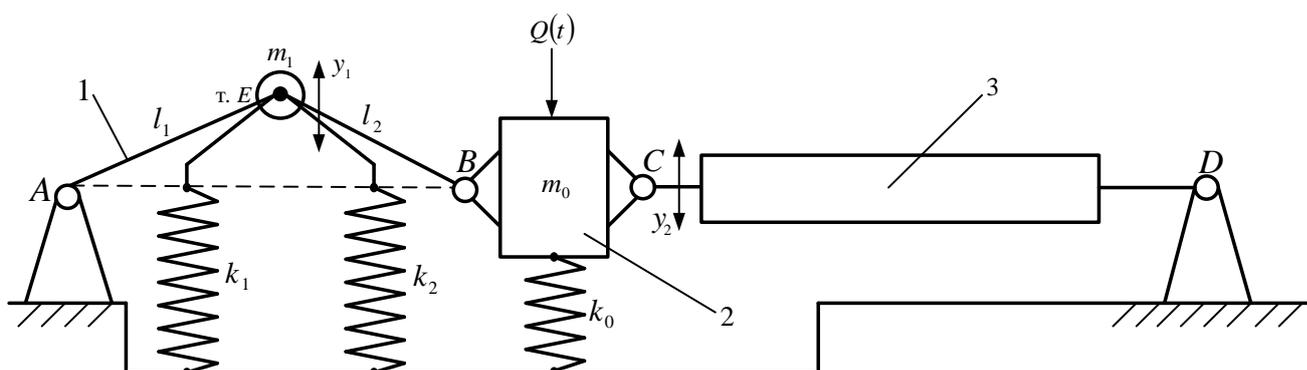


Рисунок 4.17. Принципиальная схема эквивалентного представления упругой балки в виде соединения двух невесомых стержней с сосредоточенной массой в т. E

Коэффициенты жесткости k_1 и k_2 пружин на рисунке 4.17 отражают изгибную и приведенную жесткости предварительного натяжения соответственно.

Жесткость k_1 в первом приближении может быть определена по формуле

$$k_1 = \frac{S}{y_{10}},$$

где S – максимальное натяжение троса (280 кН), y_{10} – амплитуда колебаний упругого элемента в т. B (10 ÷ 20 мм). Коэффициент жесткости k_2 формируется при деформации балки, совершающей изгибные колебания.

4.4.2. Предварительная оценка динамических свойств

Полагая, что $l_1 = l_2$ и происходит симметричная упругая деформация балки, при равномерной нагрузке на опоры A и B , можно принять, что $m_2 = \frac{1}{2}P$, где P – вес балки в целом.

Особенностью работы вибрационной технологической машины (рисунок 4.16 и рисунок 4.17) является наличие двух «ограничителей» движения подвижного блока 2 (рисунок 4.17) с помощью балки AB и тросовой системы CD с устройством натяжения. Балка и тросовый элемент обладают достаточной жесткостью, что обеспечивает вертикальное движение подвижного блока конструктивными средствами. Защемленный конец балки имеет возможность поворота в шарнире и горизонтального смещения по оси x , на которой в статическом положении расположены тт. A, B, C, D (рисунок 4.18).

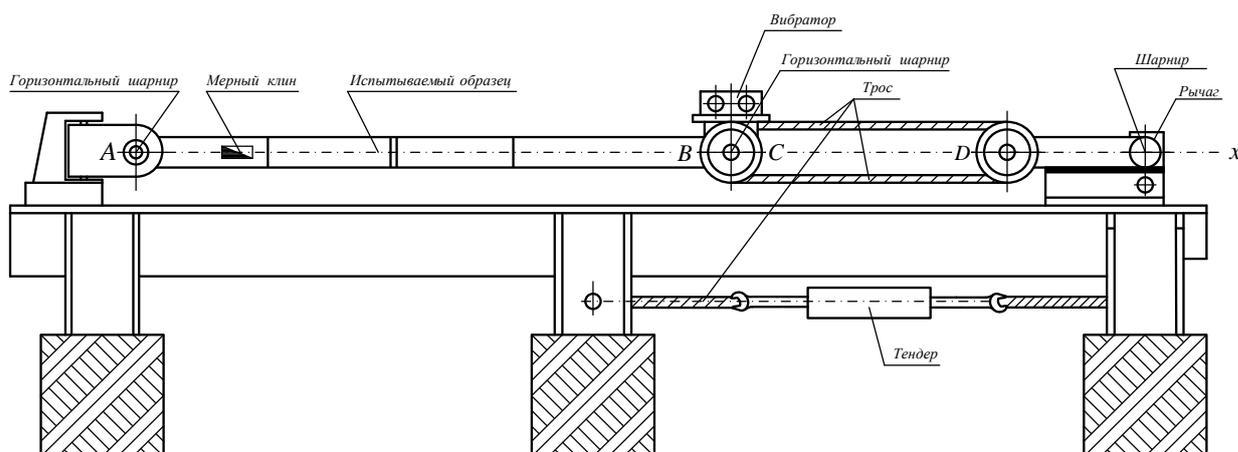


Рисунок 4.18. Схема испытания образцов лопастей вертолета

В определенном смысле группа рассмотренных элементов представляет собой некоторую составную струну, которая натягивается с помощью специального гидравлического механизма с последующим стационарным закреплением троса (рисунок 4.19).



Рисунок 4.19. Натяжное устройство для вибрационных испытаний изделия

Натяжение системы может регулироваться в пределах 280 кН, что используется для настройки рабочего режима.

Вместе с этим, балка *AB* при деформации в рамках первой формы колебаний, имея составляющие движения точки *B* вдоль горизонтальной оси имеет возможности совершать малые колебания в продольном направлении, что обеспечивается конструкцией шарнира *B*. Такие деформации имеют размеры порядка нескольких миллиметров ($1 \div 2$ мм). Вертикальные отклонения балки *AB* (рисунок 4.17) относительно горизонтальной линии изменяются в пределах $15 \div 30$ мм. Вес балки составляет 40 кг. Балка имеет коробчатое поперечное сечение (рисунок 4.20). Параметры сечения определяются модулем Юнга $E = 71 \cdot 10^3$ МПа, моментом инерции сечения $J = 1480 \cdot 10^{-8}$ м⁴.

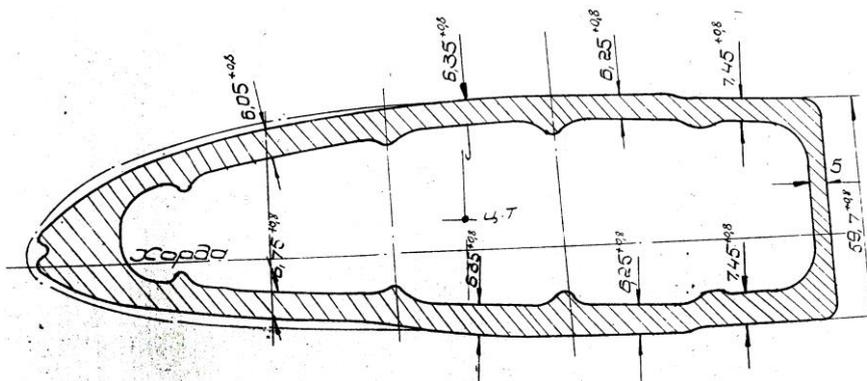


Рисунок 4.20. Форма поперечного сечения испытываемого образца

Первая форма колебаний балки симметрична и имеет особенности в том, что балка в точке A имеет шарнирное закрепление (шарнир неподвижен). В точке A шарнир подпружинен и имеет возможность, кроме поворота, смещаться вдоль продольной или горизонтальной оси x . Рассматриваемая форма колебаний балки отличается и тем, что через тросовый механизм реализуется дополнительное продольное натяжение, которое увеличивает жесткость балки при реализации вертикального движения. Дополнительно балка имеет жесткость k_1 , которую предварительно можно определить по известным формулам [13, 27, 160] с учетом данных технического паспорта вибростенда и измеряемых в процессе эксплуатации параметров динамического состояния

Упругая балка находится под действием силового возмущения, создаваемого инерционными возбудителями (рисунок 4.16)

$$Q = m'_0 r \omega^2 \sin \omega t, \quad (4.105)$$

где r – величина эксцентриситета, ω – угловая скорость валов, вращающихся в противоположных фазах, m'_0 – общая масса противовесов.

При реализации движения балка, с учетом формы колебаний и ограничений на виды движения, может быть представлена моделью в виде рычажного механизма (в данном случае – это двухповодковая группа Ассура, в центральном шарнире которой имеется приведенная масса m_1). Такие упрощения системы используются при предварительной оценке свойств конструкций [20, 38, 148, 160], а также в методах приближенной оценки низших частот колебаний упругих систем [13].

Рассматриваемая на рисунке 4.16 расчетная схема отражает особенности плоского движения. При этом шарнир B имеет конструктивные особенности, позволяющие осуществлять продольные колебания. Поэтому система (рисунок 4.16, рисунок 4.17), имея две степени свободы, в упрощенном виде может быть представлена расчетной схемой в виде механической колебательной системы с двумя степенями свободы.

4.5. Особенности построения вибрационных технологических машин

Вибростенд состоит из подвижного рабочего блока в виде жесткого невесомого стержня (стержня с малым моментом инерции). По концам стержня в точках B и C расположены соответственно сосредоточенные массы m_1 и m_2 . Эти массы опираются на упругие элементы с жесткостями k_1 и k_2 . Рабочий блок, по существу, представляет собой твердое тело массой M и моментом инерции J относительно центра тяжести $t. O$. Расстояние до центра тяжести $t. O$ составляет l_1 и l_2 (рисунок 4.21).

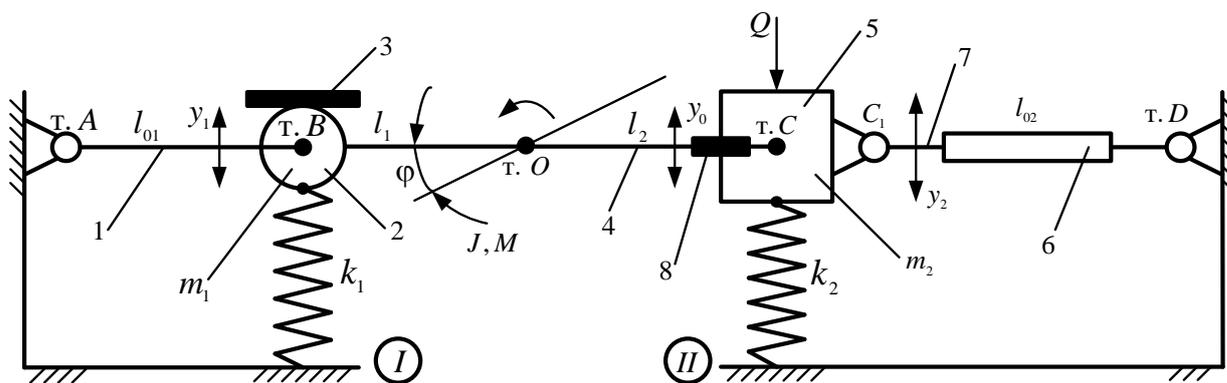


Рисунок 4.21. Расчетная схема вибрационного технологического стенда

Элементы системы стержень AB и трос CD – соответственно позиции 1 и 6 на рисунке 4.21 – обеспечивают вертикальное движение рабочего тела AB – позиции 2, 3, 4, 5. Рабочая поверхность 2 предназначена для реализации процесса виброупрочнения деталей. Вибровозбудитель 5 представляет собой устройство с двумя дебалансами. Шарнир C имеет приспособление 8 для компенсации продольных составляющих колебаний стержня CB . Шарниры A , B , C_1 и D обеспечивают возможности вращательных движений (обеспечиваются повороты стержней). Стержень C_1D имеет приспособление 6 для натяжения троса, который регулирует приведенную жесткость системы. Упругие элементы k_1 и k_2 обладают линейными свойствами. Массоинерционные элементы m_1 и m_2 являются составляющими рабочего блока как твердого тела.

В расчетной схеме используются две системы координат, связанные с неподвижным базисом (опорные поверхности – I и II на рисунке 4.21) – это y_1 и y_2 , а также y_0 и φ ; при этом y_0 – координата центра тяжести; φ – угол поворота относи-

тельно центра тяжести. Предполагается, что центр колебаний не лежит на прямой BC , а точка O находится на перпендикуляре к прямой BC . В связи с этим $M = m_1 + m_2$, но $J \neq m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$.

При расчетах используются кинематические соотношения:

$$y_0 = ay_1 + by_2; \varphi = c \cdot (y_2 - y_1); y_1 = y_0 - l_1 \cdot \varphi; y_2 = y_0 + l_2 \cdot \varphi; \quad (4.106)$$

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}; b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}; c = \frac{1}{l_1 + l_2}.$$

Вибрационный возбудитель имеет неуравновешенную массу m_0 и эксцентриситет r . Рассматриваются малые колебания в плоскости; трос C_1D – элемент 7 с натяжным устройством 6 может создавать постоянные усилия на время рабочего цикла работы вибростенда. Силовое возмущение является гармоническим $Q_2 = (m_0)' \cdot r \omega^2 \cdot \sin \omega t$ и направлено по вертикали. В первом приближении расчетная схема на рисунке 4.21 представляет собой твердое тело массой M и моментом инерции J относительно центра тяжести, опирающиеся на упругие опоры жесткостями k_1 и k_2 .

Задача исследования заключается в изучении динамических свойств системы при возмущении по координате $y_2(Q_2)$, отражающем внимание к соотношениям координат y_1 и y_2 при различных частотах, а также значениях параметров системы в ситуации, когда по координате y_2 становится возможным режим динамического гашения колебаний, а по координате y_1 реализуются колебания динамического гасителя.

4.5.1. Построение математической модели

Если пренебречь продольными колебаниями вдоль линии расположения характерных точек A, B, C, C_1 и D , то после составления выражений для кинетической и потенциальной энергий, получим уравнения движения системы в координатах y_1 и y_2 :

$$\tilde{y}_1 \cdot [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] + \tilde{y}_2 \cdot (Mab - Jc^2)p^2 = 0; \quad (4.107)$$

$$\tilde{y}_2 \cdot [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] + \tilde{y}_1 \cdot (Mab - Jc^2)p^2 = \tilde{Q}_2. \quad (4.108)$$

В уравнениях (4.107), (4.108) массоинерционные свойства отображаются моментом инерции J и массой тела M , сосредоточенных в точке O центра тяжести. Отметим, что центр тяжести на самом деле находится на прямой, проходящей через точку O . Центр тяжести может находиться выше или ниже точки O , при этом выполняется условие $J \neq m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$.

С другой стороны, твердое тело может быть представлено невесомым стержнем, на концах которого находятся материальные точки массой m_1 и m_2 . В этом случае центр тяжести не должен лежать на стержне. Поэтому при рассмотрении конкретных ситуаций необходимо определиться, будет ли $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 > 0$ или $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 < 0$. При выполнении условия $m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 = 0$ система становится вырожденной и распадается на две независимые частоты. Исходя из приведенных соображений, выстраиваются соотношения между m_1 , m_2 , $Ma^2 + Jc^2$ и $Mb^2 + Jc^2$. Структурная схема системы с силовым возмущением по координате \tilde{y}_2 приведена на рисунке 4.22, где $p = j\omega$ – комплексная переменная, значок (\sim) означает изображение переменных по Лапласу [78].

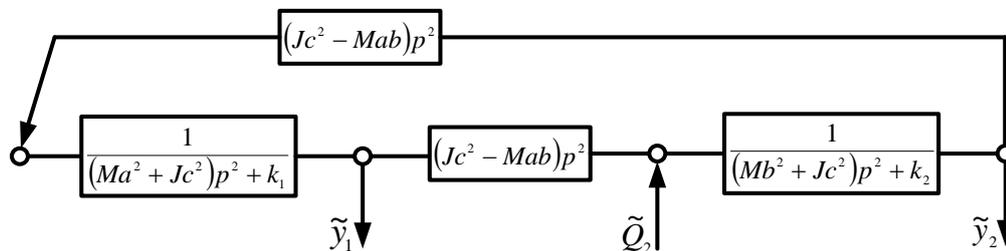


Рисунок 4.22. Структурная схема вибростенда в координатах \tilde{y}_1 и \tilde{y}_2

Запишем передаточные функции системы

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_2} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{A}; \quad (4.109)$$

$$W_2(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_2} = \frac{(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1}{A}; \quad (4.110)$$

где

$$A = [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - (Jc^2 - Mab)^2 p^4 \quad (4.110')$$

частотное уравнение. Отметим, что возможны некоторые преобразования

$(Ma^2 + Jc^2)p^2 = (Ma^2 + Mab + Jc^2 - Mab)p^2 = [Ma + (Jc^2 - Mab)] \cdot p^2$, а также $(Mb^2 + Jc^2)p^2 = [Mb + (Jc^2 - Mab)] \cdot p^2$, тогда структурную схему на рисунке 4.22 можно представить в виде, как показано на рисунке 4.23. В данном случае $M = Ma + Mb$, а $R = Jc^2 - Mab > 0$ соответственно.

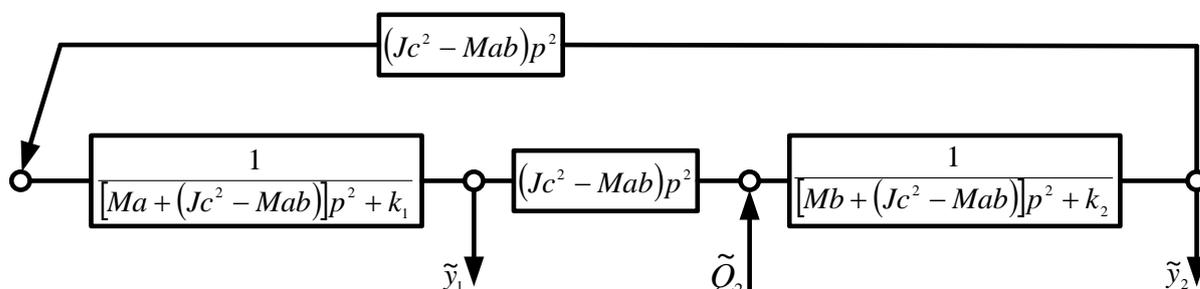


Рисунок 4.23. Структурная схема вибростенда в форме, соответствующей цепному виду

Для вибростенда, расчетная схема которого приведена на рисунке 4.21, для структурных схем на рисунках 4.22 и 4.23 в системе координат y_1 и y_2 характерно то, что связь между парциальными системами имеет инерционный тип.

При выполнении условия $Jc^2 - Mab = 0$, как было выше отмечено, система распадается на два независимых блока с параметрами $Ma^2p^2 + k_1$ и $Mb^2p^2 + k_2$. В этом случае движение по координатам y_1 и y_2 становятся независимыми. Такой режим работы для технологического вибростенда не рассматривается. Для случая, определяемого условием $Jc^2 - Mab > 0$, возможен режим динамического гашения колебаний на элементе m_2 на частоте

$$\omega_{\text{дин.}}^2 = \frac{k_1}{Ma + (Jc^2 - Mab)} = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}. \quad (4.111)$$

В этом случае движение по координате y_2 становится равным нулю (или $y_2 \rightarrow 0$). При динамическом гашении колебаний по координате y_2 вибрационная энергия от инерционного возбудителя передается массоинерционному элементу m_1 , то есть на координату y_1 , что составит

$$\tilde{y}_1 = -\frac{\tilde{Q}_2}{(Jc^2 - Mab)p^2}. \quad (4.112)$$

Оценка (4.112) может быть проведена при $Q_2 = (m_0)' \cdot r\omega^2$. В этом случае амплитуда колебаний по координате y_1 составит

$$y_1 = \frac{m_0 r}{Jc^2 - Mab} = \frac{m_0 r (l_1 + l_2)^2}{J - Ml_1 l_2}. \quad (4.113)$$

Из (4.113) следует, что при $J - Ml_1 l_2 \rightarrow 0$ амплитуду y_1 будет возрастать. Так как частота динамического гашения определяется выражением (4.111), то при $Jc^2 - Mab = 0$ частота динамического гашения $\omega_{\text{дин.}}^2$ будет равна частоте собственных колебаний парциальной системы $Mbp^2 + k_2$ при «занулении» межпарциальной связи. Таким образом, регулирование величины y_1 как амплитуды колебаний рабочей площадки вибростенда, целесообразно вести путем изменения момента инерции J или жесткости k_1 .

4.5.2. Особенности математических моделей

В третьей главе диссертации вопросы динамических взаимодействий между координатами системы цепного типа с двумя степенями свободы рассмотрены достаточно подробно. Показано, что соотношения между движениями по координате y_1 и y_2 могут интерпретироваться как рычажные связи, и это проявляется в формах колебаний, которые создаются внешним гармоническим воздействием и сохраняются при изменении частоты внешних колебаний (имеется в виду форма колебаний) до определенного значения частоты внешнего возмущения; после чего происходит образование другой формы колебаний. Отношение координат $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}$ в операторном виде может быть получено из структурной схемы на рисунке 4.23 и при входном воздействии Q , приложенном к элементу m_2 , определяется выражением

$$W_{12}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{[Ma + (Jc^2 - Mab)]p^2 + k_1}, \quad (4.114)$$

где $p = j\omega$ – комплексная переменная, значок (\sim) над переменной соответствует изображению по Лапласу.

При подстановке $p = j\omega$ в (4.114) получим

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{-(Jc^2 - Mab) \cdot \omega^2}{-[Ma + (Jc^2 - Mab)] \cdot \omega^2 + k_1}, \quad (4.115)$$

откуда можно найти, что парциальная частота системы определится

$$n^2 = \omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1}{Ma + [Jc^2 - Mab]}. \quad (4.116)$$

График $\frac{y_1}{y_2}(\omega)$ на рисунке 4.24 в диапазоне изменения частоты внешнего воздействия от 0 до $\omega_{\text{дин}}$ имеет отрицательное значение; после перехода $\omega = \omega_{\text{дин}}$, отношение $\frac{y_1}{y_2}$ становится положительным и стремится при $\omega \rightarrow \infty$ к пределу, определяемому выражением

$$W_{12}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{Jc^2 - Mab}{Ma + (Jc^2 - Mab)} < 1. \quad (4.117)$$

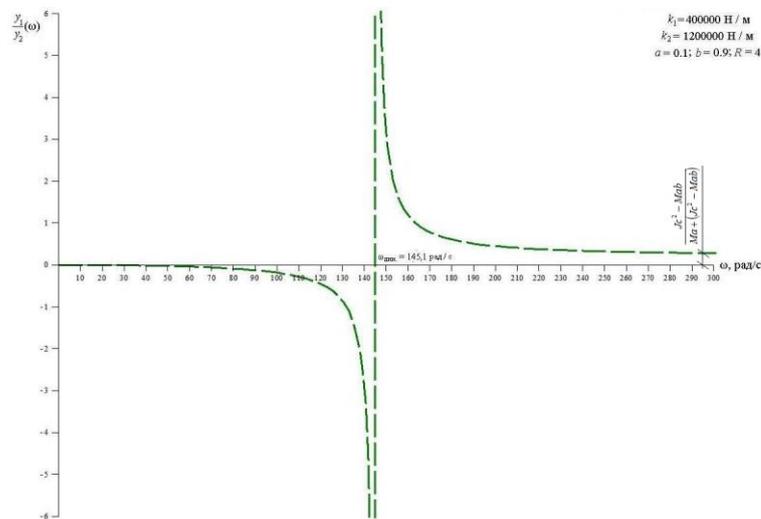


Рисунок 4.24. График зависимости $\frac{y_1}{y_2}$ от частоты ω при выполнении условия (4.114)

В диапазоне частот $0 - \omega_{\text{дин}}$ форма колебаний такова, что рычажная связь соответствует представлениям о связях, создаваемых рычагом второго рода. При переходе через критическое значение частоты внешнего воздействия, которое совпадает с частотой динамического гашения, происходит смена формы колебаний, а координаты y_1 и y_2 начинают изменяться в противофазе. В этом случае отношение координат соответствует представлениям о связях, формируемых рычагом второго рода. При дальнейшем увеличении частоты внешнего возмущения отношение координат $\frac{y_1}{y_2}$ стремится к пределу (4.117) при возмущении по массе

m_2 . Таким образом, график $\frac{y_1}{y_2}(\omega)$ в диапазоне изменения частоты внешнего воздействия от 0 до $\omega_{\text{дин}}$ имеет отрицательное значение; после перехода $\omega = \omega_{\text{дин}}$, отношение $\frac{y_1}{y_2}$ становится положительным и при $\omega \rightarrow \infty$ стремится к пределу (4.117).

При приложении силового возмущения Q_2 к массе m_2 (координата y_2) передаточное отношение рычажной связи $\frac{y_1}{y_2}$ отрицательно, как следует из рисунка 4.24, что означает движение по координатам y_1 и y_2 в противофазе. Центр колебаний находится в частотном диапазоне $0 - \omega_{\text{дин}}$. Чем ближе находится частота внешнего воздействия к частоте динамического гашения, тем больше будет передаточное отношение рычажной связи. При этом амплитуда колебаний инерционного возбудителя (координата y_2) будет достаточно мала, тогда как координата движения y_1 будет значительно больше, что позволяет реализовать (в определенном смысле) своеобразную перекачку энергии к рабочей части вибростенда (так можно назвать массу m_1 (позиция 2 на рисунке 4.21) с установочной площадкой 3 (рисунок 4.21) по отношению к вибрационному возбудителю m_2 (позиция 5, рисунок 4.21).

Величина амплитуды колебаний по координате y_1 определяется выражением (4.113). На рисунке 4.25 приведены графики $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ при возбуждении по координате y_2 и выполнении условия $Jc^2 - Mab > 0$.

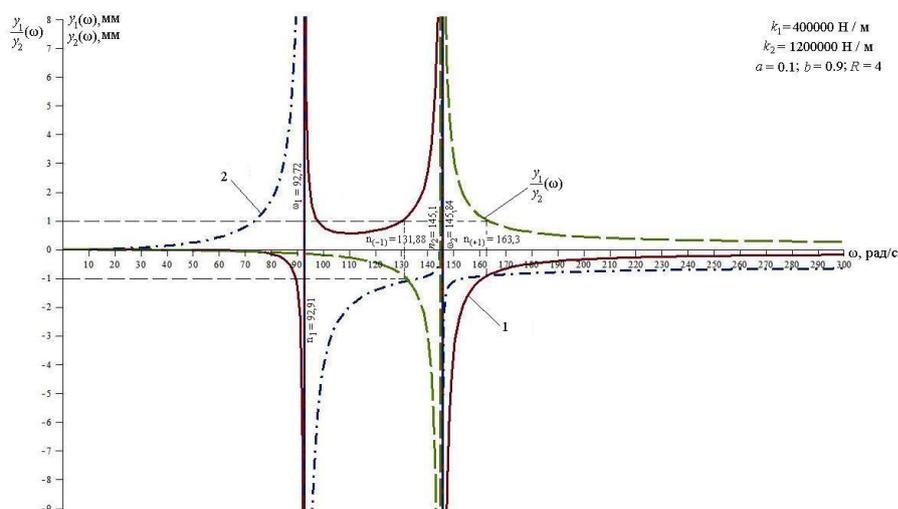


Рисунок 4.25. Графики зависимостей амплитуд колебаний вибростенда от частоты внешнего воздействия: кривая 1 – зависимость $y_1(\omega)$; кривая 2 – зависимость $y_2(\omega)$

При $\omega \rightarrow \infty$ график зависимости $y_1(\omega)$ стремится к пределу

$$\tilde{y}_1 = N_1 = \frac{(Jc^2 - Mab) \cdot m_0 \cdot r}{MJc^2}; \quad (4.118)$$

$$\tilde{y}_2 = N_2 = \frac{(Jc^2 - Mab + Mb) \cdot m_0 \cdot r}{MJc^2}. \quad (4.119)$$

Отношение (4.117) к выражению (4.118) соответствует пределу

$$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(p \rightarrow \infty) = \frac{Jc^2 - Mab}{Ma + Jc^2 - Mab}, \quad (4.120)$$

приведенному на рисунке 4.24.

Обозначим на графиках $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ (рисунок 4.25) $Mbp^2 + R$ можно отметить некоторые соотношения координат y_1 и y_2 при частотах, определяемых из выражения

$$W_{12}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{Map^2 + (Jc^2 - Mab)p^2 + k_1}. \quad (4.121)$$

$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = 1$ при:

$$\omega_1^2 = \frac{k_2}{Ma}. \quad (4.122)$$

В свою очередь, при $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = -1$ искомая частота определяется

$$\omega_{10}^2 = \frac{k_1}{Ma + 2(Jc^2 - Mab)}. \quad (4.123)$$

Характерным для взаимного расположения на рисунке 4.25 является пересечение кривой 1 и кривой 2 при частоте ω_1^2 и отношении амплитуд, равном +1.

4.5.3. Особенности системы

Отдельным вопросом в оценке динамических свойств является наличие условия

$$Jc^2 - Mab < 0. \quad (4.124)$$

В этом случае

$$\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{-(Jc^2 - Mab)p^2}{[Ma - (Jc^2 - Mab)p^2] + k_1}, \quad (4.125)$$

что приводит к несколько иным формам соотношений. Частота динамического гашения колебаний определится

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_1}{Ma - (Jc^2 - Mab)}. \quad (4.126)$$

При этом график $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ примет вид как показано на рисунке 4.26.

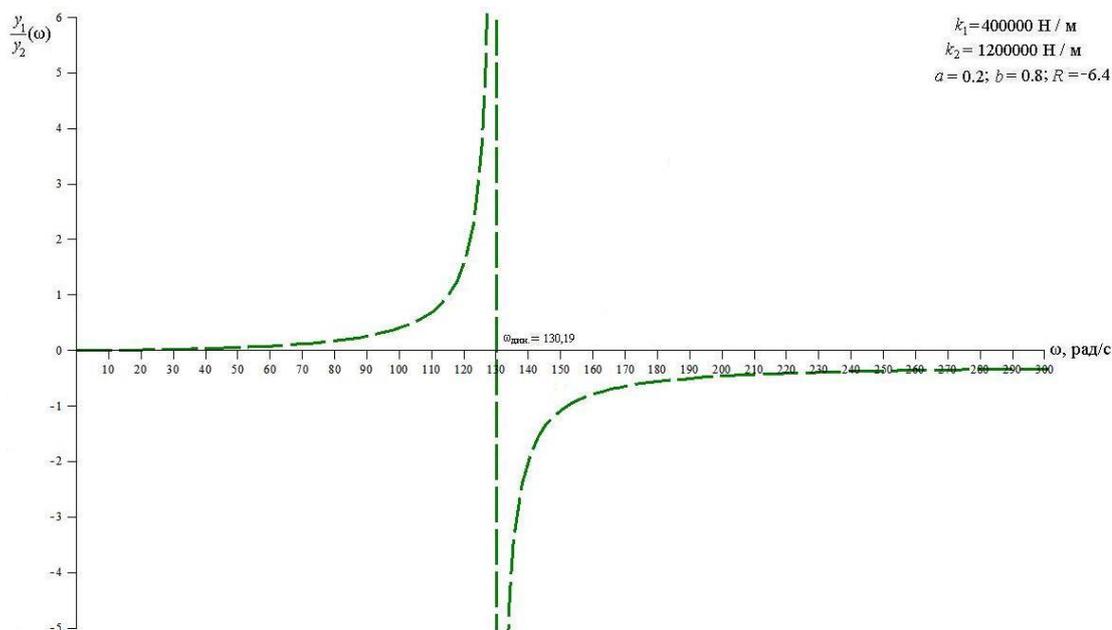


Рисунок 4.26. График зависимости $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ при выполнении условия $Jc^2 - Mab < 0$

В отличие от выше рассмотренного случая, график $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2}(\omega)$ будет отличаться тем, что по сравнению с графиком на рисунке 4.24, является зеркальным отражением по форме, но параметры графика будут другими. То есть будут другими частота динамического гашения $\omega_{\text{дин}}$ и частоты собственных колебаний ω_1 и ω_2 ; иными также будут и частоты, при которых будут соблюдаться соотношения $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = 1$ и $\frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = -1$; кроме того, будут другими и предельные значения при увеличении частоты возмущения $\omega \rightarrow \infty$.

График зависимостей $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ показан на рисунке 4.27.

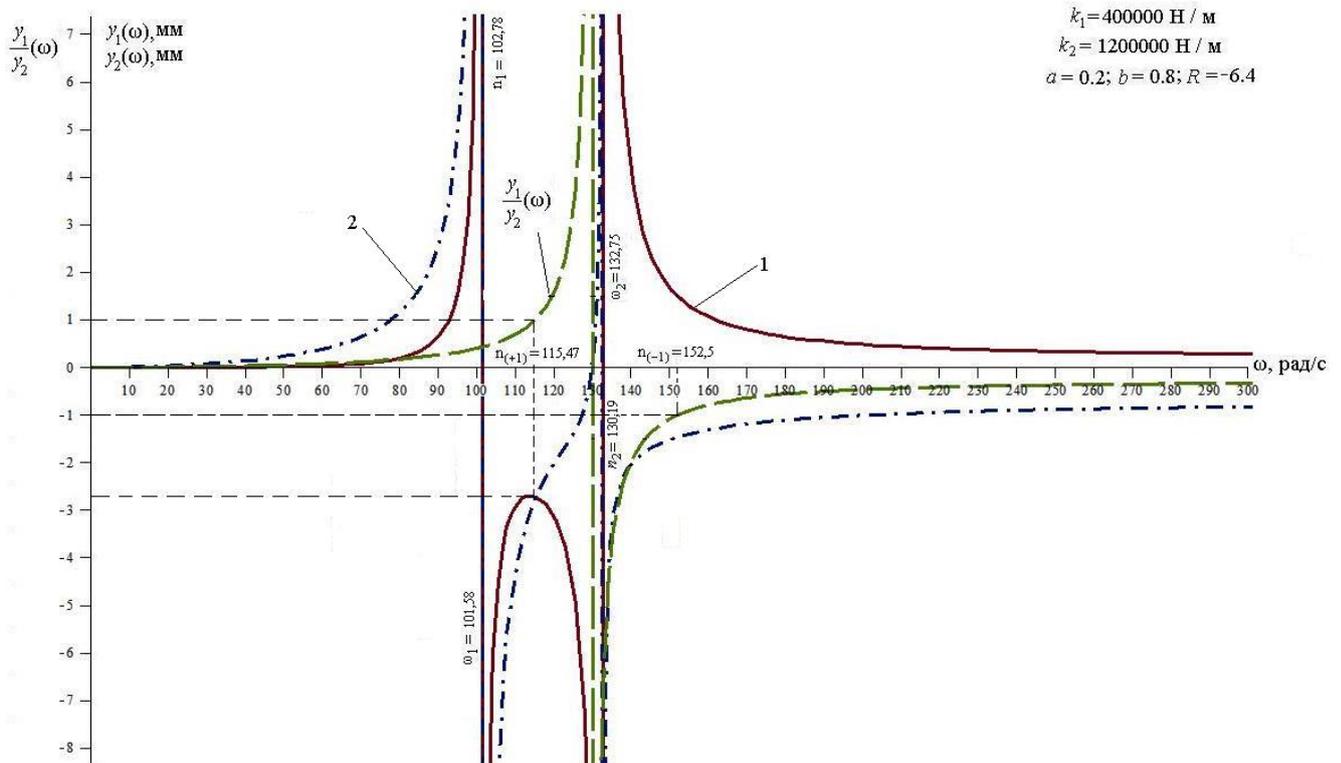


Рисунок 4.27. Графики зависимостей $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ от частоты возмущения: кривая 1 – $y_1(\omega)$; кривая 2 – $y_2(\omega)$ при условии $Jc^2 - Mab < 0$

4.5.4. Влияние параметров инерционной межпарциальной связи

Выше рассматривались особенности динамических свойств при разных значениях соотношения $Jc^2 - Mab$, которое может быть представлено в виде двух неравенств

$$Jc^2 - Mab > 0; \quad (4.127) \quad Jc^2 - Mab = 0; \quad (4.128) \quad Jc^2 - Mab < 0. \quad (4.129)$$

Для учета влияния условий (4.127) ÷ (4.129) используются следующие выражения

$$W_1(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{Q}_2} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{A}; \quad (4.130)$$

$$W_2(p) = \frac{\tilde{y}_2}{\tilde{Q}_2} = \frac{[Ma + (Jc^2 - Mab)]p^2 + k_1}{A}; \quad (4.131)$$

$$W_{12}(p) = \frac{\tilde{y}_1}{\tilde{y}_2} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{[Ma + (Jc^2 - Mab)]p^2 + k_1}. \quad (4.132)$$

$$A = \{[Ma + (Jc^2 - Mab)]p^2 + k_1\} \cdot \{[Mb + (Jc^2 - Mab)]p^2 + k_2\} - (Jc^2 - Mab)^2 p^4. \quad (4.133)$$

Для построения математической модели используются следующие параметры: $M = 150$ кг; $a = 0,1$ м; $b = 0,9$ м; $J = 286$ кг·м²; $Ma = 15$ кг·м; $Mb = 135$ кг·м; $R = 4$ кг·м²; $l_1 + l_2 = 4$ м.

На рисунке 4.28 построена диаграмма, позволяющая выбирать параметры вибростенда (например, a и b , или массоинерционные параметры J и M), которые обеспечивают необходимые соотношения амплитуд колебаний по координатам y_1 и y_2 .

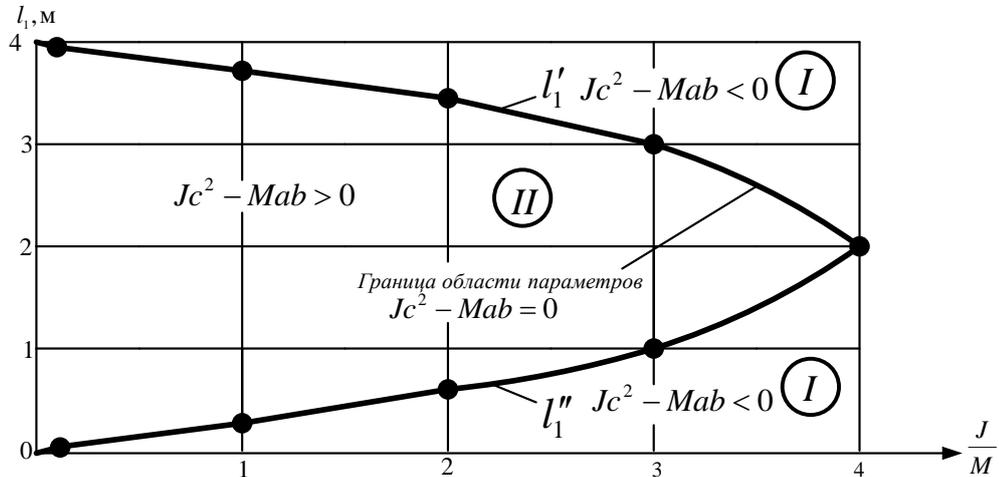


Рисунок 4.28. Диаграмма соотношения параметров Jc^2 и Mab (при $l_1 + l_2 = 4$ м)

Если принимать значения l_1 и l_2 , используя кривые I и II на рисунке 4.28, то $l_1 + l_2 = 4$ и для такой точки соотношение J / m делает $Jc^2 - Mab = 0$. В этом случае в системе межпарциальная связь зануляется и, как это было отмечено выше, движение по координатам y_1 и y_2 происходит независимо. Если значения l_1 и l_2 будут выбраны внутри контура, образованного кривыми I и II , то $Jc^2 - Mab > 0$. При выборе значений l_1 и l_2 в зонах между кривой II и осью абсцисс, а также между кривой I (рисунок 4.28) и прямой, параллельной оси абсцисс и выходящей из точки $l = 4$ на оси ординат выполняется условие $Jc^2 - Mab < 0$.

Рассмотрим более подробно, как изменяются некоторые частотные характеристики при разных значения $Jc^2 - Mab = R$.

$$1. R > 0, n_1^2 = \frac{k_2}{Mb + Jc^2 - Mab} \cdot R < 0, n_1^2 = \frac{k_2}{Mb - R}.$$

Отметим, что $n_{+1}^2 > n_{+1}^2$, то есть изменение парциальной частоты, на которой отношение амплитуд $\frac{y_1}{y_2} = +1$, пропорционально изменению соотношения $Jc^2 - Mab$. В

случае $R > 0$ частота n_{+1} находится правее границы собственной частоты ω_2 , а при $R < 0$ – в межпарциальной зоне частот подсистем n_1 и n_2 .

$$2. R > 0, n_2^2 = \frac{k_1}{Ma + (Jc^2 - Mab)}. \text{ При } R < 0 \ n_2^2 = \frac{k_1}{Ma - R}.$$

Отметим, что $n_{-1}^2 < n_{-1}^2$, то есть изменение парциальной частоты, на которой отношение амплитуд $\frac{y_1}{y_2} = -1$, обратно пропорционально изменению соотношения $Jc^2 - Mab$. В случае $R > 0$ частота n_{-1} находится в зоне частот n_1 и n_2 , а при $R < 0$ – правее границы собственной частоты ω_2 .

3. При $R = 0$. $n_{+1}^2 = n_{+1}^2$; $n_{-1}^2 = n_{-1}^2$. В данном случае система распадается на две независимых подсистемы и инерционные связи отсутствуют.

В таблице 4.2 приведены изменения особых, собственных и парциальных частот в зависимости от жесткостей пружин и соотношения $Jc^2 - Mab$.

Таблица 4.2. Значения особых, собственных и парциальных частот в зависимости от жесткостей пружин и соотношения $Jc^2 - Mab$

$a = 0,1; b = 0,9; R = 4$

$k_1 = 1600000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 291,11 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 291,14 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 291,17 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 291,21 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 290,19 \text{ рад/с}$			
	$\omega_1 = 53,63 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 75,85 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 92,88 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 107,24 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 53,64 \text{ рад/с}$	$n_1 = 75,86 \text{ рад/с}$	$n_1 = 92,91 \text{ рад/с}$	$n_1 = 107,29 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 326,6 \text{ рад/с}$			
	$n_{(-1)} = 263,75 \text{ рад/с}$			
$k_1 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 252,1 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 252,15 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 252,2 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 252,25 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 251,31 \text{ рад/с}$			
	$\omega_1 = 53,63 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 75,84 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 92,87 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 107,22 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 53,64 \text{ рад/с}$	$n_1 = 75,86 \text{ рад/с}$	$n_1 = 92,91 \text{ рад/с}$	$n_1 = 107,29 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 282,84 \text{ рад/с}$			
	$n_{(-1)} = 228,42 \text{ рад/с}$			
$k_1 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 205,87 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 205,92 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 205,98 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 206,05 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 205,2 \text{ рад/с}$			
	$\omega_1 = 53,63 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 75,83 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 92,84 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 107,2 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 53,64 \text{ рад/с}$	$n_1 = 75,86 \text{ рад/с}$	$n_1 = 92,91 \text{ рад/с}$	$n_1 = 107,29 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 230,94 \text{ рад/с}$			
	$n_{(-1)} = 186,5 \text{ рад/с}$			
$k_1 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 145,61 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 145,7 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 145,84 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 146,06 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 145,1 \text{ рад/с}$			
	$\omega_1 = 53,62 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 75,78 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 92,72 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 106,91 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 53,64 \text{ рад/с}$	$n_1 = 75,86 \text{ рад/с}$	$n_1 = 92,91 \text{ рад/с}$	$n_1 = 107,29 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 163,3 \text{ рад/с}$			
	$n_{(-1)} = 131,88 \text{ рад/с}$			

$$a = 0,2; b = 0,8; R = - 6,4$$

$k_1 = 1600000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 262,5 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 262,62 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 262,76 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 262,91 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 260,38 \text{ рад/с}$	$n_2 = 260,38 \text{ рад/с}$	$n_2 = 260,38 \text{ рад/с}$	$n_2 = 260,38 \text{ рад/с}$
	$\omega_1 = 59,31 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 83,84 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 102,63 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 118,44 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 59,34 \text{ рад/с}$	$n_1 = 83,92 \text{ рад/с}$	$n_1 = 102,78 \text{ рад/с}$	$n_1 = 118,68 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 230,94 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 230,94 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 230,94 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 230,94 \text{ рад/с}$
	$n_{(-1)} = 305 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 305 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 305 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 305 \text{ рад/с}$
$k_1 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 227,37 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 227,51 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 227,69 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 227,9 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 225,49 \text{ рад/с}$	$n_2 = 225,49 \text{ рад/с}$	$n_2 = 225,49 \text{ рад/с}$	$n_2 = 225,49 \text{ рад/с}$
	$\omega_1 = 59,31 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 83,82 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 102,57 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 118,34 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 59,34 \text{ рад/с}$	$n_1 = 83,92 \text{ рад/с}$	$n_1 = 102,78 \text{ рад/с}$	$n_1 = 118,68 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 200 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 200 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 200 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 200 \text{ рад/с}$
	$n_{(-1)} = 264,14 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 264,14 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 264,14 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 264,14 \text{ рад/с}$
$k_1 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 185,71 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 185,91 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 186,17 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 186,52 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 184,12 \text{ рад/с}$	$n_2 = 184,12 \text{ рад/с}$	$n_2 = 184,12 \text{ рад/с}$	$n_2 = 184,12 \text{ рад/с}$
	$\omega_1 = 59,29 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 83,75 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 102,43 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 118,05 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 59,34 \text{ рад/с}$	$n_1 = 83,92 \text{ рад/с}$	$n_1 = 102,78 \text{ рад/с}$	$n_1 = 118,68 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 163,3 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 163,3 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 163,3 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 163,3 \text{ рад/с}$
	$n_{(-1)} = 215,67 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 215,67 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 215,67 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 215,67 \text{ рад/с}$
$k_1 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 400000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 800000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1200000 \text{ Н / м}$	$k_2 = 1600000 \text{ Н / м}$
	$\omega_2 = 131,46 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 131,89 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 132,75 \text{ рад/с}$	$\omega_2 = 134,84 \text{ рад/с}$
	$n_2 = 130,19 \text{ рад/с}$	$n_2 = 130,19 \text{ рад/с}$	$n_2 = 130,19 \text{ рад/с}$	$n_2 = 130,19 \text{ рад/с}$
	$\omega_1 = 59,2 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 83,47 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 101,58 \text{ рад/с}$	$\omega_1 = 115,47 \text{ рад/с}$
	$n_1 = 59,34 \text{ рад/с}$	$n_1 = 83,92 \text{ рад/с}$	$n_1 = 102,78 \text{ рад/с}$	$n_1 = 118,68 \text{ рад/с}$
	$n_{(+1)} = 115,47 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 115,47 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 115,47 \text{ рад/с}$	$n_{(+1)} = 115,47 \text{ рад/с}$
	$n_{(-1)} = 152,5 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 152,5 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 152,5 \text{ рад/с}$	$n_{(-1)} = 152,5 \text{ рад/с}$

На рисунках 4.29 и 4.30 приведены зависимости собственных частот от жесткостей упругих элементов при различных соотношениях $Jc^2 - Mab$.

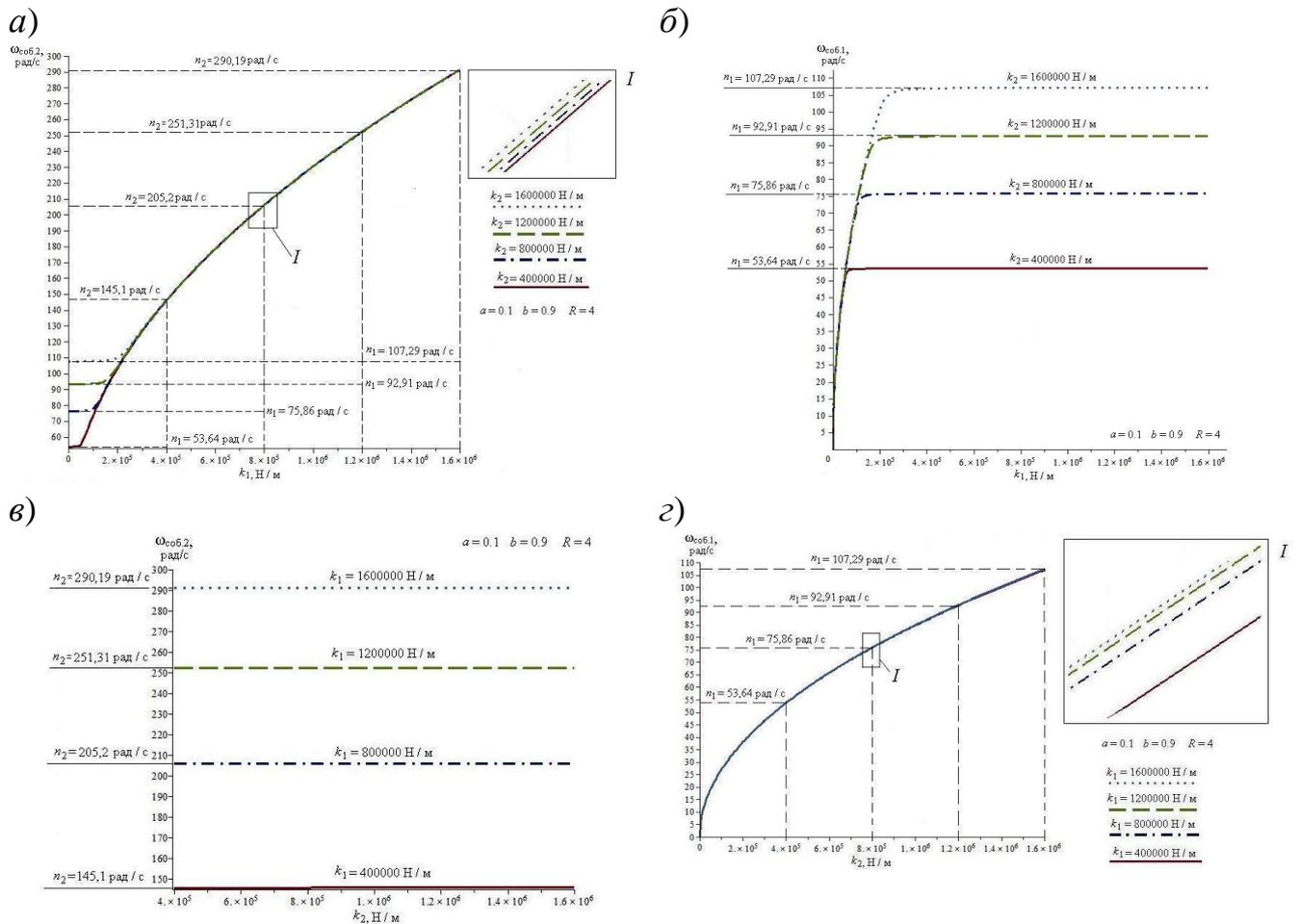


Рисунок 4.29. Зависимость собственных частот от жесткостей упругих элементов при $Jc^2 - Mab > 0$: a – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_1 ; \bar{b} – зависимость нижнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_1 ; $\bar{в}$ – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_2 ; $\bar{г}$ – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_2

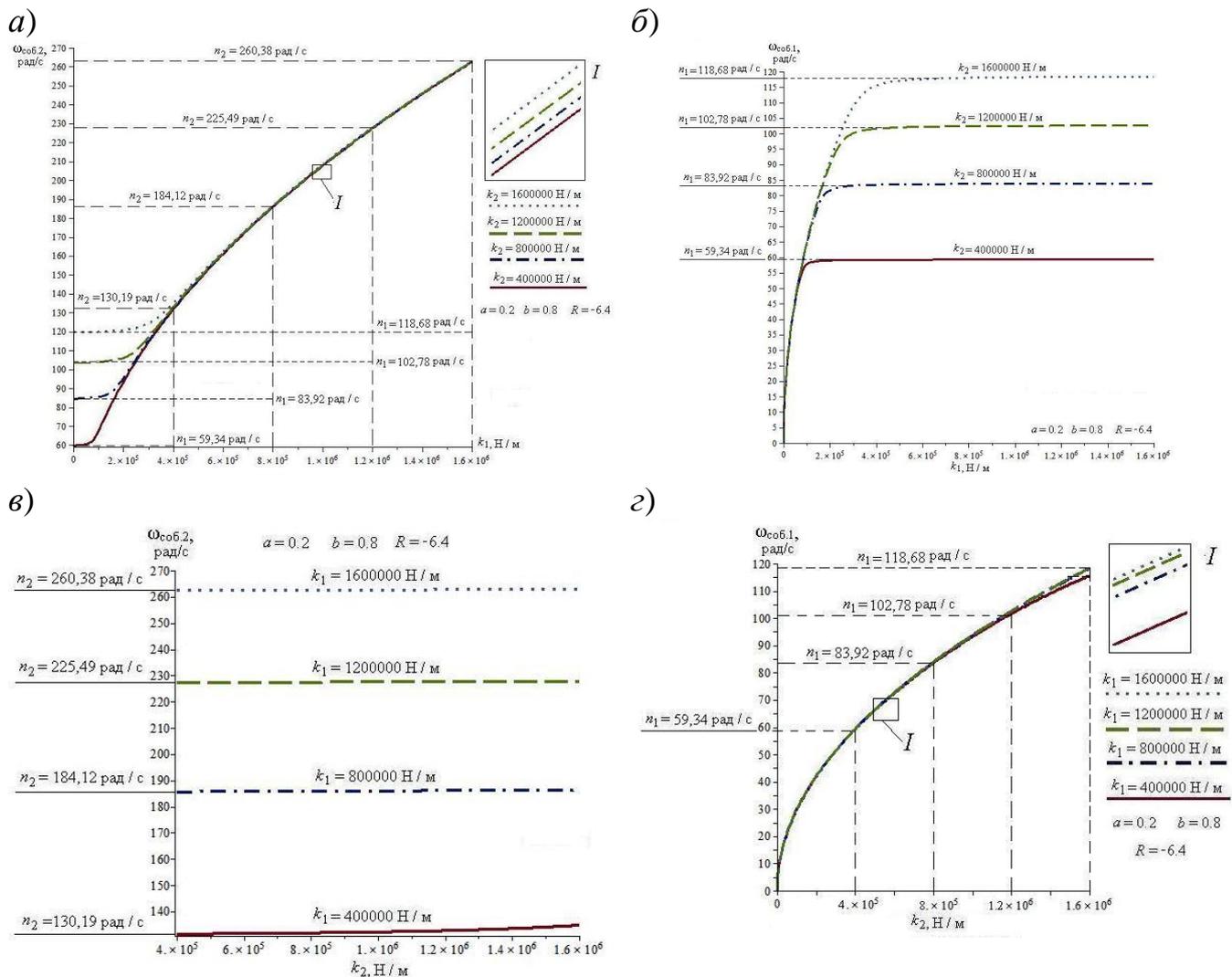


Рисунок 4.30. Зависимость собственных частот от жесткостей упругих элементов при $Jc^2 - Mab < 0$: a – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_1 ; b – зависимость нижнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_1 ; $в$ – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_2 ; $г$ – зависимость верхнего значения собственных частот колебаний системы от жесткости упругого элемента k_2

На основании приведенных таблиц и рисунков можно сделать некоторые выводы:

- 1) парциальные частоты систем близки к собственным частотам, но не выходят за их пределы;
- 2) на парциальной частоте n_2 наблюдаются малые значения амплитуды колебаний, т.е. обеспечивается режим динамического гашения на вибровозбудителе;
- 3) в зависимости от соотношения параметров a , b и J изменяются значения частот, при которых рабочий орган выполняет функции рычагов первого и вто-

рого родов: при $R > 0$ рабочий орган ведет себя как рычаг первого рода в зарезонансной области, а как рычаг второго рода – в межрезонансной области; при $R < 0$ рабочий орган ведет себя как рычаг первого рода в межрезонансной области, а как рычаг второго рода – в зарезонансной области;

4) при увеличении жесткостей упругих опор k_1 и k_2 собственные и парциальные частоты увеличиваются согласно квадратичной зависимости;

5) при настройке вибрационного стенда от жесткости k_1 зависят значения верхних границ парциальных и собственных частот рабочих частей, а от жесткости k_2 – нижние границы парциальных и собственных частот;

6) при изменении инерционного параметра R в меньшую сторону уменьшаются и значения собственных и парциальных частот;

7) асимптотическое приближение кривых на некоторых графиках объясняется близостью собственных и парциальных частот;

8) прямолинейность зависимости $\omega_{\text{соб.2}}(k_2)$ для каждого из случаев R объясняется полученными значениями собственных частот и расположением кривых на одном графике.

Выше приведенные данные вычислительного моделирования отражают параметры технологического вибрационного комплекса для прочностных испытаний технических объектов на одном из предприятий региона.

Предлагаемая методика определения параметров технологического процесса прочностных испытаний продукции на технологическом вибрационном комплексе, примененная на предприятии ЗАО «Улан-Удэнский лопастной завод», дала положительные результаты. Точность расчетов по оценке частот колебаний системы в стационарном режиме (≈ 30 Гц) и амплитудах колебаний обеспечивается в пределах 5 – 7 %, что соответствует техническим регламентам эксплуатации комплекса. Методические материалы и рекомендации переданы предприятию для использования в задачах практического назначения, имеются акты внедрения.

4.6. Выводы по четвертой главе

1. Развитие обобщенных подходов в динамике виброзащитных систем с дополнительными элементами позволяет рассматривать упомянутые как некоторые плоские механизмы с одной или несколькими степенями свободы, что определяется особенностями выбора объекта защиты и составом элементов системы. В такой постановке задачи оценки динамического состояния простейшей формой представления свойств механизмов является выделение двухповодковых групп Ассура с их последующими усложнениями. Показано, что такие усложненные структурные образования могут использоваться для размещения дополнительных масс на элементах рычажных механизмов.

2. Показано, что рычажные связи формируют приведенную массу виброзащитной системы и позволяют путем изменения параметров влиять на динамические свойства системы.

3. Параметры динамического состояния виброзащитной системы существенно зависят от вида внешних возмущений. В этом плане характерны кинематические воздействия, создаваемые движением основания. При наличии рычажных связей в системе формируется режим динамического гашения. Частота динамического гашения зависит не только от массоинерционных и упругих характеристик, но и от конфигурации механической цепи.

4. Разработан метод построения математических моделей механических колебательных систем, в том числе и виброзащитных, основанный на представлении рычажных связей и механизмов в виде передаточных отношений, формирующих приведенные жесткости и массоинерционные характеристики системы с учетом конструктивно-технических форм. Метод основан на использовании структурных преобразований в математических моделях-аналогах и соответствующих передаточных функций систем при различных видах возмущений.

5. Предложен ряд новых конструктивно-технических решений в задачах защиты технических объектов от действия вибраций (предложения защищены патентами, разработаны математические модели).

6. Разработана концепция формирования рычажных связей в механических колебательных системах с учетом возможностей их реализации на основе использования рычажных механизмов и структурных образований из типовых упругих и массоинерционных элементов, соединяемых в соответствии с правилами структурных преобразований.

7. Разработана методическая база для расчета параметров технологического процесса вибрационной машины для испытания изделий на усталостную прочность в режимах возбуждения резонансных форм. Проведены экспериментальные исследования.

Основные выводы по диссертации

На основе проведенных исследований в целом по диссертационной работе можно сделать ряд основных выводов:

1. изучены свойства механических колебательных систем, заключающихся в выявлении условий и форм возникающих рычажных связей. Показано, что рычажные связи могут создаваться как присущие колебательным системам формы взаимодействия элементов.

2. разработан обобщенный подход в решении задач вибрационной защиты технических объектов, основанный на использовании возможностей построения эквивалентных в динамическом отношении расчетных схем цепного вида для механических колебательных систем.

3. предложена и разработана гипотеза возникновения рычажных связей в механических колебательных системах с учетом конструктивно-технических особенностей систем, соотношения видов парциальных структур и дополнительных связей. Показано, что материализация рычажных связей, точнее, их реализация на представлениях о рычагах, связана с вращательными движениями твердых тел.

4. предложен и разработан метод построения математических моделей для систем с рычажными связями, использующий возможности структурных преобразований с выделенным объектом защиты (или управления), по отношению к которому формируется обратная отрицательная связь с параметрами квазиупругого элемента.

5. разработана конструктивно-техническая схема вибрационной технологической системы для производственных испытаний деталей на усталостную прочность.

6. разработана методика расчета настроечных параметров для вибростенда, которая апробирована на основе методов вычислительного моделирования и натурных испытаний. Материалы разработок используются в производственных целях.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. ADAMS [Электронный ресурс]. – MSC Software Inc. – Режим доступа: <http://www.mscsoftware.com/product/adams> (дата обращения: 25.05.2015).
2. C. Lalanne. Mechanical vibrations shock. Specification Development. Vol V, Taylor Francis, 2002. Hermes Penton Ltd. USA. – 320 p.
3. Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. McGraw-Hill Book. USA Company inc, 1981. Vol.3, 4, 5.
4. Harris, C.M. Shock and Vibration Handbook / C. M. Harris, A. G. Piersol. – New York : McGraw – Hill Book Co, 2002. – 1457 p.
5. Maple [Электронный ресурс]. – Waterloo Maple Inc. – Режим доступа: <http://www.maplesoft.com/products/Maple> (дата обращения: 25.05.2015).
6. Mathcad [Электронный ресурс]. – PTC. – Режим доступа: <http://ru.ptc.com/product/mathcad> (дата обращения: 25.05.2015).
7. Matlab [Электронный ресурс]. – The MathWorks Inc. – Режим доступа: <http://www.mathworks.com/products/matlab> (дата обращения: 25.05.2015).
8. Алабужев, П. М. Самосинхронизация вращательной пары / П.М. Алабужев, А.К. Зуев, А.Ш. Кирнарский // В кн.: Труды по теории и применению явления самосинхронизации в машинах и устройствах. – Вильнюс: Минтис, 1966. – С. 46 – 48.
9. Антипов, В.А. Подавление вибрации агрегатов и узлов транспортных систем: монография / В.А. Антипов. – М.: Маршрут, 2006. – 264 с.
10. Артоболевский, И. И. Механизмы в современной технике: справочное пособие: в 7 т. – Т. III: Рычажно-кулачковые, рычажно-зубчатые, рычажно-храповые, рычажно-клиновые и винто-рычажные механизмы. Механизмы с гибкими и упругими звеньями. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука. – Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 416 с.
11. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975. – 638 с.
12. Артюнин, А.И. Патент 148250 RUS, МПК G01P 15/09. Датчик определения граничных параметров взаимодействия тел в вибрационных системах /

А.И. Артюнин, С.В. Елисеев, Е.В. Каимов, А.В. Елисеев. - № 2014118226/28; заявл. 05.05.2014; опубл. 27.11.2014. Бюл. №33.

13. Бабаков, И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

14. Бабаков, Н.А. Теория автоматического управления. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под ред. А.А. Воронова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 367 с., ил.

15. Белов, П.Г. Системный анализ и моделирование опасных процессов в техносфере / П.Г. Белов. – М.: изд. центр «Академия», 2003. – 512 с.

16. Белокобыльский, С.В. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи / С.В. Белокобыльский, С.В. Елисеев, И.С. Ситов. – СПб.: Политехника, 2013. – 319 с.

17. Белокобыльский, С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики / С.В. Белокобыльский. – М.: Машиностроение, 2002. – 209 с.

18. Белокобыльский, С.В. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем / С.В. Белокобыльский, С.В. Елисеев, В.Б. Кашуба. – СПб.: Политехника, 2013. – 363 с.

19. Бессонов, А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев / А.П. Бессонов. – М.: Наука, 1967. – 279 с.

20. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин: справочное пособие для конструкторов / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Р.М. Шнейдерович. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.

21. Блехман, И. И. Синхронизация параметрически связанных вибраторов / И.И. Блехман, К.В. Фролов // Тезисы докладов конференции по колебаниям механических систем. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 12.

22. Блехман, И.И. Вибрационная механика / И.И. Блехман. – М.: Наука, 1994. – 394 с.

23. Блехман, И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.
24. Блехман, И.И. Синхронизация в природе и технике / И.И. Блехман. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
25. Божко, А.Е. Синтез управления колебательными системами / А.Е. Божко; отв. ред. В.Л. Рвачев. – Киев: Наукова Думка, 1990. – 162 с.
26. Большаков, Р.С. Методологические основы задач определения реакций связей в механических колебательных системах / Р.С. Большаков, С.В. Елисеев. – Иркутск, 2013. – 64 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 29.11.2013, № 336.
27. Борисевич, А.А. Общие уравнения строительной механики и оптимальное проектирование конструкций / А.А. Борисевич. – Минск: Дизайн ПРО, 1998. – 144 с.
28. Брискин, Е.С. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми движениями / Е.С. Брискин, В.В. Жога, В.В. Чернышев, А.В. Малолетов: под ред. Е.С. Брискина. – М.; Машиностроение, 2009. – 191 с.
29. Брысин, А.Н. Исследование статически определимой системы виброзащиты / А.Н. Брысин // Проблемы машиностроения и автоматизации. – №2. – 2008. – С.67-70.
30. Брысин, А.Н. Совершенствование методики испытаний систем виброзащиты с инерционными преобразователями / А.Н. Брысин, А.Е. Шохин, А.В. Синев, В.С. Соловьев, А.Б. Гордеев, Т.В. Ерохина, Л.А. Степанова // Проблемы машиностроения и автоматизации. – №4. – 2012. – С. 80-83.
31. Бутенин, В.В. Теория колебаний / В.В. Бутенин. – М.: Высш. Шк, 1963. – 187 с.
32. Бутковский, А.Г. Структурная теория распределенных систем / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1977. – 320 с.
33. Быховский, И.И. Основы теории вибрационной техники / И.И. Быховский. – М.: Машиностроение, 1969. – 364 с.

34. Варгунин, В.И. Конструирование и расчет рычажно-шарнирных средств и агрегатов / В.И. Варгунин, В.Н. Гусаров, Б.Г. Иванов, А.С. Левченко [и др.]; под ред О.П. Мулюкина. – Самара: СамГАПС, 2006. – 86 с
35. Вейц, В.Л. Динамические расчеты приводов машин / В.Л. Вейц, А.Е. Кочура, А.М. Мартыненко. – М.: Машиностроение, 1971. – 352 с.
36. Вериго, М.Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М.Ф. Вериго, А.Я. Коган: под ред. М.Ф.Вериго. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
37. Вершинский, С.В. Динамика вагона / С.В. Вершинский, В.И. Данилов, В.Д. Хусидов: под ред. С.В. Вершинского. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
38. Вибрации в технике: справочник в 6 томах / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4: Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавенделла, 1981. – 509 с.
39. Вибрации в технике: справочник в 6 томах / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В.В. Болотина, 1978. – 352 с.
40. Вибрации в технике: справочник в 6 томах / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М. : Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебание нелинейных механических систем / под ред. И.И. Блехмана, 1979. – 351 с.
41. Вибрации в технике: справочник в 6 томах / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6: Защита от вибраций и ударов / под ред. К.В. Фролова, 1981. – 456 с., ил.
42. Вибрационные процессы, виброзащита в машиноведении: отчет о НИР № 2237-Р: Соловьёв В.О., Перминов М.Д., Панкова Н.В., Макаров С.Б., Иванов В.П., Алифов А.А., Лавров В.В., Шведов И.М., Овчинников Н.М., Кельнер М.С., Муравьёв В.Д., Пацюк В.В., Терещук В.С., Попович В.А., Тарасова Н.А., Банах Л.Я., Волоховская О.А., Никифоров А.Н., Зейтман М.Ф., Статников И.Н. и др. – Москва: институт машиноведения РАН им. А.А. Благонравова, 2012. – 102 с.

43. Виттенбург, Й. Динамика систем твердых тел / Й. Виттенбург / пер. с англ. В.Н. Рубановского, В.С. Сергеева, С.Я. Степанова; под ред. В.В. Румянцева. – М.: Мир, 1980. – 294 с.
44. Воячек, А.И. Основы проектирования и конструирования машин / А.И. Воячек. – Пенза: изд-во Пензенского государственного университета, 2008. – 228 с.
45. Вульфсон, И.И. Динамика цикловых машин / И.И. Вульфсон. – СПб.: Политехника, 2013. – 425 с.
46. Вульфсон, И.И. Колебания в машинах: учебное пособие / И.И. Вульфсон. – СПб.: Изд-во СПбГУТД, 2008. – 260 с.
47. Вульфсон, И.И. Нелинейные задачи динамики машин / И.И. Вульфсон, М.З. Коловский. – Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с.
48. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991 с.
49. Высоцкий, М.С. Грузовые автомобили / М.С. Высоцкий, Ю.Ю. Беленький, Л.Х. Гигелес и др. – М.: Машиностроение, 1979. – 384 с.
50. Галиев, И.И. Методы и средства виброзащиты железнодорожных экипажей / И.И. Галиев, В.А. Нехаев, В.А. Николаев. – М.: ГОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2010. – 340 с.
51. Гальперин, И.И. Автоматика как односторонняя механика / И.И. Гальперин: монография. – М.: Энергия, 1964. – 264 с.
52. Ганиев, Р.Ф. Колебания твердых тел / Р.Ф. Ганиев, В.О. Кононенко. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1976 г. – 432 с.
53. Ганиев, Р.Ф. О современном состоянии и перспективах развития ИМАШ РАН. Проблемы механики машин и прорывных технологий / Р.Ф. Ганиев. – Проблемы машиностроения и надежности машин – 2014. – №3. – С. 11-36.
54. Ганиев, Р.Ф. Проблемы механики машин и технологий. Перспективы развития института машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН / Р.Ф. Ганиев. – Проблемы машиностроения и надежности машин – 2010. – №1. – С. 3-20.

55. Ганиев, Р.Ф. Проблемы механики машин и технологий. Перспективы развития института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Часть II / Р.Ф. Ганиев. – Проблемы машиностроения и надежности машин – 2010. – №3. – С. 3-17.

56. Генкин, М.Д. Методы управляемой виброзащиты машин / М.Д. Генкин, В.Г. Елезов, В.В. Яблонский. – М.: Наука, 1985. – 240 с., ил.

57. Генкин, М.Д. Упруго-инерционные виброизолирующие системы. Пределы возможности, оптимальные структуры / М.Д. Генкин, В.М. Рябой. – М.: Наука, 1988. – 191 с.

58. Говердовский, В.Н. Проблемы и перспективы создания виброзащиты для высокоскоростного железнодорожного транспорта / В.Н. Говердовский, А.Н. Трофимов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – № 4(24). – 2009. – С. 86-92.

59. Говердовский, В.Н. Синтез механизмов с «отрицательной» жесткостью для виброзащиты пилотов вертолетов / В.Н. Говердовский, А.В. Зобов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – № 2(26). – 2010. – С. 29-36.

60. Головин, А.А. Динамика механизмов / А.А. Головин, Ю.В. Костиков, А.Б. Красовский, В.А. Никоноров, М.В. Рябинин. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 188 с.

61. Голубенцев, А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / А.Н. Голубенцев. – Москва-Киев: государственное научно-техническое изд-во машиностроительной литературы, 1959. – 148 с.

62. Гончаревич, И.Ф. Теория вибрационной техники и технологии / И.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов. – М.: Наука, 1981. – 319 с.

63. Грачева, Л.О. Взаимодействие вагонов и железнодорожного пути / Л.О. Грачева. – М.: Транспорт, 1968. – 207 с.

64. Демидчик, В.И. Элементы теории колебаний / В.И. Демидчик. – Минск: БГУ, 2004. – 151 с.

65. Демокритова, А.В. Оптимальное проектирование рычажных механизмов / А.В. Демокритова, В.Н. Демокритов. – Ульяновск: УлГТУ, 2012. – 55 с.

66. Денисов, Г.А. О стабильности рабочего режима вертикально-винтового вибрационного конвейера с самосинхронизирующимися вибраторами / Г.А. Денисов // Машиноведение. – 1961. – № 1. – С. 10 – 15.

67. Дербаремдикер, А.Д. Амортизаторы транспортных машин / А.Д. Дербаремдикер. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1985. – 200 с.

68. Диментберг, Ф.М. Винтовое исчисление и его приложения в механике / Ф.М. Диментберг. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1965. – 200 с.

69. Димов, А.В. Решение обобщенных задач виброзащиты и виброизоляции на основе структурных методов математического моделирования: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 01. 02. 06 / Димов Алексей Владимирович. – Иркутск, 2005. – 23 с.

70. Домнин, Д.А. Метод улучшения вибродемпфирующих параметров автомобильной подвески путем выбора рациональных параметров динамических гасителей колебаний колес: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.03 / Домнин Дмитрий Александрович. – М., 2005. – 128 с.

71. Доронин, С.В. Моделирование прочности и разрушения несущих конструкций технических систем / С.В. Доронин, А.М. Лупехин, В.В. Москвичев, Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Наука, 2005. – 250 с.

72. Драч, М.А. Динамический синтез и моделирование в задачах оценки и изменения вибрационного состояния крутильных колебательных систем / автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Драч Михаил Андреевич. – Иркутск, 2006. – 24 с.

73. Дружинский, И.А. Механические цепи / И.А. Дружинский. – Л.: Машиностроение, 1977. – 240 с.

74. Елисеев, С.В. Динамика механических систем с дополнительными связями / С.В. Елисеев, Л.Н. Волков, В.П. Кухаренко: отв. ред. А.Я. Тишков. – Новосибирск: Наука, 1990. – 214 с.

75. Елисеев, С.В. Динамические гасители колебаний / С.В. Елисеев, Г.П. Нерубенко. – Новосибирск: Наука, 1982. – 144 с.

76. Елисеев, С.В. Динамические свойства виброзащитных систем. Предельные состояния / С.В. Елисеев, Ю.В. Ермошенко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2010. – №4(28). – С. 24-30.

77. Елисеев, С.В. Динамические свойства колебательных систем при предельных значениях параметров / С.В. Елисеев, А.А. Гордеева, И.В. Фомина // Вестник ВСГУТУ. – 2011. – №4(35). – С. 12.

78. Елисеев, С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. – Иркутск: изд-во ИГУ, 2008. – 523 с.

79. Елисеев, С.В. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования / С.В. Елисеев, А.П. Хоменко. – Новосибирск: Наука, 2014. – 357 с.

80. Елисеев, С.В. Дополнительные массы в динамике вибрирующих механизмов / С.В. Елисеев, Е.В. Каимов, Н.Ж. Кинаш // Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. – 2014. – № 2(30). – С. 70-76.

81. Елисеев, С.В. Математическое и программное обеспечение в исследованиях манипуляционных систем / С.В. Елисеев, М.М. Свинин: – Новосибирск: Наука, 1992. – 296 с.

82. Елисеев, С.В. Метод преобразований механических цепей на основе введения в соединения промежуточных устройств / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Ю.В. Ермошенко, А.О. Московских, Е.В. Каимов. – Иркутск, 2013. – 68 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 14.01.2014, №19.

83. Елисеев, С.В. Механизмы в структуре виброзащитных систем: математические модели, оценка динамических свойств (Часть I) / С.В. Елисеев, Е.А. Паршута, Е.В. Каимов, Н.Ж. Кинаш // Вестник ВСГУТУ. – 2014. – №6 (51). – С. 37-44.

84. Елисеев, С.В. Механизмы в структуре виброзащитных систем: математические модели, оценка динамических свойств (Часть II) / С.В. Елисеев, Е.А. Паршута, Е.В. Каимов, Н.Ж. Кинаш // Вестник ВСГУТУ. – 2015. – №1 (52). – С. 52-60.

85. Елисеев, С.В. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко. – Новосибирск: Наука, 2011. – 384 с.

86. Елисеев, С.В. О выборе формы структурного представления рычажных связей в механических колебательных системах (Часть I) / С.В. Елисеев, П.А. Лончих, Е.В. Каимов // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2014. – №11 (94). – С. 38-45.

87. Елисеев, С.В. О выборе формы структурного представления рычажных связей в механических колебательных системах (Часть II) / С.В. Елисеев, П.А. Лончих, Е.В. Каимов // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2014. – №12 (95). – С. 40-47.

88. Елисеев, С.В. О формах парциальной связности в колебаниях механических систем / С.В. Елисеев, А.Н. Трофимов, Е.В. Каимов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 5-1. – С. 15-25.

89. Елисеев, С.В. Особенности динамических взаимодействий в схемах подвески транспортных средств с устройством для преобразования движения / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.В. Каимов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – №7. – С.11-20.

90. Елисеев, С.В. Пакет программ по моделированию и исследованию кинематики и динамики манипуляционных роботов (ПАМИР) / С.В. Елисеев, С.А. Бутырин, М.М. Свинин // Инф. бюлл. «Алг. и программы». – 1986. – № 3(72). – С.3.

91. Елисеев, С.В. Патент 136112 RUS, МПК F16F 15/04. Устройство для гашения колебаний / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, А.П. Хоменко, Е.В. Каимов, А.В. Елисеев. - № 2013135078/11; заявл. 25.07.2013; опубл. 27.12.2013, Бюл. №36.

92. Елисеев, С.В. Прикладные задачи теории динамического гашения колебаний / С.В. Елисеев, А.Н. Трофимов, Е.В. Каимов, Н.Ж. Кинаш – Иркутск, 2015. – 105 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 27.02.2015, №39.

93. Елисеев, С.В. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты / С.В. Елисеев, С.В. Белокобыльский, Р.Ю. Упырь, В.Е. Гозбенко. – Иркутск, 2009. – 158 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 27.11.2009, №737.

94. Елисеев, С.В. Рычажные связи и механизмы в виброзащитных системах объектов машиностроения / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Н.Ж. Кинаш, Е.В. Каимов // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. трудов по мат. VI Межд. науч.-практ. конф. – Белгород, 31 декабря 2014 г.: в 6 ч. Часть III. – С. 51-59.

95. Елисеев, С.В. Современные проблемы динамики машин. Защита от вибраций и ударов / С.В. Елисеев, А.П. Хоменко, С.В. Барсуков. – Иркутск, 2011. – 165 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 21.03.2011, № 135.

96. Елисеев, С.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем: монография / С.В. Елисеев, Ю.В. Ермошенко. – Иркутск: ИРГУПС, 2012. – 156 с.

97. Елисеев, С.В. Структурная теория виброзащитных систем / С.В. Елисеев; отв. ред. А.Н. Панченков. – Новосибирск: Наука, 1978. – 221 с.

98. Елисеев, С.В. Структурные интерпретации механических колебательных систем в теории электрических цепей и теории автоматического управления / С.В. Елисеев, А.О. Московских, Е.В. Каимов – Иркутск, 2013. – 82 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 13.01.2014, №8.

99. Елисеев, С.В. Теоретические основы динамических взаимодействий в колебательных системах с кинематическими парами поступательного типа / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.В. Каимов // Известия Транссиба. – 2014. – №3 (19). – С. 7-17.

100. Елисеев, С.В. Теория активных виброзащитных систем и ее приложения / автореф. дис. ... докт. техн. наук: 01.02.01 / Елисеев Сергей Викторович. – Киев, 1973. – 35 с.
101. Елисеев, С.В. Управление колебаниями роботов / С.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, А.В. Лукьянов. – Новосибирск: Наука, 1990. – 320 с.
102. Елисеев, С.В. Устройства для преобразования движения в рычажных структурах / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.В. Каимов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – №4 (44). – С. 30-36.
103. Елисеев, С.В. Патент 142137 RUS, МПК F16F 15/02. Устройство для регулирования упругодиссипативных свойств виброзащитной системы / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.В. Каимов, А.В. Елисеев. - №2014100299/11; заявл. 09.01.2014; опубл. 20.06.2014. Бюл. №17.
104. Жуков, К.П. Проектирование деталей и узлов машин / К.П. Жуков, Ю.Е. Гуревич. – М.: СТАНКИН, 2004. – 671 с.
105. Зиновьев, В. А. Основы динамики машинных агрегатов / В.А. Зиновьев, А.П. Бессонов. – Москва: Машиностроение, 1964. – 240 с.
106. Иващенко, Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем / Н.Н. Иващенко. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.
107. Ивович, В.А. Защита от вибрации в машиностроении / В.А. Ивович, В.Я. Онищенко – М.: Машиностроение, 1990. – 271 с.
108. Каимов, Е.В. Особенности динамических свойств механической колебательной системы при силовых и кинематических возмущениях / Е.В. Каимов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2015. – Т. 19. – № 1. – С. 72-78.
109. Каимов, Е.В. Оценка динамических свойств в системе с рычажными связями / Е.В. Каимов // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2014. – № 1 – 2. – С. 189-193.

110. Калашников, Б.А. Системы амортизации объектов с дискретной коммутацией упругих элементов / Б.А. Калашников. – Омск.: изд-во ОмГТУ, 2008. – 341 с.

111. Карамышкин, В.В. Динамическое гашение колебаний / В.В. Карамышкин. – Л.: Машиностроение, 1988. – 108 с.

112. Каудерер, Г. Нелинейная механика / Г. Каудерер. – М.: Издательство иностранной литературы, 1961. – 778 с.

113. Кашуба, В.Б. К вопросу о формировании структуры базовых моделей виброзащитных систем / В.Б. Кашуба, Е.А. Паршута. – Системы. Методы. Технологии. – 2013. – №3(19). – С.66-76.

114. Кашуба, В.Б. Особенности динамических взаимодействий шарнирно-рычажного механизма колебательной системы / В.Б. Кашуба, Е.В. Каимов // Системы. Методы. Технологии. – 2014. – №3 (23). – С. 32-40.

115. Кашуба, В.Б. Эквивалентные формы математических моделей колебательных систем / В.Б. Кашуба, Е.В. Каимов, Н.Ж. Кинаш // Кулагинские чтения: техника и технологии производственных процессов: XIV Международная научно-практическая конференция. – Чита, 26 ноября – 28 ноября 2014 г.: сб. ст. [в 3 ч.]. – Ч. III. – Чита: Забайкальский гос. ун-т, 2014. – С. 305-310.

116. Ким, Д.П. Теория автоматического управления / Д.П. Ким. – Т. 1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.

117. Кин, Н. Тонг. Теория механических колебаний / Кин Н. Тонг. – М.: Машиностроение, 1963. – 351 с.

118. Кобринский, А.Е. Механизмы с упругими связями / А.Е. Кобринский – М.: Наука, 1964. – 292 с.

119. Коган, А.Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом / А.Я. Коган – М.: Транспорт, 1997. – 326 с.

120. Кожевников, С.Н. Механизмы с упругими звеньями / С.Н. Кожевников. – Киев: изд-во АН Украинской ССР, 1961. – 160 с.

121. Коловский, М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами / М.З. Коловский. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

122. Конструирование машин: справочно-методическое пособие в 2 т. / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1994. – Т.1 / К.В. Фролов, А.Ф. Крайнев, Г.В. Крейнин и др. – 528 с. Т.2 / А.Ф. Крайнев, А.П. Гусенков, В.В. Болотин и др. – 624 с.

123. Концептуальное проектирование. Развитие и совершенствование методов: коллективная монография; под ред. В.А. Камаева. – М.: Машиностроение-1, 2005. – 356 с.

124. Копылов, Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения / Ю.Р. Копылов. – Воронеж: Научная книга, 2011. – 568 с.

125. Коренев, Б.Г. Динамические гасители колебаний: теория и технические приложения / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 304 с.

126. Крайнев, А.Ф. Словарь-справочник по механизмам / А.Ф. Крайнев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.

127. Крейнин, Г.В. Кинематика, динамика и точность механизмов / Г.В. Крейнин, А.П. Бессонов, В.В. Воскресенский и др.; под ред. Г.В. Крейнина. – М.: Машиностроение, 1984. – 216 с.

128. Крон, Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика) / Г. Крон / пер. с англ.: Л.Я. Банах, А.В. Власов, И.А. Павлов, М.Д. Перминов, Б.А. Потемкин, А.В. Синев; под ред. А.В. Баранова – М.: Наука, 1972. – 544 с.

129. Круглов, Ю.А. Ударозащита машин, оборудования и аппаратуры / Ю.А. Круглов, Ю.А. Туманов. – Л.: Машиностроение, 1986. – 221 с.

130. Кузьмич, Л.Д. Вагоны: проектирование, устройство и методы испытания / Л.Д. Кузьмич, Л.В. Кузнецов, Б.А. Ржавинский и др.: под ред. Л.Д. Кузьмича. – М.: Машиностроение, 1978. – 376 с.

131. Лазарян, В.А. Динамика вагонов. Устойчивость движения и колебания / В.А. Лазарян – М.: Транспорт, 1964. – 256с.

132. Лapidус, Б.М. Приоритетные направления железнодорожных исследований в рамках глобальной экономики / Б.М. Лapidус // Бюллетень ОУС ОАО «РЖД». – 2013. – №5. – С. 1-10.

133. Левитский, Н.И. Колебания в механизмах / Н.И. Левитский. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 336 с.
134. Логунов, А.С. Структурное моделирование пневматических систем в задачах вибрационной защиты объектов. Обобщенные подходы / А.С. Логунов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – № 4(20). – 2008. – С. 82-89.
135. Лойцянский, Л.Г. Курс теоретической механики в 2 т. / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – М.: Главная редакция физико-математической литературы: Т.1. Статика и кинематика. – 8-е изд., перераб. и доп., 1982. – 352 с.; Т.2. Динамика. – 6-е изд., перераб. и доп., 1983. – 640 с.
136. Лукин, П.П. Конструирование и расчет автомобиля / П.П. Лукин, Г.А. Гаспарянц, В.Ф. Родионов. – М.: Машиностроение, 1984. – 376 с.
137. Лурье, А.И. Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
138. Лурье, А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях / А.И. Лурье. – М.: Л.: ГИТТЛ, 1961. – 433 с.
139. Мандельштам, Л.И. Лекции по теории колебаний / Л.И. Мандельштам. – М.: Наука, 1972. – 466 с.
140. Махутов, Н.А. Обеспечение безопасности – приоритетное направление в области фундаментальных прикладных исследований / Н.А. Махутов, Н.В. Абросимов, М.М. Гаденин // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. – 2013. – №3(27). – С. 46-71.
141. Неразрушающий контроль: справочник: в 7 т. / под общей редакцией В.В. Клюева. Т. 7. В 2 кн. Кн. 1: В.И. Иванов, И.Э. Власов. Метод акустической эмиссии / Кн. 2: Ф.Я. Балицкий, А.В. Барков. – Вибродиагностика. – М.: Машиностроение, 2005. – 829 с.
142. Ольсон, Г. Динамические аналогии / Г. Ольсон / пер. с англ. Б.Л. Коробочкина; под ред. М.А. Айзермана. – М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1947. – 224 с.

143. Пановко, Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов: монография / Г.Я. Пановко. – М. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 176 с.

144. Пановко, Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1991. – 256 с.

145. Паршута, Е.А. Механизмы в механических колебательных системах как форма введения дополнительных связей / Е.А. Паршута // Материалы региональной научно-практической конференции «Интеллектуальные и материальные ресурсы Сибири». – Иркутск: БГУЭП, 2013. – С. 42-48.

146. Паршута, Е.А. Оценка динамических свойств виброзащитных систем при исследовании и проектировании объектов машиностроения / автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02 / Паршута Евгений Александрович. – Братск, 2014. – 17 с.

147. Первозванский, А.А. Курс теории автоматического управления / А.А. Первозванский. – М.: Наука, 1986 – 308 с.

148. Повидайло, В.А. Вибрационные устройства в машиностроении / В.А. Повидайло, Р.И. Силин, В.А. Щигель. – Москва – Киев: Машгиз, 1962. – 111 с.

149. Попов, Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления / Е.П. Попов. – М.: Наука, 1988. – 256 с.

150. Пыхалов, А.А. Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин / А.А. Пыхалов, А.Е. Милов. – Иркутск: изд-во ИрГТУ, 2007. – 192 с.

151. Рагульскис, К.М. Механизмы на вибрирующем основании (Вопросы динамики и устойчивости) / К.М. Рагульскис. – Каунас: Институт энергетики и электротехники АН Литовской ССР, 1963. – 232 с.

152. Раков, Д.Л. Структурный анализ и синтез новых технических систем на базе морфологического подхода/ Д.Л. Раков, А.В. Синев // Проблемы машиностроения и автоматизации. – №2. – 2011. – С. 73-80

153. Ротенберг, Р.В. Колебания автомобиля. Колебания и плавность хода / Р.В. Ротенберг. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
154. Ротенберг, Р.В. Основы надежности системы водитель – автомобиль – дорога – среда / Р.В. Ротенберг. – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.
155. Ружичка Д. Ж. Активные виброзащитные системы // Испытательные приборы и стенды: Экспресс информ. ВИНТИ. – М: 1969. – №10. – С. 14-25.
156. Рябов, И.М. Математическая модель подвески транспортного средства с инерционно-фрикционным амортизатором / И.М. Рябов, К.В. Чернышев, В.В. Воробьев, И.Н. Уруков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2009. – №1(21) – С. 29-31.
157. Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – 2-е изд. испр. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.
158. Сельвинский, В.В. Динамика контактного взаимодействия твердых тел / В.В. Сельвинский. – Благовещенск: изд-во Амурского государственного университета, 2009. – 164 с.
159. Синев, А.В. Динамические свойства линейных виброзащитных систем / А.В. Синев, Ю.Г. Сафронов, В.С. Соловьев и др. – М.: Наука. 1982. – 226 с.
160. Смирнов, А.Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1984. – 415 с.
161. Соболев, В.И. Дискретно-континуальные математические модели в алгоритмическом и программном разрешении проблем подавления вибраций конструкций и оборудования: дис. докт. техн. наук: 05.13.18 / Соболев Владимир Иванович. – Иркутск, 2003. – 288 с.
162. Советов, Б.Я. Моделирование систем / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – 3-е изд. перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с.
163. Стокер, Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах / Дж. Дж. Стокер; под ред. А.И. Лурье. – М.: изд-во иностранной литературы, 1952. – 264 с.

164. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем / В.П. Тарасик. 2-е изд. испр. и доп. – Минск: Дизайн ПРО, 2004. – 640 с.
165. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер / пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
166. Упырь, Р.Ю. Динамика механических колебательных систем с учетом пространственных форм соединения элементарных звеньев / автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Упырь Роман Юрьевич. – Иркутск, 2009. – 19 с.
167. Фоменков, С.А. Представление и использование физических знаний при поисковом конструировании изделий машиностроения: учебное пособие / С.А. Фоменков, В.А. Гришин, В.А. Камаев. – Волгоград: изд-во ВолгГТУ, 1994. – 120 с.
168. Фомина, И.В. Разработка метода построения математических моделей виброзащитных систем с сочленениями звеньев / автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Фомина Инна Владимировна. – Иркутск, 2011. – 18 с.
169. Фролов, К.В. Прикладная теория виброзащитных систем / К.В. Фролов, Ф.А. Фурман. – М.: Машиностроение, 1980. – 276 с.
170. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин: учеб. для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. – М.: Высш. Шк., 1987. – 496 с.
171. Хачатуров, А.А. Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель / А.А. Хачатуров, В.Л. Афанасьев, В.С. Васильев и др.: под ред. А.А. Хачатурова. – М.: Машиностроение. 1976. – 536 с.
172. Хоменко, А.П. Виртуальный рычажный механизм: динамическое гашение колебаний как форма проявления рычажных связей / А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, Е.В. Каимов // Известия Транссиба. – 2014. – №4 (20). – С. 61-71.
173. Хоменко, А.П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов / А.П. Хоменко. – Иркутск: изд-во ИГУ, 2000. – 293 с.
174. Хоменко, А.П. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи вибрационной защиты машин, прибо-

ров и оборудования /А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.А. Паршута, Е.В. Каимов. – Иркутск, 2013. – 187 с. – Деп. в ВИНТИ РАН 15.08.2013, №243.

175. Хоменко, А.П. Патент 150331 RUS, МПК F16F 15/04. Устройство для гашения колебаний / А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Е.В. Каимов, А.В. Елисеев. - №2014138832/11; заявл. 25.09.2014; опубл. 10.02.2015. Бюл. № 4.

176. Хоменко, А.П. Системный анализ и математическое моделирование в мехатронике виброзащитных систем / А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, Ю.В. Ермошенко. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – 288 с.

177. Хорычев, А.А. Концептуальное проектирование функциональных подсистем автомобилей на основе эвристических классификаций / автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.03.12 / Хорычев Артем Александрович. – Волгоград, 2012. – 24 с.

178. Хэммонд, П. Теория обратной связи и ее применения / П. Хэммонд / пер. с англ. М.А. Берманта; под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: государственное изд-во физико-математической литературы, 1961. – 423 с.

179. Цзе, Ф.С. Механические колебания / Ф.С. Цзе, И.Е. Морзе, Р.Т. Хинкл ; под ред. чл. - корр. АН СССР И.Ф. Образцова. – М.: Машиностроение, 1966. – 508 с.

180. Черноусько, Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.

181. Чупраков, Ю.И. Гидравлические системы защиты человека-оператора от общей вибрации / Ю.И. Чупраков. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.

182. Шаповалов, Л.А. Моделирование в задачах механики элементов конструкций / Л.А. Шаповалов. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.

183. Шаталов, А.С. Структурные методы в теории управления и электроавтоматике / А.С. Шаталов. – М.: Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 408 с.

184. Щепетильников, В.А. Уравновешивание механизмов / В.А. Щепетильников. – М.: Машиностроение, 1982. – 256 с.

УТВЕРЖДАЮ

Главный инженер ООО «Востсибтранс»


Петров А.А.

«15» декабря 2014 г.

АКТ

о внедрении результатов НИР «Повышение надежности и качества работы компрессорного оборудования на транспортных средствах»

Настоящим подтверждается использование разработок, выполняемых Е.В. Каимовым по обеспечению условий надежной и безопасной работы холодильного оборудования, работающего в условиях вибраций транспортного средства. Предложенные решения реализованы в виде модернизации подвески компрессора, что уменьшило число отказов работы компрессоров на 40 % и обеспечило увеличение сроков между профилактическими ремонтами и настройками на 20%. Экономический эффект не подсчитывался по отдельной группе конструктивно-технических решений, однако их внедрение привело к повышению производительности автомобильных перевозок и снижению расходов на обслуживание техники.

Нач. отдела автомобильных перевозок



Берденников Д.С



Россия, 670009, г. Улан-Удэ., ул. Хоринская-1 тел/факс (3012)25-07-22, 25-07-66, E-mail: uulz@yandex.ru

р/с 40702810409160102333, банк: ОАО «Сбербанк России» Бурятское ОСБ № 8601

к/с 30101810400000000604, БИК 048142604, ИНН 0323097504, ОКПО 46109529, ОКОНХ 14720,14961

исх. № 724
от 14.10.15

АКТ

о внедрении методики настройки вибрационного технологического комплекса

Настоящим подтверждается, что на основе исследований, проведенных Каимовым Е.В. в рамках программы сотрудничества ЗАО «Улан-Удэнский лопастной завод» с Иркутским государственным университетом путей сообщения по тематике учета и оценки влияния рычажных связей на динамические свойства вибрационных машин, разработана методика настройки вибрационного технологического комплекса для прочностных испытаний длиномерных изделий производственного назначения. Методика позволяет производить предварительный расчет настроечных параметров работы вибростенда (усилия натяжения тросов, соотношения масс вибрационного возбудителя и испытуемого изделия, соотношения жесткостей подвески и изделия), что обеспечивает возможность эксплуатации комплекса в необходимом режиме в течение заданного временного цикла.

Предложенные рекомендации по определению режимов работы и выбору настроечных параметров, а также математическая модель вибростенда и аналитические соотношения приняты за основу для построения системы автоматического управления режимом прочностных испытаний.

Внедрение результатов разработок повысило надежность работы вибрационного технологического комплекса, обеспечило стабильность работы стенда и упрощение его настройки, что привело к сокращению затрат времени на подготовку к испытаниям. Экономический эффект от внедрения разработок не подсчитывался, как отдельный фактор, однако положительный эффект достаточно ощутим, что нашло соответствующее отражение в снижении сроков проведения испытаний.

Генеральный директор, к.т.н.

Пнёв А.Г.

Главный инженер

Константинов К.Г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора по научной работе
Федерального государственного бюджетного
Учреждения науки Института природных ресурсов,
экологии и криологии Сибирского отделения

Российской академии наук



АКТ

об использовании результатов научно-технических разработок Каимова Е.В. по созданию вибрационного технологического комплекса для сепарации сыпучих сред

Настоящим актом подтверждается, что Каимовым Е.В. выполнены исследования и проведены разработки вибрационного стенда оригинальной конструкции с дополнительным прикрепляемым рабочим органом, обеспечивающим разделение сыпучих смесей, используемых в составах материалов для укрепления фундаментов инженерных объектов. Автором разработана и передана методика расчета рабочих режимов, проведены лабораторное и вычислительное моделирование, предложены графики зависимостей, определяющих выбор настроечных параметров в зависимости от особенностей сыпучей среды и требований к качеству технологического процесса. Предложенные материалы и рекомендации рассмотрены и приняты к разработке на уровне технического проекта. Ожидаемый эффект связан с возможным повышением производитель-

ности процесса по сравнению с существующим на 35-40% и сокращением затрат на обслуживание технологического комплекса.

Заведующий лабораторией геофизики
криогенеза ИПРЭК СО РАН
доктор физ-мат. наук



Г.С. Бордонский

Дата: «14» октября 2015